

Дистанционные свойства турбо кодов с различными перемежителями

В.В.Зяблов, М.А.Цветков

Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия
Поступила в редколлегию 18.04.2003

Аннотация—В настоящей статье анализируется влияние типа перемежителя на дистанционные свойства турбо кода. Проведенное исследование наглядно продемонстрировало существенное влияние перемежителя на дистанционные свойства турбо кодов. Рассмотрены перемежители со “случайной”, “неслучайной” перестановками, проанализирован способ улучшения неслучайной перестановки (“модифицированная неслучайная” перестановка). Предложен альтернативный способ “неслучайной” перестановки. Проведенное последующее моделирование подтвердило результаты предварительного анализа. Предложена перестановка, которая дает код с лучшими исправляющими способностями в каналах с Гауссовским шумом, чем код с перестановкой принятой в качестве стандарта (3GPP-European, 3GPP-American).

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе рассматриваются различные типы перестановок в параллельной каскадной конструкции. В разделе 2 определяются основные рассматриваемые перестановки, определяется общая анализируемая схема. Последующие рассмотрение проводится на примере определенно выбранной конструкции. В разделе 3 анализируются введенные перестановки, на основании приведенных утверждений делаются оценки спектра весов кодов с такими перестановками в области малых весов и исправляющих способностей таких кодов в каналах с шумом. В разделе 4 приводятся экспериментальные оценки спектров весов, которые в целом подтверждают теоретические оценки сделанные в предыдущем разделе. В разделе 5 даны результаты моделирования проведенного на компьютере в канале с Гауссовским шумом, проведен анализ результатов моделирования, проведено сопоставление с предварительными оценками и экспериментальными оценками спектров весов. В заключении в разделе 6 проведено обобщение полученных результатов.

2. ОБЩАЯ СХЕМА. АНАЛИЗИРУЕМЫЕ ТИПЫ ПЕРЕСТАНОВОК

Параллельные каскадные сверточные коды (турбокоды предложенные в [1]) обладают исправляющей способностью находящейся всего в нескольких десятых децибела от границы Шеннона, используя при этом схемы декодирования умеренной сложности.

Главная особенность турбокодирования состоит в параллельном каскадировании систематических кодов и итеративном декодировании. Упрощенно схема выглядит следующим образом. Предположим схема состоит из двух параллельных кодеров. Кадр информационной последовательности длины N кодируется кодером первого кода, порождая кодовое слово c_1 . Далее биты в исходном сообщении подвергаются перестановке и подаются на вход кодера второго кода, порождая кодовое слово c_2 . Далее исходное сообщение, проверки кодовых слов c_1 и c_2 группируются и передаются по каналу.

Турбокод может рассматриваться как блочный код с очень большой длиной блока. В качестве компонентных кодов хорошо подходят двоичные сверточные терминированные (работающие в блочном режиме) коды, о которых можно прочесть, например, в [2], это классический вариант построения турбокода [1]. **Перемежитель** (в англоязычной литературе - *permuter* или *interleaver*) -

устройство обеспечивающее перестановку позиций информационных бит в исходной последовательности. Задачей перемежителя является преобразование входной информационной последовательности таким образом, чтобы комбинации, приводящие к кодовым словам с низким весом на выходе первого компонентного кодера, были преобразованы в комбинации, порождающие кодовые слова с высоким весом на выходе остальных кодеров, тем самым обеспечивая небольшое число кодовых слов малого веса результирующего турбокода. В данной работе обращено внимание на блочную перестановку. Блочная перестановка может быть описана посредством перестановочной функции $\pi(\bullet) : \{1, \dots, N\} \rightarrow \{1, \dots, N\}$, которая является взаимнооднозначной. N определяет длину перестановки. Заметим, что существует также возможность использования других типов перестановок, например [3]. Перемежитель играет важную роль в определении результирующей исправляющей способности всей параллельной каскадной схемы. Подробно с теорией и практикой турбо кодов, принципами итеративного декодирования можно ознакомиться в [4].

В качестве анализируемого взят двумерный турбокод со скоростью $R \approx 1/3$. В качестве компонентных кодов использован один и тот же систематический свёрточный код, порождающая матрица которого имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 1 & \frac{1 + D^2}{1 + D + D^2} \end{pmatrix}$$

Далее для краткости используется сокращенная запись: свёрточный код (7,5). Информационная последовательность входных бит разбита на кадры длины N (N зависит от типа используемой перестановки, величина всегда порядка 1000). Последовательность подается на вход кодера первого кода без изменения порядка следования бит и одновременно с перестановкой позиций, согласно перемежителю, на вход кодера второго кода. В конце информационного кадра следует последовательность из 4 *терминирующих* бит. Первые два поступают на вход первого кодера, в то время как второй кодер заблокирован, а другие два поступают на вход второго и не кодируются первым кодером. Общая схема кодирования представлена на рисунке 1:

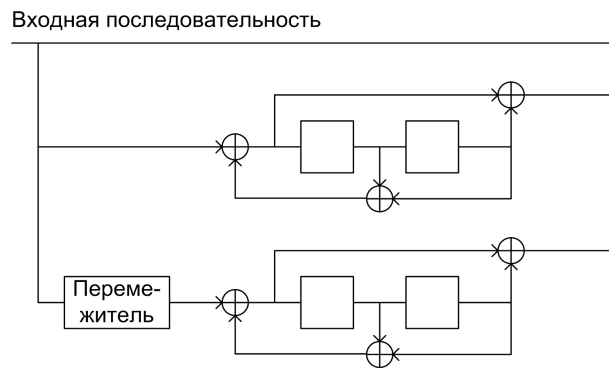


Рисунок 1. Общая схема кодирования.

Анализируемые типы перестановок:

- *Случайная перестановка* - бит, стоящий в позиции j информационной последовательности поступающей на вход первого кодера, случайным образом переходит в позицию j' информационной последовательности поступающей на вход второго кодера.
- *Неслучайная перестановка* - определяется формулой: $j' = p * j \pmod{N + 1}$. Где N - длина информационного кадра (глубина перемежения), позиции нумеруются от 1 до N включительно, p - параметр, p и $N + 1$ взаимно просты.

- *Модифицированная неслучайная перестановка* - информационная последовательность записывается в виде матрицы K строк N столбцов (запись по строкам), в k -ой строчке произведена "неслучайная" перестановка с параметром p_k . Чтение осуществляется по столбцам.
- *Альтернативная неслучайная перестановка* - определяется формулой: $j' = p * j^3 \pmod{N+1}$. Где N - длина информационного кадра, позиции нумеруются от 1 до N включительно, p - параметр, p и $N + 1$ взаимно просты.

3. ОЦЕНКИ КОДОВОГО РАССТОЯНИЯ

В этом разделе анализируются рассматриваемые перестановки, проводятся оценки свободных расстояний турбокодов с данными перестановками, так же делаются попытки оценить спектр весов кодов в области малых весов.

Характерная особенность зависимости вероятности ошибки P_b в декодированном сигнале турбодекодера от отношения E_b/N_0 - появление при $P_b < 10^{-5} \dots 10^{-6}$ на характеристике "плоского" участка, т.е. существенно более медленное улучшение вероятности ошибки с ростом отношения сигнала к шуму, в сравнении со значениями с большей вероятностью ошибки. В [5],[6] показано, что исправляющая способность в таком случае асимптотически стремится к:

$$P \approx \frac{1}{N} Q \left(\sqrt{\frac{2d_f R E_b}{N_0}} \right) \sum_{w=1}^N w A_{w,d_f}$$

где N - глубина перемежения; $Q(x)$ - интеграл ошибок; d_f - свободное расстояние турбокода; R - кодовая скорость; w - вес вес кодового слова; A_{w,d_f} - число кодовых последовательностей с весом d_f . Из приведенной формулы хорошо видно, что существенное влияние на уровень "плато" оказывает значение свободного расстояния, однако, свойства исправления ошибок также существенным образом зависит не только от этого расстояния, но и от распределения весов кода, в особенности, от числа кодовых слов с низким весом.

3.1. Случайная перестановка

Обратимся к рассмотрению перемежителя, в котором применена случайная перестановка. Как было показано в [7] перемежение по такому закону обеспечивает оптимальные результаты в смысле обеспечения малого числа кодовых слов с небольшим весом.

Попытаемся оценить свободное расстояние турбокода с данной перестановкой. Информационная последовательность веса два вида $\dots 1001 \dots$ в случае кода (7,5) порождает кодовую последовательность веса 6 (кодер начинает и заканчивает в "нулевом" состоянии). В таком случае, если после перестановки окажется, что такая последовательность сохранит такой же вид, то в спектре турбокода будет присутствовать компонента веса 10. Вероятность такого события дает утверждение 1.

Утверждение 1. *Вероятность того, что при случайной перестановке ни одна последовательность вида $\dots 1001 \dots$ не перейдет в последовательность такого же вида оценивается величиной e^{-2} .*

Доказательство. Пусть N - длина кадра ($N \gg 1$). Всего информационных последовательностей веса два:

$$\frac{1}{2} N(N-1) \approx \frac{N^2}{2}$$

Из них вида $\dots 1001 \dots$ приблизительно N , следовательно, т.к. при случайной перестановке выбранная последовательность равновероятно может перейти в любую последовательность такого же веса, то

вероятность заданной последовательности ...1001... не перейти в последовательность такого же вида:

$$p \approx 1 - \frac{N}{N^2/2} \approx 1 - \frac{2}{N}$$

Учитывая, что всего последовательностей такого вида на входе первого кодера N и для каждой из них выполняется данная оценка, получаем: вероятность того, что ни одна последовательность вида ...1001... не перейдет в последовательность такого же вида, оценивается величиной

$$P \approx p^N \approx \left(1 - \frac{2}{N}\right)^N \approx e^{-2}.$$

Если расширить класс рассматриваемых входных информационных последовательностей веса два, рассмотрев последовательности вида ...1000001..., которые порождают кодовые слова веса 8 и рассмотреть переходы информационных последовательностей ...1001... в последовательности ...1000001... и наоборот, то, проведя аналогичные рассуждения, в этом случае имеем верхнюю оценку минимального кодового расстояния турбо кодов со случайной перестановкой по последовательностям рассмотренного вида равную 12 с вероятностью $P \approx 1 - e^{-6}$.

Итог: хотя турбо код со случайной перестановкой имеет малое число кодовых слов небольшого веса, однако обладает малым минимальным расстоянием. Получить турбо код с минимальным расстоянием большим 12 маловероятно, а в большинстве случаев такой турбокод будет иметь минимальное кодовое расстояние не превосходящее 10, что обеспечивает малый наклон “плато” в области малых отношений сигнала к шуму.

3.2. Неслучайная перестановка

Рассмотрим теперь неслучайную перестановку. Выбор такой перестановки гарантирует, что все соседние биты будут разнесены на расстояние, определяемое параметром p , который может быть выбран достаточно большим, тем самым исключив ситуацию перехода между последовательностями рассмотренными в разделе 3.1, т.е. гарантируя оценки минимального кодового расстояния на уровне больших весов по информационным последовательностям веса два и три. Иными словами: *локализованный информационный пакет* (здесь и далее назовем таковыми информационные пакеты достаточно малой длины (в сравнении с длиной всего кадра), которые кодер, находящийся в “нулевом” состоянии, приводят в “нулевое” состояние и порождают на его выходе слова малого веса) “размазывается” после перестановки. Однако такая перестановка не гарантирует, что определенные конфигурации двух и более локализованных информационных пакета после перестановки не окажутся подобными пакетами. Сделать выводы о минимальном кодовом расстоянии и о спектре турбокода с такой перестановкой, основываясь на рассмотрении нескольких локализованных пакетах, позволяет следующее утверждение.

Утверждение 2. *Рассмотрим неслучайную перестановку. И пусть:*

$$i \rightarrow i' : i' = p * i \pmod{N + 1}$$

$$j \rightarrow j' : j' = p * j \pmod{N + 1}$$

$$m = i' - j' \pmod{N + 1}$$

$$i, j \in \overline{1, 2, \dots, N} \text{ тогда, если}$$

$$i_k = i + k \pmod{N + 1}, j_k = j + k \pmod{N + 1}$$

$$i_k \rightarrow i'_k, j_k \rightarrow j'_k$$

то для произвольного $k \in \overline{1, 2, \dots, N}$ справедливо:

$$m = i'_k - j'_k \pmod{N + 1}$$

Доказательство. Действительно:

$$i'_k - j'_k = p * i_k - p * j_k = p * (i + k) - p * (j + k) = p * i - p * j = i' - j' = m \pmod{N + 1}.$$

Иными словами такая перестановка обладает свойством некоей “регулярности”: позиции бит находящихся на одном расстоянии переводит в позиции находящиеся на одинаковых расстояниях.

Рассмотрим информационные последовательности веса 4, состоящие из двух локализованных пакетов вида $\dots 10 \times 01 \dots$, где \times - $3n$ нулей ($n = 0, 1, 2, \dots$). Каждый из таких пакетов в случае кода (7,5) приводит кодер из “нулевого” в “нулевое” состояние, порождая кодовые слова веса $w = 6 + 2n$, для пары таких пакетов $\dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots$ получаем кодовое слово веса $w = 12 + 4n$. Тогда на основании утверждения можно получить следующее следствие:

Следствие. Для каждой пары чисел n и n' ($n, n' = 0, 1, 2, \dots; 3n \ll N, 3n' \ll N$) существует порядка N информационных последовательностей $\dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots$ с параметром n , переходящих после перестановки в последовательности того же вида с параметром n' , что дает порядка N кодовых слов веса $w = 20 + 4(n + n')$.

Доказательство. Положим $k = 3(1 + n)$, для каждого i выберем j таким, чтобы $m = 3(1 + n')$ (такое j очевидно существует в силу взаимнооднозначности отображения) и рассмотрим информационные последовательности веса четыре с единичными битами в позициях $i, j, i + k, j + k$, очевидно, это последовательности вида $\dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots$. Из утверждения 2 сразу следует, что последовательности с так выбранными i, j перейдут в последовательности такого же вида.

Можно заключить, что в спектре присутствует порядка $N(k + 1)$ кодовых слов веса $w = 20 + 4k$ (где $k = 0, 1, 2, \dots$), так слов веса 20 - порядка N , веса 24 - $2N$ и т.д.

Последовательности вида $\dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots$ наиболее простые, анализируя которые на основании утверждения 2, можно сделать некоторые предположения о спектре весов. Применяя аналогичные рассуждения, например, к информационным последовательностям веса 6 вида $\dots 111 \dots 111 \dots$, можно показать, что существует порядка N таких последовательностей переходящих после перестановки в последовательности вида $\dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots$ где \times - $3n$ нулей ($k = 0, 1, 2, \dots$), что дает в спектре еще N слов веса $w = 22 + 6k$. Интересно, что существует порядка N информационных последовательностей веса 9 вида $\dots 111 \dots 111 \dots 111 \dots$, переходящих в последовательности такого же вида, причем вес кодовых слов, порожденных этими последовательностями $w = 21$.

Вывод: хотя данный способ перестановки позволяет получить более значительные минимальные расстояния, однако спектр весов такого кода богат словами малого веса.

3.3. Модифицированная неслучайная перестановка

Основываясь на рассуждениях сделанных для неслучайной перестановки, можно предложить способ, который позволяет исключить определенные регулярные переходы: модифицированную неслучайную перестановку. Так, например, между последовательностями, рассмотренными в следствии к утверждению 2, пары n и n' теперь не могут быть произвольными, т.к. установлен определенный порядок следования бит.

Рассмотрим для начала $K = 2$ и входную информационную последовательность веса четыре $\dots 1001 \dots 1001 \dots$, такую, что все единичные биты расположены в одной строчке. Выходная последовательность формируется путем считывания по столбцам, значит после перестановки на выходе не может получиться последовательности вида $\dots 1001 \dots 1001 \dots$, т.к. в таком случае одна пара единичных бит должна располагаться в строке 1, а другая пара во 2-ой строчке. Если же первый пакет расположен в 1-ой строчке, а 2-ой во второй, то, выбирая различные параметры в каждой строчке,

убеждаемся, что в общем случае утверждение 2 здесь не проходит. А вот переходы между последовательностями вида $\dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots$, например, для $n = 0$ и $n' = 1$ уже таким выбором параметра K не исключаются.

Выбор $K = 3$ не целесообразен, т.к. не исключается переход между последовательностями вида $\dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots$ для $n = n' = 0$, что дает верхнюю оценку минимального расстояния равную 20, хотя, конечно, при рассмотрении пакетов другого вида такой выбор K приводит к значительному сокращению компонент спектра весов кода в сравнении с неслучайной перестановкой. Вообще, с точки зрения рассматриваемых последовательностей в случае компонентных кодов (7,5) выбирать K кратное 3 не следует.

Выбирая $K > 2$ и не кратное 3 можно существенно повысить оценку минимального веса для турбокода по последовательностям вида $\dots 10 \times 01 \dots 10 \times 01 \dots$. Так для $K = 4$ получаем, что минимальный вес не превосходит величины 32, для $K = 5$ не превосходит 36, для $K = 7 - 44$. *Следует подчеркнуть, что данная перестановка не гарантирует отсутствия слов меньшего веса, но при такой перестановке можно сместить границу существенных компонент в спектре весов кода в область больших значений.*

3.4. Альтернативная неслучайная перестановка

Однако, можно поступить по-другому: использовать такую формулу, которая не обладает свойством “регулярности” в рассматриваемом смысле. Можно предложить перестановки задаваемые формулой, например:

$$j' = p * j^m \pmod{N + 1}$$

Где p и m - фиксированные, выбранные параметры. Так в случае $m = 1$ получаем рассмотренную неслучайную перестановку. Следует учесть, что для выполнения условия взаимнооднозначности параметры p , m и N не могут быть произвольными: m не может быть четным (т.к. для бит в позициях j и $N + 1 - j$ значение j' будет одинаковым), возможные значения N зависят от m , а p и $N + 1$ должны быть взаимнопросты. Для перестановок такого типа, в случае $m > 1$, утверждение 2 в общем случае не выполняется, т.к. в этом случае изменение расстояния между позициями пары бит после перестановки зависит от самих значений позиций бит, иными словами: *величина “размазывания” информационного пакета зависит от расположения самого пакета в информационном кадре.* Однако, наличие указанного свойства в этом случае не гарантирует, что локализованный информационный пакет не окажется опять локализованным пакетом после перестановки. Это приводит к поиску таких значений параметров, которые бы давали перестановки, обладающие лучшими свойствами в указанном смысле.

Случай $m = 1$ заставляет, в силу отличия свойств от случая $m > 1$, такую перестановку рассматривать отдельно (раздел 3.2), остальные же отнесем к случаю альтернативной неслучайной перестановки. Следует заметить, что в работе данная перестановка подробно не рассмотрена, а приведена именно в качестве “альтернативы”. В качестве примера в работе приведен случай $m = 3$.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ РАССТОЯНИЙ

В данном разделе приводятся результаты экспериментальных оценок спектров весов кодов с рассматриваемыми перестановками. Для того, чтобы убедиться на сколько состоятельна оценка минимального расстояния турбокода со случайной перестановкой по информационным последовательностям веса два, на графике 1 отображены оценки минимального расстояния 1000-и турбокодов со случайной перестановкой (каждый раз генерировалась новая перестановка) по всевозможным информационным последовательностям веса три (по оси X отложены значения полученного минимального расстояния, а по оси Y количество кодов):

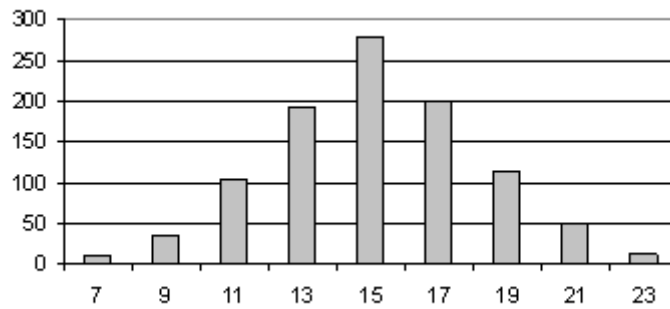


График 1.

Тогда как для информационных последовательностей веса два и тех же самых перестановок получена оценка минимального расстояния, таблица 1:

| Вес | 10 | 11 | 12 | 14 |
|-------|-----|----|-----|----|
| Кодов | 862 | 1 | 135 | 2 |

Таблица 1

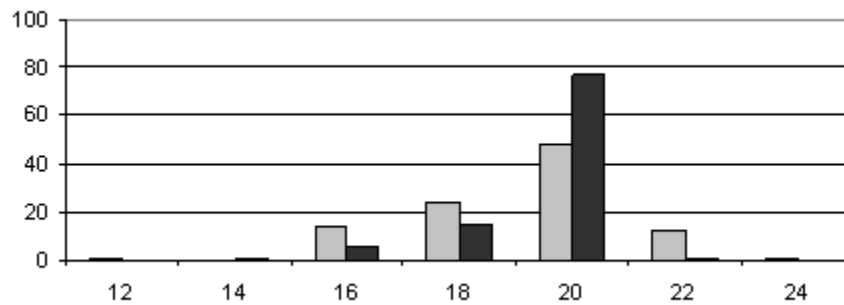


График 2.

Также, на графике 2 серым цветом приведены оценки минимального расстояния 100-а турбо кодов с рассматриваемым типом перестановки по всевозможным информационным последовательностям веса четыре, таких, что все единичные биты укладываются на длине 50 (пакет информационных бит веса 4 и длиной 50), а черным цветом отмечены оценки по всевозможным информационным последовательностям тоже веса четыре, но специального вида $\dots 1001 \dots 1001 \dots$:

Общая оценка и сравнение спектров турбокодов с рассматриваемыми перестановками проводится по информационным пакетам веса один, два, три и последовательностям специального вида: $\dots 1001 \dots 1001 \dots$, $\dots 1000001 \dots 1000001 \dots$, $\dots 111 \dots 111 \dots$ и $\dots 1001 \dots 1001 \dots 1001 \dots$. Результаты представлены на графиках: по оси X отложены значения веса кодового слова, а по оси Y - количество слов заданного веса. В качестве сравниваемых были выбраны перестановки с определенными параметрами, так для случайной перестановки длина кадра была выбрана равной 1000, график 3.

Можно сделать следующие заключения:

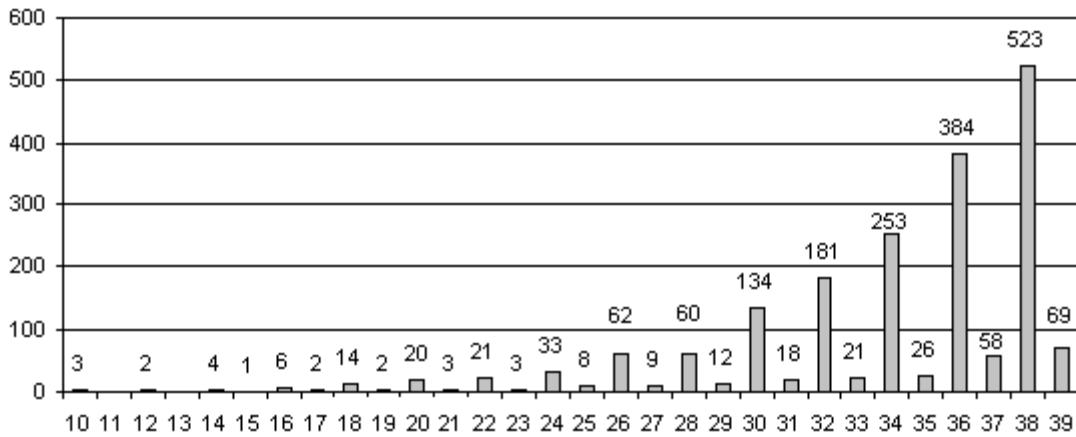


График 3, оценка спектра турбокода со случайной перестановкой.

1. Спектр турбокода со случайной перестановкой содержит небольшое число слов малого веса, спектр нарастает плавно (нет ярко выраженных компонент). Следовательно, в области малых уровней шумов определяющими исправляющие возможности кода являются слова наименьшего веса.
2. Для большинства кодов с такой перестановкой справедлива оценка минимального расстояния по информационным последовательностям веса два и вида $\dots 1001 \dots$.
3. Для турбокодов со случайной перестановкой существуют коды достигающие минимально возможного веса - 7.

Неслучайная перестановка: длина кадра 996, параметр $p = 89$, график 4.

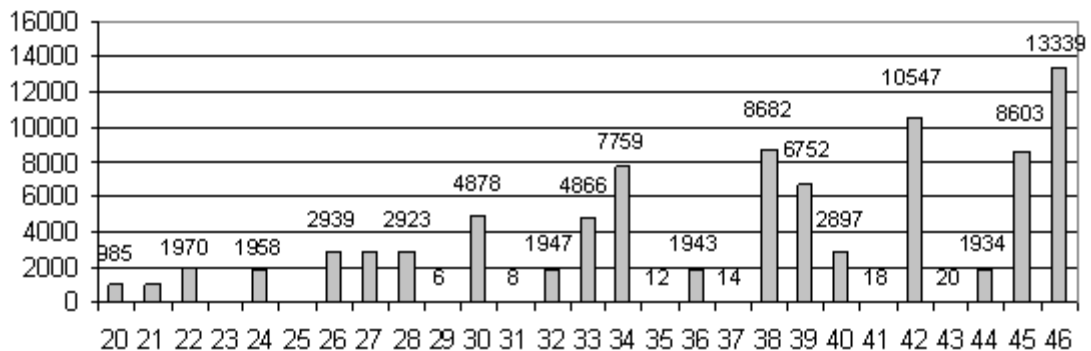


График 4, оценка спектра турбокода с неслучайной перестановкой.

Слов наименьшего веса много, спектр богат словами малого веса. Хорошо заметно, что спектр состоит из ярко выраженных компонент с числом слов приблизительно кратным размеру информационного кадра - результат проявления свойства "регулярности", на которое обращено внимание при анализе данного способа перестановки.

На графике 5, для наглядности, совмещены спектры турбокодов с модифицированными неслучайными перестановками с различным количеством строк:

1. $K = 2$ (количество строк), длина кадра $2 * 498 = 996$, параметры $p_1 = 37, p_2 = 27$ (черный цвет).
2. $K = 3$, длина кадра $3 * 330 = 990$, $p_1 = 23, p_2 = 45, p_3 = 19$ (белый цвет).
3. $K = 5$, длина кадра $5 * 198 = 990$, $p_1 = 178, p_2 = 164, p_3 = 84, p_4 = 14, p_5 = 54$ (серый цвет).

Параметры выбраны следующим образом: производилась генерация серии значений случайным образом (для каждого количества строк - своя серия, порядка 10000 вариантов для случая $K = 5$, для остальных K порядка 1000), далее производился отбор из серии с целью получения спектра (по данным оценкам) с наименьшим минимальным значением веса кодового слова.

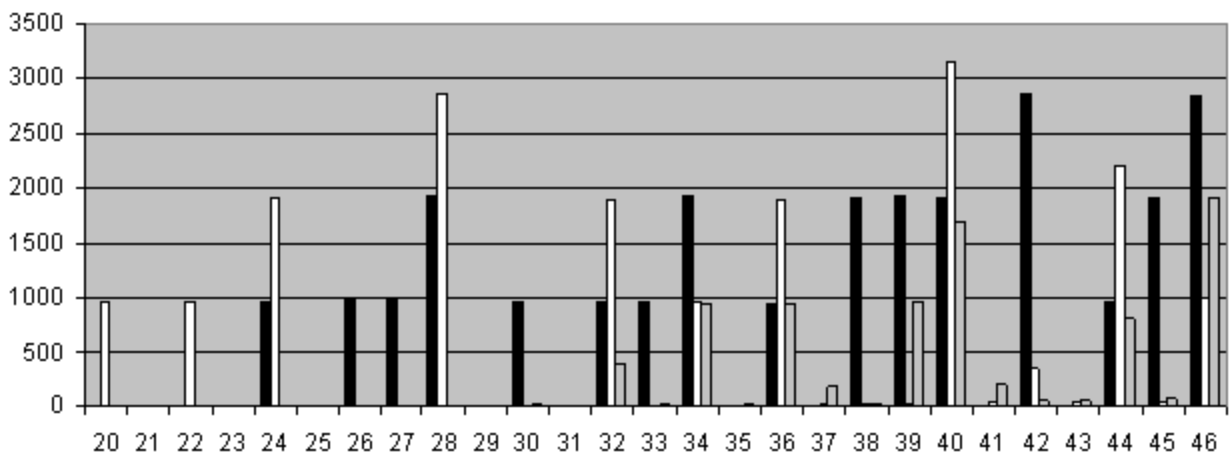


График 5, оценки спектра турбокодов с модифицированной неслучайной перестановкой и различным значением числа строк - $K(2, 3, 5)$.

Видно, что по данным оценкам, вариант $K = 3$ дает спектр с наибольшим количеством слов минимального веса (минимальный вес - 20), тогда как перестановка с числом строк равным пяти дает код с оценкой минимального веса - 25 (первая “существенная” компонента имеет вес 32; на графике 6 отдельно приведена оценка спектра турбокода с такой перестановкой). Заметим, что спектры кодов носят выражено линейчатый характер. Здесь следует сказать, что при попытке получить хорошую перестановку путем случайного выбора параметров с числом строк равным семи не привели к положительному результату. Всегда находились слова, которые имели вес порядка 20-24 или даже менее, это связано с растущим влиянием информационных пакетов, перекрывающих границу двух смежных строк, т.к. растет число строк, а длины их уменьшаются. Думается с ростом общей длины информационного кадра это влияние ослабевает, однако, здесь уже следует обратить внимание не на случайный выбор параметров, а на последовательный поиск параметров с учетом выбранных значений в предыдущих строках.

И в завершении, на графике 7, приведен спектр кода с альтернативной неслучайной перестановкой ($m = 3$), длина кадра 1009 и параметр $p = 339$. Отдельно следует сказать несколько слов о выборе параметров. Как было обращено внимание в предыдущей главе, при данной перестановке не все значения длины кадра могут быть выбраны. Проведенный отбор показал, что для длин кадра до 1500, подходящими значениями является 310 чисел (для длин до 5000 - 1171 число). При этом, однако, для большинства значений пар N и p (см. формулу перестановки) существуют такие информационные

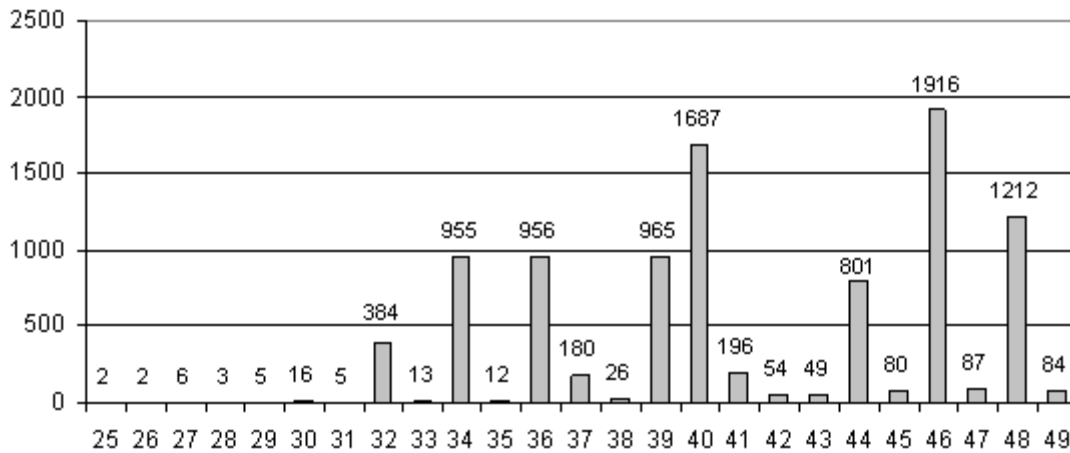


График 6, оценка спектра кода с модифицированной неслучайной перестановкой с $K = 5$.

последовательности вида $\dots 1001 \dots$ (локализованный информационный пакет), которые после перестановки переходят в аналогичные, что дает оценку минимального расстояния турбокода с такой перестановкой, как и в случае со случайной перестановкой, равную 10. Вообще, отличие альтернативной неслучайной перестановки от неслучайной перестановки состоит в существенно большем влиянии параметра p : изменение на единицы приводит к существенному изменению минимального расстояния, тогда как для неслучайной перестановки спектр в области малых весов меняется слабо в большом диапазоне изменений параметра. Дальнейший отбор уже пар значений N и p выявил, что число возможных значений быстро сокращается, так для оценки минимального расстояния по локализованным информационным пакетам веса два равной 16 и длин информационного кадра не превышающих 1200 приемлемыми является 96 значений N (для каждого N всего несколько возможных значений параметра p). Для оценки равной 20 подходит только $N = 985$ с параметром $p - 297$ и 689 (следующее значение $N - 1297$ с параметром $p - 377$ и 921). Однако по другим последовательностям, используемым для оценки спектров кода, код с $N = 985$; не прошел проверку на минимальность, поэтому взят код, который имеет по всем рассматриваемым оценкам - минимальное расстояние 18.

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ В КАНАЛЕ С ГАУССОВСКИМ ШУМОМ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Моделирование передачи по двоичному каналу с гауссовским шумом проводилось на компьютере с использованием специально написанной программы моделирования. Использовалось итерационное декодирование с применением субоптимального (MaxLog) APP алгоритм [8], [9]. При декодировании велось наблюдение числа ошибок, путем сравнения с исходным информационным кадром, если ошибок не обнаруживалось, то декодирование останавливалось, в противном случае проводилась следующая итерация декодирования, максимальное число итераций ограничено 50-ю. Такой подход позволяет существенно ускорить процесс моделирования в отличие от случая фиксированного числа итераций, т.к. при больших отношениях сигнала к шуму исправление всех ошибок для большинства случаев происходит уже после нескольких итераций.

Результаты моделирования представлены на рисунке 2, на котором отображены статистические результаты после декодирования, по оси Y отложены значения BER, по оси X отношения энергии на один информационный символ к значению спектральной плотности гауссовского шума. В качестве перестановок использованы перестановки рассмотренные в разделе 4. Для каждой из перестановок в

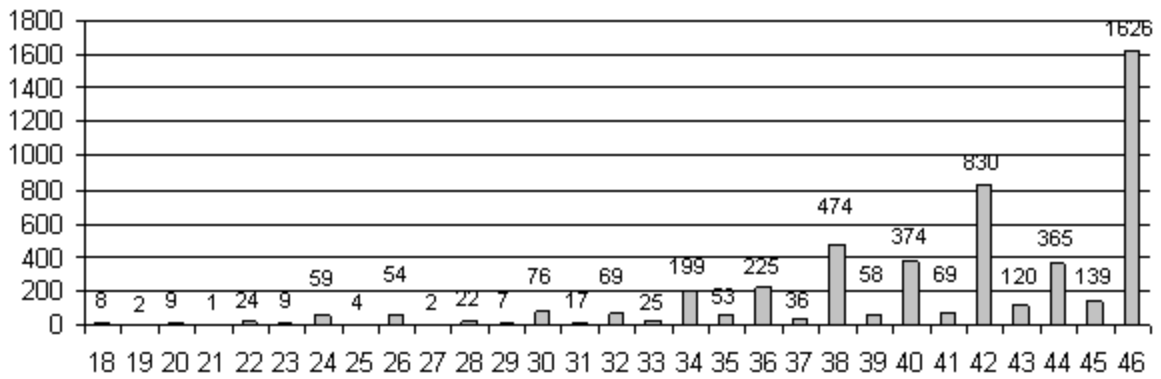


График 7, оценка спектра кода с альтернативной неслучайной перестановкой.

точке с наименьшей вероятностью ошибки получено не менее 30-ти кадров с ошибками, в остальных точках - несколько сотен.

Проанализируем характер ошибок для турбокодов с каждой из рассматриваемых перестановок в точках с наименьшими значениями вероятностей ошибок.

5.1. Случайная перестановка

Ошибки определяются исключительно словами наименьшего веса (в точках 4 и 5дб - все ошибки в информационной части веса два), именно теми, на основании которых сделана оценка о минимальном весе кодовых слов в разделе 3.1 согласно которому, найти перестановки с большим значением этого веса представляется маловероятным. Отметим, что данный код обладает наименьшим из всех рассмотренных кодов значением BER в точках со значением $E_b/N_0 > 4$ дб. Можно сделать вывод, что при таких отношениях сигнала к шуму использовать код с акой перестановкой нецелесообразно.

5.2. Неслучайная перестановка

Характер ошибок: подавляющее число слов веса 20 и 21 (рассмотренные в разделе 3.2), присутствуют и некоторые другие составляющие, *но все ошибки в информационной части имеют вид серии локализованных пакетов*; для двух слов 50-ти итераций не хватило для декодирования (в т. 5.0дб).

Отметим, что турбокод с такой перестановкой показывает самые большие значения BER при отношениях сигнала к шуму меньших 4.0дб: при значениях BER порядка -4.5 проигрыш составил порядка 1.1дб в сравнении с кодом со случайной перестановкой.

Такое поведение, как было отмечено в разделе 3.2, объясняется наличием большого числа слов в части спектра малых весов, а, т.к. данное свойство не зависит от выбора параметра p , поведение кривой BER при различных значениях этого параметра существенно не меняется, что заставляет в практических случаях отказаться от использования такой перестановки.

5.3. Модифицированная неслучайная перестановка, $K = 2$

Ошибки в информационной части также имеют вид серии локализованных пакетов, однако теперь они соответствуют словам веса 24 и 27; 6-ти словам не хватило 50-ти итераций декодирования.

Замечательно, что данный код при отношениях сигнала к шуму меньших 2.0дб и турбокод со случайной перестановкой имеют практически совпадающие значения BER, а при значениях превы-

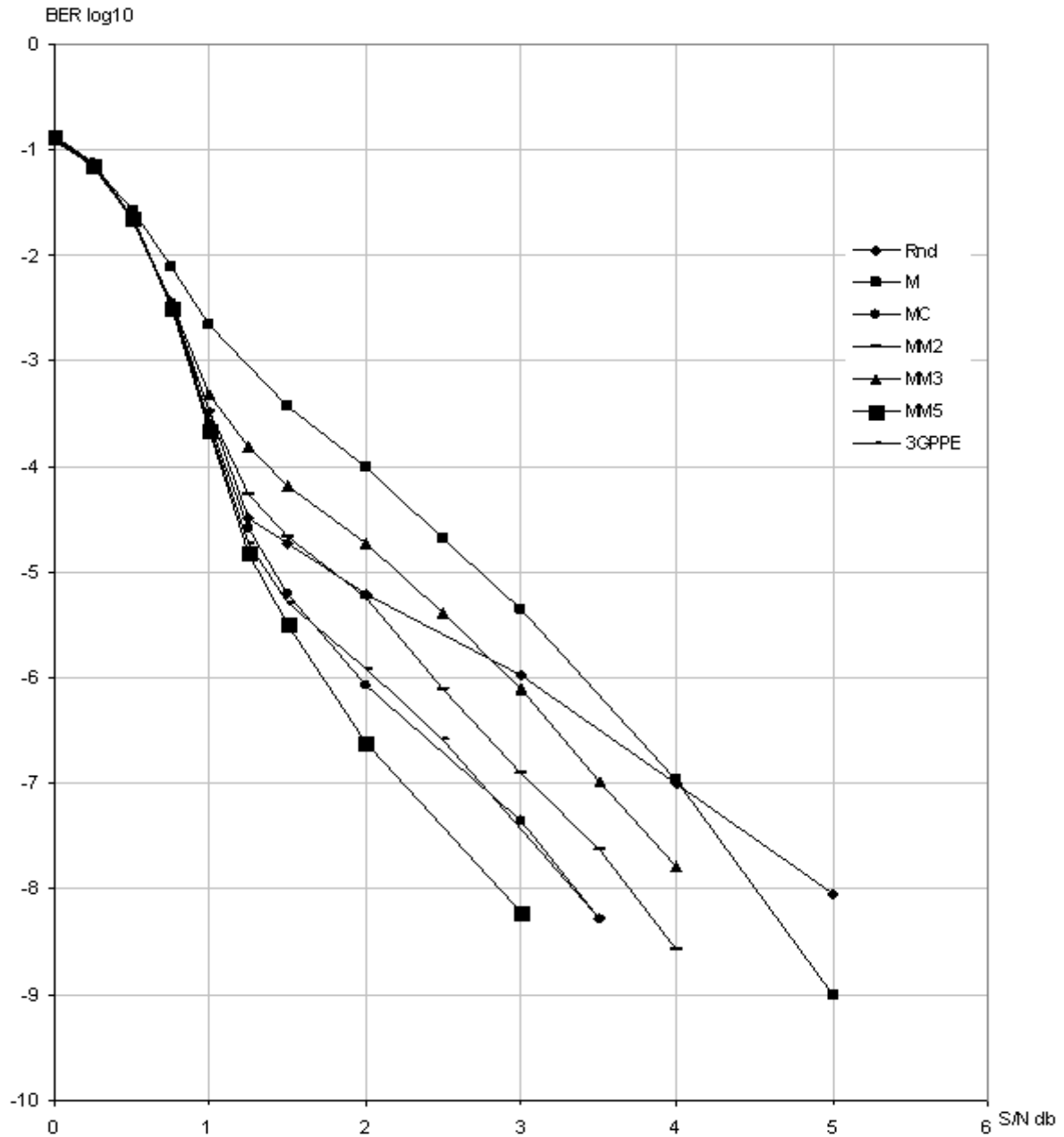


Рисунок 2.

шающих 2.0дб кривая BER для данного кода идет ниже, чем для сравниваемого кода: так при BER порядка -8 выигрывает 1.25дб.

Можно заключить: хотя оценка минимального расстояния для данной перестановки составляет 24 против 20 для кода с неслучайной перестановкой, такой способ дает существенно меньшее количество слов малого веса (видно из сравнения оценок спектров кодов).

5.4. Модифицированная неслучайная перестановка, $K = 5$

Для данного кода спектр ошибок приведен в таблице 2:

| | | | | | | | | | | |
|--------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|------------------|
| Вес слова | 26 | 26 | 30 | 30 | 32 | 34 | 34 | 35 | 40 | Недекодированные |
| Вес информационной части | 4 | 6 | 4 | 6 | 6 | 4 | 6 | 7 | 6 | - |
| Число слов | 7 | 4 | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 9 |

Таблица 1

Можно сделать следующие выводы:

1. Спектр ошибок наиболее разнообразен из рассмотренных перестановок.
2. Отсутствие слов малого веса говорит о том, что определяющими стали серии пакетов по которым не велся отбор перестановки, что говорит с одной стороны о правильном отборе, с другой указывает на наличие “существенных” компонент, которые не вошли в оценку спектра.
3. Велика доля слов для декодирования которых требуется более 50-ти итераций, если учесть долю этих слов то вероятность ошибки в т. 3.0дб уменьшится приблизительно в 5 раз.

Отметим, что данный код имеет наилучшее поведение BER, даже в сравнении с кодами, в которых использованы перестановки, принятые в качестве стандартов (3GPP-European, 3GPP-American). Уже при BER порядка -3 кривая идет ниже в сравнении с кривыми для всех рассмотренных кодов. При BER равном -8 выигрыш составляет более 2.1дб над кодом со случайной перестановкой, 1.6дб над кодом с неслучайной перестановкой и 0.83дб над кодом с модифицированной неслучайной перестановкой $K = 2$.

5.5. Альтернативная неслучайная перестановка

В отличие от кода со случайной перестановкой спектр ошибок в точке 3.5дб более разнообразен: присутствуют слова с весом информационной части 2,3,4,5, поэтому дальнейший отбор параметров с целью улучшения оценки минимального веса следует вести по широкому набору критериев, что довольно затруднительно.

Код с такой перестановкой уступает только коду с модифицированной неслучайной перестановкой, проигрывая ему 0.48дб при BER равном -8. При этом код обеспечивает ту же вероятность ошибки, что и турбокод с 3GPP-European перестановкой и выигрывает 0.34 дб у кода с 3GPP-American перестановкой и 1.6 дб у кода со случайной перестановкой, при этом легко задается всего парой параметров. В силу этих свойств данную перестановку можно использовать в качестве альтернативы существующим стандартам.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный способ улучшения неслучайной перестановки - модифицированная неслучайная перестановка, дает существенное улучшение характеристик турбокода. Уже при числе строк равном двум в области умеренных значений отношений сигнала к шуму достигаются результаты аналогичные результатам для турбокода со случайной перестановкой. В области же больших значений E_b/N_0 кривая вероятности ошибки имеет более крутой наклон, что обеспечивает лучшую исправляющую способность такого кода.

Для дальнейшего улучшения характеристик турбокодов с модифицированной неслучайной перестановкой следует расширять класс рассматриваемых входных информационных последовательностей (пример модифицированной неслучайной перестановки с $K = 5$) с целью подбора параметров.

Альтернативная неслучайная перестановка дает коды с большими минимальными расстояниями нежелезы случайная перестановка и не обладает большим числом слов малого веса в сравнении с

неслучайной перестановкой. К достоинствам данной перестановки можно также отнести малое количество параметров, которые ее задают. Из недостатков - ограниченный набор длин информационных кадров, для которых существуют данные перестановки с “хорошими” оценками минимальных расстояний. Здесь можно заметить, что как следует из предварительного анализа, при больших значениях m наблюдается рост числа пар p и N , дающих “хорошие” оценки минимального веса.

Следует заметить, что хотя в работе использовался сверточный код (7,5) в качестве компонентного турбокода, приведенные утверждения можно распространить на любые другие сочетания сверточных кодов, с той лишь разницей, что для других кодов существуют свои комбинации пакетов информационных бит, порождающие слова малого веса. Эти комбинации и следует рассматривать в качестве определяющих комбинаций спектра весов турбокодов в области малых весов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Berrou C. and Thitimajshima A. G. P., Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes(1). *Proc. IEEE International Conference on Communications*, Geneva, Switzerland, 1993, pp. 1064-1070.
2. Johannesson R., Zigangirov K. S., *Fundamentals of Convolutional Coding*. IEEE Press, 1999, ISBN 0-7803-3483-3.
3. Ramsey J. L., Realization of optimum interleavers, *IEEE Trans. Inform. Theory*, May 1970, vol. IT-16, pp. 338-345.
4. Heegard C., Wicker S. B. *Turbo coding*. Boston/Dordrecht/London: Kluwer Academic Publishers, 1999.
5. Valenti M. C., Turbo Codes and Iterative Processing. *Proc. IEEE New Zealand Wireless Communications Symposium*, 1998, Auckland New Zealand, Nov. 1998, pp. 1-7.
6. Wu Y., Design and Implementation of Parallel and Serial Concatenated Convolutional Codes. *A Preliminary Review of Initial Research and Proposal for Current and Future Work Toward Doctor of Philosophy Degree*. Blacksburg, Virginia, May 1999, pp. 1-144.
7. Battail G., A Conceptual Framework for Understanding Turbo Codes. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*. February 1998, Vol. 16 N2, pp. 245-254.
8. Bahl L. R., Cocke J., Jelinek F., and Raviv J., Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate. *IEEE Trans. Inform. Theory*. Mar. 1974, vol. IT-20, pp. 284-287.
9. Hagenauer J., Offer E., and Papke L., Iterative decoding of binary block and convolutional codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*. Mar. 1996, vol. 42, pp. 429-445.