

Метод обнаружения ошибочного декодирования с использованием списков

В.В.Зяблов, М.А.Цветков

Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия

Поступила в редколлегию 00.00.2004

Аннотация—При построении систем с обратной связью на основе кодов с наращиваемой избыточностью важное значение имеет обнаружение ошибочного декодирования. В данной работе рассматривается обнаружение ошибочного декодирования для параллельных каскадных конструкций с наращиваемой избыточностью. Предлагается новый метод обнаружения на основе построения списка наиболее вероятных ошибок. Применение данного метода позволяет сократить число бит наращивания, что важно в случае высокой вероятности запроса. Проводится сравнение с методом обнаружения по минимуму апостериорной вероятности, указаны основные преимущества данного метода. В заключении анализируется протокол запроса дополнительных проверок на основе предложенного метода.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время наиболее распространенные каскадные способы кодирования [1] приблизились по вероятностным характеристикам к предельным. Применение обратной связи обеспечивает достижение таких же результатов при меньшей сложности конструкции.

В [2, 3] рассмотрены коды с наращиваемой избыточностью - RCPCC (Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes) ориентированные на применение в системах с обратной связью. Основной подход, состоит в том, что при передаче из исходной кодовой последовательности производится выкалывание части символов, которые, в случае необходимости, передаются в качестве дополнительной информации.

Систему с обратной связью, построенную с использованием RCPCC кодов, далее будем называть *системой с наращиваемой избыточностью*. В дальнейшем будут рассмотрены параллельные каскадные конструкции с использованием RCPCC кодов в качестве компонентных.

В системах с наращиваемой избыточностью дополнительная информация возникает как для слов декодированных с ошибкой, так и для некоторой части слов декодированных правильно. Наличие дополнительных проверок приводит к дополнительным энергетическим потерям. Для минимизации потерь важное значение имеет выбор метода, по которому организуется запрос и его информативность о возможном характере ошибки. *Эффективностью* метода будем называть отношение вероятности обнаружения ошибочного декодирования к вероятности запроса дополнительных бит.

В данной работе предлагается и исследуется с позиции эффективности метод обнаружения ошибочного декодирования на основе списка наиболее вероятных ошибок. Данный метод обладает тем свойством, что *позволяет локализовать участки декодированного слова, в которых могут содержаться ошибки*, и тем самым существенно снизить величину наращиваемых бит.

В разделе 2 рассматривается вопрос эффективности метода обнаружения ошибочного декодирования, определяются рассматриваемые способы обнаружения ошибочного декодирования. В разделе 3 приведена конструкция кода, на базе которой анализируются методы, рассмотрен вопрос построения списка наиболее вероятных ошибок. Далее, в разделе 4, приведены вероятностные характеристики систем с наращиваемой избыточностью, полученные в ходе моделирования, выполнен сравнительный

анализ эффективности методов. В заключении, в разделе 5, даются общие выводы, рассматривается связь метода с системой с наращиваемой избыточностью.

2. ЭФФЕКТИВНОСТЬ МЕТОДА ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОЧНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ.

Для оценки эффективности применения того или иного метода рассмотрим систему с наращиваемой избыточностью.

Для выбранного варианта кодовой конструкции, канала (в нашем случае Гауссовского), алгоритма декодирования и числа итераций вероятность получить на выходе декодера ошибочное слово, есть функция отношения энергии сигнала к спектральной плотности шума:

$$P_e = F\left(\frac{E_s}{N_0}\right)$$

Для оценки эффективности кода, принято относить результаты к энергии на информационный символ. Для кодов с постоянным числом проверочных и информационных символов это соотношение определяется скоростью кода

$$E_s = R_0 E_b$$

$$R_0 = \frac{N_i}{N_i + N_p} = const$$

где N_i и N_p число информационных и избыточных бит соответственно (предполагаем систематичность кода), тогда выражение для вероятности ошибки выглядит следующим образом:

$$P_e = F\left(\frac{R_0 E_b}{N_0}\right) \quad (1)$$

При организации системы с запросом дополнительных избыточных бит, величина R перестает быть постоянной, поэтому для оценки эффективности такой системы выражение (1) необходимо переписать рассматривая среднюю скорость:

$$\tilde{R} = \frac{1}{N} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N R_i$$

Заметим, что т.к. скорость $R_i \leq R_0$ (начальной скорости), то скорость \tilde{R} можно рассматривать как

$$\tilde{R} = R_0 R_k$$

где $R_0 = const$, а R_k учитывает эффект от введения запрошенных дополнительно бит, при этом R_k есть функция отношения энергии сигнала в канале к спектральной плотности шума. Используя логарифм отношения энергии сигнала к спектральной плотности шума, выражение (1) можно переписать в следующем виде:

$$P_e = \hat{F}\left(E_{SNR} - 10 \log\left(\frac{1}{R_k}\right)\right), \quad E_{SNR} = 10 \log\left(\frac{E_b}{N_0}\right) \quad (2)$$

здесь E_{SNR} - энергетическая характеристика канала с учетом начальной скорости кода, а величина $\log(1/R_k) \geq 0$ - **определяет энергетические потери связанные с запросом дополнительной информации**. Эта величина есть возрастающая функция D - вероятности запроса дополнительных бит для одного слова (как результат усреднения по большому числу слов).

Оценкой может послужит линейная зависимость R_k от D , что справедливо в случае, когда система одинаково ведет себя на каждое декодирование при котором требуется запрос дополнительный информации, что необязательно. В таком случае, если наращиваемая информация не превышает размера одного кодового слова (кадра)

$$R_k = 1 - D + R_a D = 1 - D(1 - R_a)$$

здесь R_a - потеря в скорости связанная с одним запросом, тогда в случае если

$$R_a \approx 1, \text{ мала потеря на один запрос} \quad (3)$$

либо

$$D \ll 1, \text{ мала вероятность запроса} \quad (4)$$

для (2) выражение потери

$$10 \log \left(\frac{1}{R_k} \right) \approx \frac{10}{\ln 10} (1 - R_a) D = AD \sim D \quad (5)$$

т.е. *потеря в энергетике пропорциональна доле слов, для которых потребовался запрос дополнительных бит.*

В общем случае зависимость R_k от D может отличаться от линейной, но выражение остается в силе и для такой системы, если R_a есть среднее значение потери в скорости по всем словам с запросом. Если среднее значение потери определить затруднительно, то данное выражение можно использовать как верхнюю оценку потери в энергетике, использовав максимально возможную потерю в качестве R_a .

Таким образом, D является одним из определяющих параметров эффективности метода обнаружения ошибочного декодирования с точки зрения энергетических потерь, вызванных запросом наращиваемых бит.

При создании системы с наращиванием вместе с выбором способа обнаружения ошибочного декодирования решается задача построения стратегии запроса: какую и сколько информации передавать в случае обнаружения слова-кандидата на ошибку, что в итоге и определяет величину R_a . В данной работе не рассматривается организация целой системы, и, поэтому, останавливаться подробно на выборе стратегии запроса здесь не будем. Некоторые слова на этот счет также будут даны в заключении.

Также как и R_k , вероятностные характеристики метода обнаружения слова-кандидата на ошибку, на которое выдается запрос дополнительной информации, можно представить как некую функцию от отношения энергии сигнала к спектральной плотности шума:

$$P_{ek} = P_k P_e = F_k \left(\frac{E_s}{N_0} \right) F \left(\frac{E_s}{N_0} \right) \quad (6)$$

Таким образом, поведение метода определяется вероятностью возникновения запроса - D и вероятностью пропустить слово с ошибкой P_k . Отсюда логичным образом вытекает понятие **идеального метода**: метод для которой $P_k = 0$, а вероятность возникновения запроса наименьшая.

Из условия равенства нулю P_k следует, что в случае идеального метода переспрашиваются все слова с ошибкой, а значит

$$D \geq \hat{F}(E_{SNR})$$

и минимально возможное значение

$$D_i = \hat{F}(E_{SNR}) \quad (7)$$

т.е. для идеальной оценки в предположении (3) или (4)

$$P_{ek} = 0$$

$$\Delta_{SNR} = 10(1 - R_a)\hat{F}(E_{SNR}) - \text{потеря в энергетике}$$

Отсюда следует, что если для реального метода вероятность запроса меньше D_i , то для такого метода $P_k \neq 0$.

Можно предложить различные конструктивные методы обнаружения. Все их можно разделить на два основных вида: системы, которые вводят дополнительную избыточность в поток (контрольные суммы) и системы, которые используют уже имеющуюся кодовую избыточность. Первые системы работают на сравнении результата контрольной проверки после декодирования с контрольной проверкой вычисленной на передающем конце, для таких систем вероятность запроса дополнительной информации $D < D_i$, т.к. правильно декодированное слово никогда не будет переспрошено. Вторые оперируют некоторой величиной вычисляемой в процессе декодирования с последующим сравнением ее с некоторым порогом, определенном заранее. Для таких методов доля слов-кандидатов может существенно отличаться от D_i определяемого (7), за счет выбора параметра.

Первые более просты в описании и определении их вероятностных характеристик, однако не позволяют локализовать ошибки, что в случае частого возникающего запроса делает их малоприменимыми. Поэтому далее рассмотрим методы принадлежащие второй группе.

При построении параллельных каскадных кодов предполагается итеративное декодирование с использованием по каждому из компонентных кодов SISO “мягкий - вход - мягкий - выход” декодеров [4]. Такой декодер оперирует некоторой величиной для каждого бита, называемой “надежностью”. Первоначально надежность определяется значениями принятыми из канала и в рамках модели канала с заданным отношением сигнала к шуму представляет собой вероятностную характеристику принятого значения. Однако при проведении итеративного декодирования, в силу статистической зависимости результатов декодирования, данная величина перестает быть адекватной вероятностной мерой, но, несмотря на это, продолжая итеративный процесс можно с некоторой вероятностью получить кодовое слово, ближайшее к принятой последовательности.

Из рассмотрения схемы декодирования, а именно вероятностной природы “надежности”, вытекает следующий способ обнаружения: если в результате декодирования окажется, что минимальная надежность (апостериорная вероятность) символа окажется меньше установленного порога, т.е. некоторый символ недостаточно надежный, то такую принятую последовательность необходимо отнести к множеству кандидатов на наличие ошибки и выдать запрос на передачу дополнительной информации.

При декодировании по минимуму расстояния, которое для канала без памяти совпадает с декодированием по максимуму правдоподобия, обязательно выдается некоторое кодовое слово. В работах [5, 6] рассматривается декодирование с гарантией, при таком подходе в результате декодирования наряду с выдачей кодового слова может иметь место и отказ от декодирования. Принятое слово \hat{c} отождествляется с некоторым кодовым словом c_0 тогда и только тогда, когда для всех кодовых слов c , отличных от c_0 , выполняется условие

$$P(\hat{c}|c_0) \geq e^{\nu n} P(\hat{c}|c), \quad c \neq c_0 \quad (8)$$

где $P(\hat{c}|c)$ - условная вероятность принять слово \hat{c} , если известно, что было передано слово c , а ν - коэффициент гарантии.

Декодирование с гарантией ($\nu > 0$) отличается от декодирования по максимуму правдоподобия ($\nu = 0$) тем, что при этом может оказаться, что среди кодовых слов нет ни одного, для которого выполняется условие (8), т.е. будет отказ от декодирования. При увеличении коэффициента гарантии ν происходит уменьшение зоны приема вокруг каждой кодовой точки, а потому и уменьшение вероятности ошибочного декодирования, одновременно увеличивается зона отказа от декодирования

(стирания). Это явление получило название *обменного соотношения* между вероятностями ошибки и стирания.

Для осуществления такого декодирования необходимо располагать алгоритмом декодирования результатом которого было бы не слово, а некоторый список наиболее вероятных слов. В настоящее время известны алгоритмы для блочных и сверточных кодов, которые позволяют строить такие списки [7, 8], однако, для параллельных каскадных сверточных кодов напрямую алгоритм [8] применить практически невозможно. Здесь можно предложить следующий подход:

- для линейного кода строится список L слов наименьшего веса в предположении, что наиболее вероятные ошибки имеют малый вес.
- при декодировании принятого слова \hat{c} используется обычная итеративная схема, результатом которого является некоторое кодовое слово c_0 .
- для всех слов из списка L (в случае Гауссовского канала) осуществляется проверка неравенства:

$$d_{(\hat{c}, (c_0 \oplus c_i))}^2 - d_{(\hat{c}, c_0)}^2 > \Delta, \text{ для всех } c_i \in L \quad (9)$$

где $d_{(a,b)}$ - евклидово расстояние между образами кодовых слов a и b , а знак \oplus означает побитовое суммирование двух кодовых слов.

- в случае если существует хотя бы одно слово из списка, для которого неравенство (9) не выполняется, считаем, что слово \hat{c} является кандидатом на ошибку и выдаем запрос на передачу дополнительной информации.

Неравенство (9) в данном выступает в роли (8), но только для слов из списка L , а величина Δ определяет коэффициент гарантии, а для Гауссовского канала допускает простую вероятностную интерпретацию. Критической величиной здесь выступает объем списка L . Объем списка с увеличением минимального значения веса включенных в него слов быстро растет, при этом имеются вычислительные трудности с его построением. О построении списка будет рассказано в следующем разделе.

Таким образом, под наше рассмотрение попали следующие методы обнаружения:

- *Идеальный метод (Ideal)* - назовем таковым метод, который обеспечивает 100 процентное определение ситуации как ошибочного так и безошибочного декодирования.
- *Метод по минимальности APP (Min)* - пороговый метод, основанный на сравнении с заранее выбранным параметром минимального абсолютного значения апостериорной вероятности (APP) на выходе декодера.
- *Метод по списку (List)* - пороговый метод, использующий заранее построенный список слов - наиболее вероятных ошибок. Достоверность декодирования определяется по оценке близости декодированного слова и декодированного слова плюс слово из списка по отношению к принятому.

3. КОНСТРУКЦИЯ. ПОСТРОЕНИЕ СПИСКА.

В работе методы обнаружения ошибочного декодирования анализировались на примере параллельного каскадного (турбо) кода с двумя одинаковыми сверточными кодами. В качестве компонентного кода использовался код со скоростью $R = 2/3$, полученный путем выкалывания из исходного кода памяти 3 со скоростью $R = 1/2$ и порождающей матрицей:

$$G = \left(1 \quad \frac{1 + D + D^2 + D^3}{1 + D + D^3} \right)$$

период выкалывания равен 4, матрица выкалывания:

$$P = (1100)$$

0 - выкалываемый бит, 1 - передаваемый бит. Данный код несколько отличается от кода, приведенного в [2], из-за необходимости перехода к систематическому кодированию для параллельной каскадной конструкции.

Информационный кадр представлен на рисунке 1. Последовательность бит, поступающих на вход

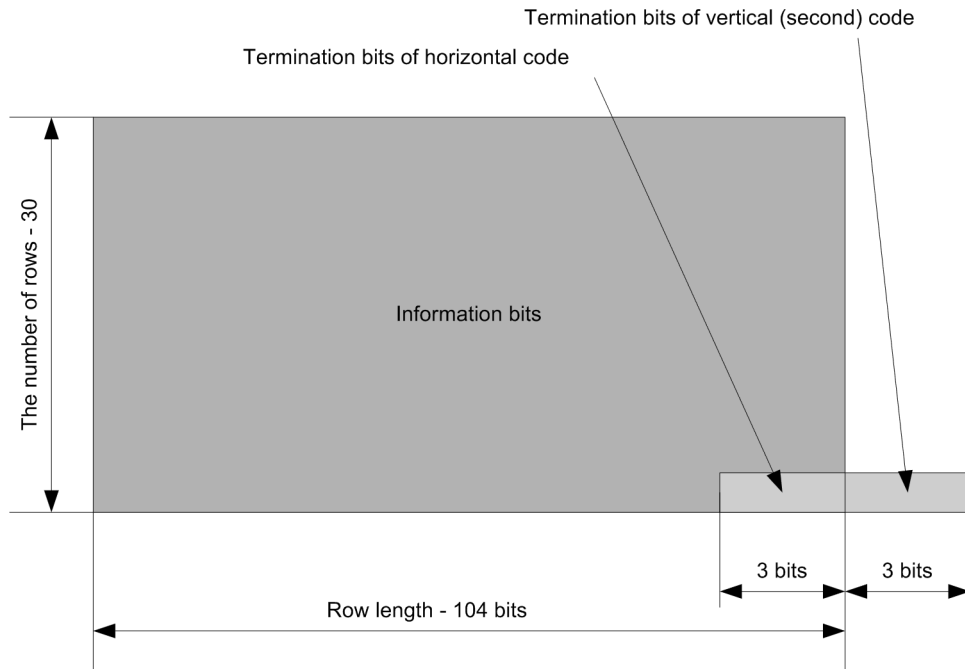


Рис. 1. Структура информационного кадра.

первого кодера - 3120 бит записывается по строкам матрицы размером 30×104 начиная с первой, 3117 бит - информационные, последние 3 - терминирующие. После того, как в каждой строке осуществляется независимая случайная перестановка, последовательность бит считывается по столбцам и поступает на вход кодера второго компонентного кода, за счет чего осуществляется перестановка (*permutation*). В конец последовательности добавляется 3 терминирующих бита второго кодера. Тем самым терминирующие биты второго кода не кодируются кодером первого, в то время как, терминирующие биты первого кода кодируются кодером второго.

Для метода с использованием списка требуется построение списка слов (в силу свойства линейности кода) - вероятных ошибок. В общем случае его построение практически затруднительно уже при малых длинах информационного кадра, здесь необходимо отдельно решать задачу оценки спектра в области малых весов (предполагаем гауссовский канал, т.е. наиболее вероятными считаем ошибки малого веса). Внимание данному вопросу было уделено см., например [9]. На основании проведенного исследования в [9] основной вклад в спектр кода в области малых весов вносят одиночные, двойные и т.д. локализованные информационные пакеты малого веса. Для достаточно точной оценки спектра в области малых весов для вычисления спектра были рассмотрены одиночные информационные пакеты веса 2, 3, 4, 5 и 6; пары локализованных информационных пакетов следующих весовых сочетаний по одиночным пакетам (*информационными шаблонами*): (2,2), (2,3), (3,2), (2,4), (4,2), (3,3); и тройки локализованных информационных пакетов с сочетанием (2,2,2).

Оценка спектра проводилась до составляющих веса 26 включительно. Для того чтобы с одной стороны гарантировать учет всех слов с заданным информационным шаблоном, а с другой стороны уменьшить количество перебираемых информационных пакетов рассматриваемой конфигурации, для

каждого из локализованных пакетов делалось ограничение на его возможную максимальную длину исходя из построенных активных расстояний [10] для компонентных кодов.

В силу того, что локализованные информационные пакеты параллельной каскадной конструкции являются также локализованными и для компонентных кодов, то для сокращения перебираемых вариантов первоначально были построены списки локализованных пакетов заданного информационного веса для компонентных кодов, и затем перебор велся уже по пакетам из этих списков.

Дальнейшее сокращение время построения списка было достигнуто за счет рассмотрения данных информационных шаблонов как на входе кодера первого кода (т.е. до перестановки), так и на входе кодера второго кода (т.е. после перестановки), что позволило существенно сократить максимальную длину локализованных пакетов отдельно для каждого из вариантов без ущерба для полноты поиска.

После рассмотрения каждой из информационных конфигураций все полученные слова объединены. Заметим, что в результате некоторые слова могли попасть в список более одного раза, поэтому повторяющиеся слова удалены. В результате получена следующая оценка спектра кода:

Вес	К-во слов
12	3
14	13
16	60
18	156
19	2
20	330
21	9
22	611
23	38
24	1079
25	80
26	1956

Оценка спектра турбо кода скорости $R = 1/2$ в области малых весов.

В данную оценку не попали слова являющиеся линейной комбинацией непересекающихся (не имеющих общих единичных позиций) других слов из списка (для списка слов с весом не превышающим 26 это относится к словам веса 12 и 14), т.к. оценки по информационным пакетам веса 2 и 3 дали слова веса превышающего 20, а линейные комбинации информационных пакетов большего веса дают информационные шаблоны, которые не рассматривались при получении оценки.

Однако если бы такое случилось, то такие слова нужно было бы для сокращения списка исключить, т.к. при оценке по списку ошибка такого вида будет обнаружена, как ошибка по некоторому подмножеству кодовых слов меньшего веса (уже включенных в список) в силу того, что в рассматриваемом случае:

$$d_{(\hat{c}, \sum_i c_i)} = \sum_i d_{(\hat{c}, c_i)}$$

где $\sum_i c_i$ - линейной комбинацией непересекающихся кодовых слов c_i , а $d_{(\hat{c}, c)}$ - определяет расстояние (возможно < 0) от декодированного слова до декодированного плюс слово c , и если (неравенство (9))

$$d_{(\hat{c}, c_0 \oplus \sum_i c_i)}^2 - d_{(\hat{c}, c_0)}^2 < \Delta = \text{порог}$$

то найдется хотя бы одно i_0 такое, что

$$d_{(\hat{c}, c_{i_0})}^2 - d_{(\hat{c}, c_0)}^2 < \Delta$$

Таким образом, объем списка кодовых слов с весом не превышающим заданный для рассматриваемого параллельного каскадного кода:

Макс-ый вес слов	К-во слов в списке
19	234
21	573
23	1222
26	4337

Объем списка кодовых слов с заданным максимальным весом.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОЧНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ

Моделирование системы с рассматриваемыми методами обнаружения ошибочного декодирования проведено для случая 50, 20 и 10 итераций декодирования для случая BPSK (Binary Phase-Shift Keying) модуляции и AWGN (Additive White Gaussian Noise) канала. При декодировании применялся оптимальный MAP (Maximum A Posteriori) алгоритм декодирования [11]. Анализ проводился в трех контрольных точках 0,75дБ, 1,0дБ и 1,25дБ. Вероятностные характеристики исходного кода (без обратной связи) представлены на рисунке 2. Для 50 итераций результаты близки к результатам системы

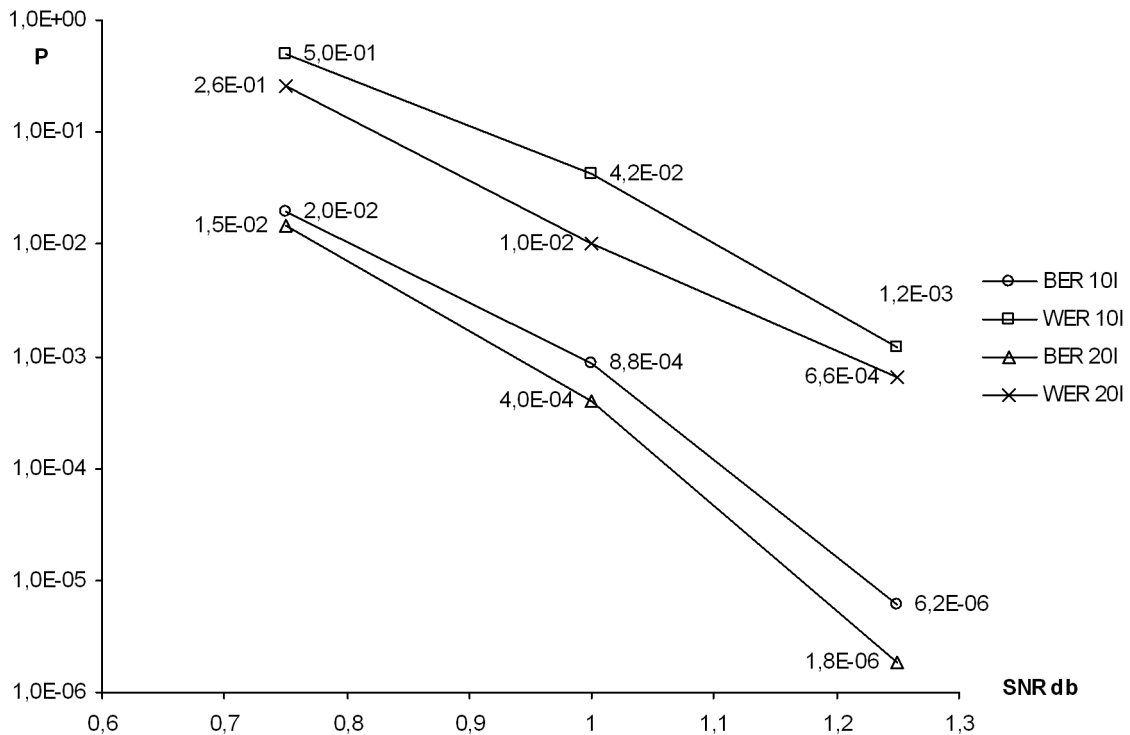


Рис. 2. Зависимость вероятности ошибки на бит (BER) и слово (WER) от отношения энергии сигнала на информационный бит к спектральной плотности шума (SNR) для 10 и 20 итераций декодирования.

с 20-ю итерациями и поэтому не отражены.

Кривая WER представляет собой функцию \hat{F} в выражении (2). По данным этой функции, согласно (7), определяется значение вероятности запроса для идеального метода. Выбор значений контрольных точек обусловлен желанием рассмотреть участок, на котором исправляющая способность рассматриваемого кода близка к предельной.

На рисунке 3 представлены результаты моделирования для отношения сигнал-шум 0.75 дБ. На нем и последующих графиках отражена зависимость вероятности P_{ek} (получить ошибочное слово на выходе системы, см. б) от вероятности возникновения запроса. Для параметрических оценок запоминались величины P_{ek} и D в зависимости от выбора параметра:

$$\begin{cases} P_{ek} = f(\Delta) \\ D = g(\Delta) \Rightarrow \Delta = g^{-1}(D) \end{cases}$$

и таким образом, выразив Δ через D , получено выражение для P_{ek}

$$P_{ek} = f(g^{-1}(D))$$

которое и представлено на графиках. Параметр выбирался дискретно, на рисунках представлены результаты для диапазона параметров, когда вероятность запроса близка к значению для идеального метода.

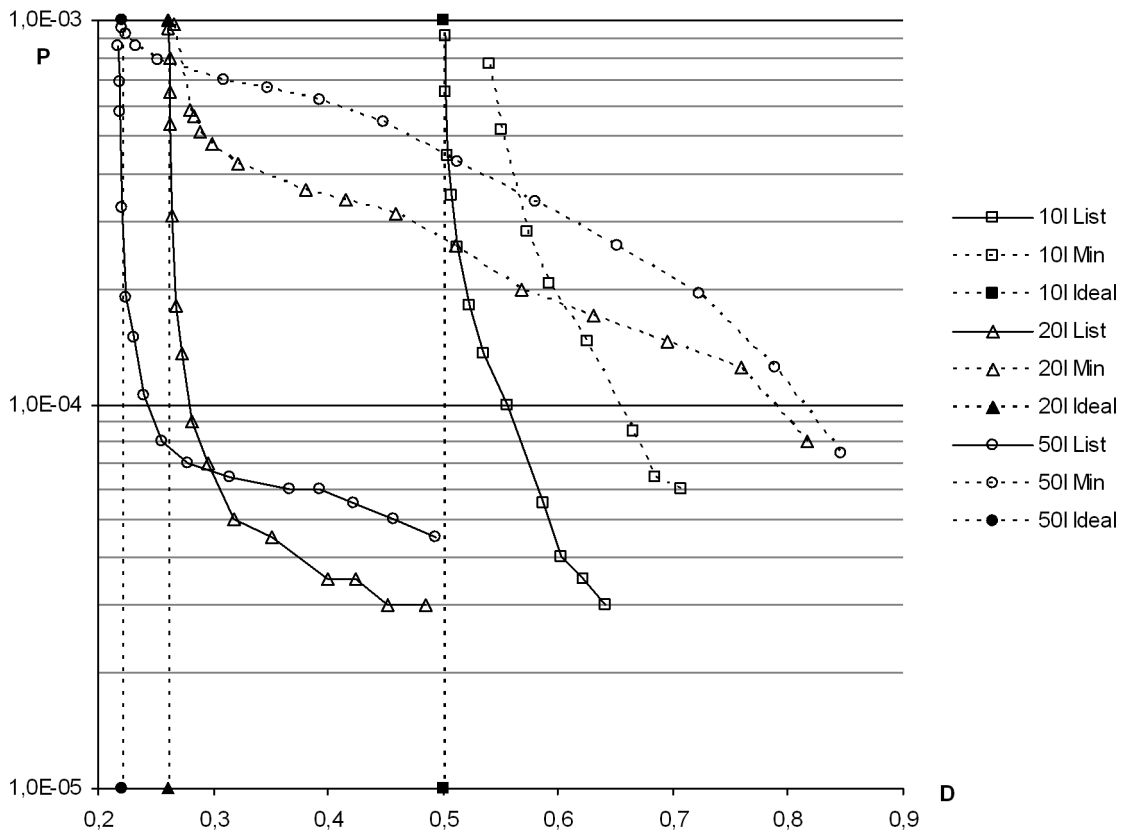


Рис. 3. Зависимости вероятности P_{ek} от вероятности запроса D для отношения сигнал-шум 0,75db.

Можно сделать следующие выводы:

Несмотря на то, что исправляющая способность исходного кода растет при увеличении числа итераций, для оценки по минимуму APP при $D = 0,27$ наименьшей вероятностью обладает система с 20-ю итерациями декодирования, а при $D = 0,6$ с 10-ю итерациями. Такое поведение метода по минимуму апостериорной вероятности есть следствие роста зависимости между значениями надежности с ростом числа итераций.

Вообще, “надежности” символов ведут себя следующим образом: на начальных итерациях, когда происходит схождение, они имеют умеренные значения, после чего резко возрастают до больших

значений, ни имеющих уже ничего общего с вероятностью. Понятно, что с ростом числа итераций, доля слов для которых итерации сошлись, растет и, несмотря на то, что происходит увеличение числа правильно декодированных слов, что мы наблюдаем на рисунке 2, с увеличением итераций становится невозможно отличить неправильно декодированное слово от правильного, т.к. значения надежностей имеют один порядок. Этот эффект будет проявляться тем сильнее, чем быстрее происходит схождение итераций, т.е. с ростом отношения сигнал-шум, что можно наблюдать на рисунках 4 и 5. Так для отношения сигнал-шум 1,0 дБ проведение 50 итераций вообще лишено смысла, т.к. ведет к ухудшению вероятностных характеристик практически во всем диапазоне параметра D (для значения D около 0,1 по вероятности для 50 итераций проигрыш в 3.5 раза, а для 20 итераций в 2 раза для случая 10 итераций), для отношения 1.25 дБ тоже самое можно сказать и про 20 итераций.

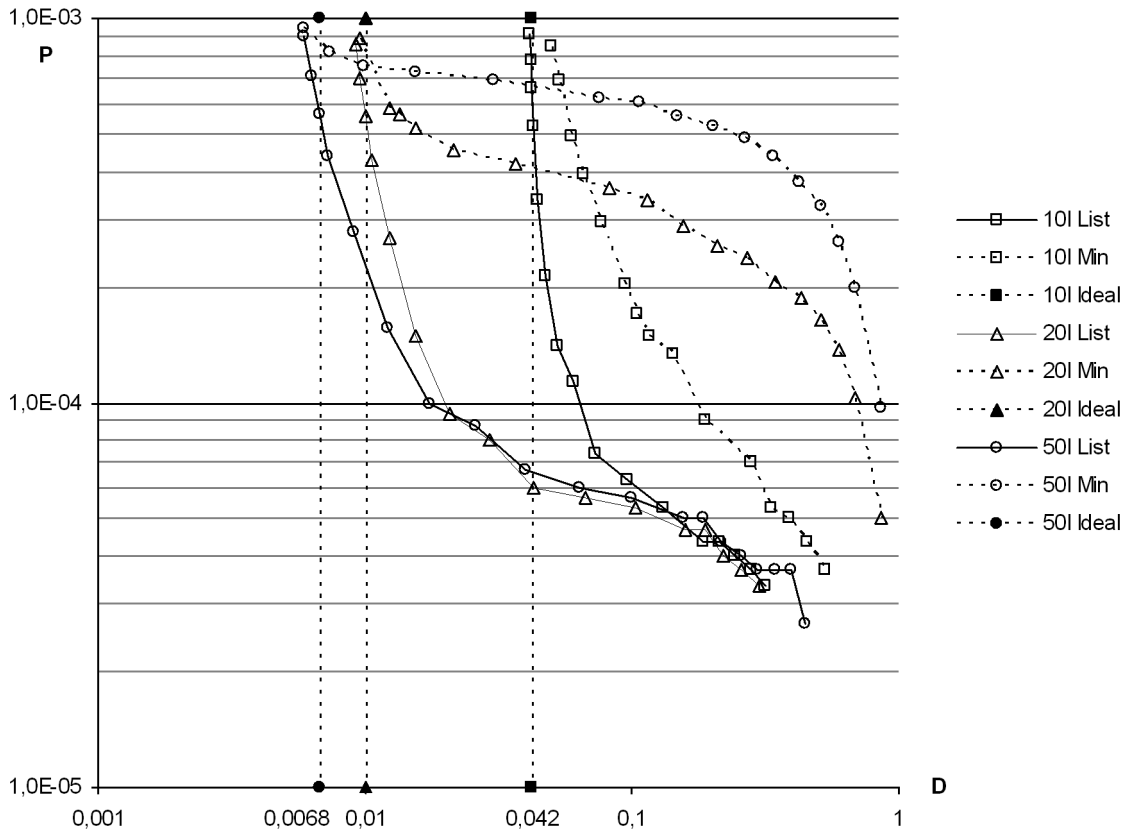


Рис. 4. Зависимости вероятности P_{ek} от вероятности запроса D для отношения сигнал-шум 1,0db.

Кривые для метода с использованием списка ведут себя по-другому: с ростом числа итераций наблюдается некоторый выигрыш с точки зрения вероятности возникновения запроса, т.е. одна и та же вероятность ошибки наблюдается при меньших значениях D , а после некоторого значения происходит схождение примерно к одному значению.

Единственно, для случая отношения сигнал-шум 0,75 дБ для $D > 0,3$ достигается лучшая вероятность ошибки в системе с 20-ю итерациями, нежели с 50-ю. Объяснение этому эффекту можно дать следующее: существует некоторая доля принятых последовательностей, которые будут декодированы на последующих итерациях в ошибочное слово, вектор ошибки, которого не попал в список L , но на текущей итерации декодирования еще не прошло и по данному методу произошло обнаружение ошибки по какому-либо другому слову (словам) из списка. Как видно, доля таких событий невелика.

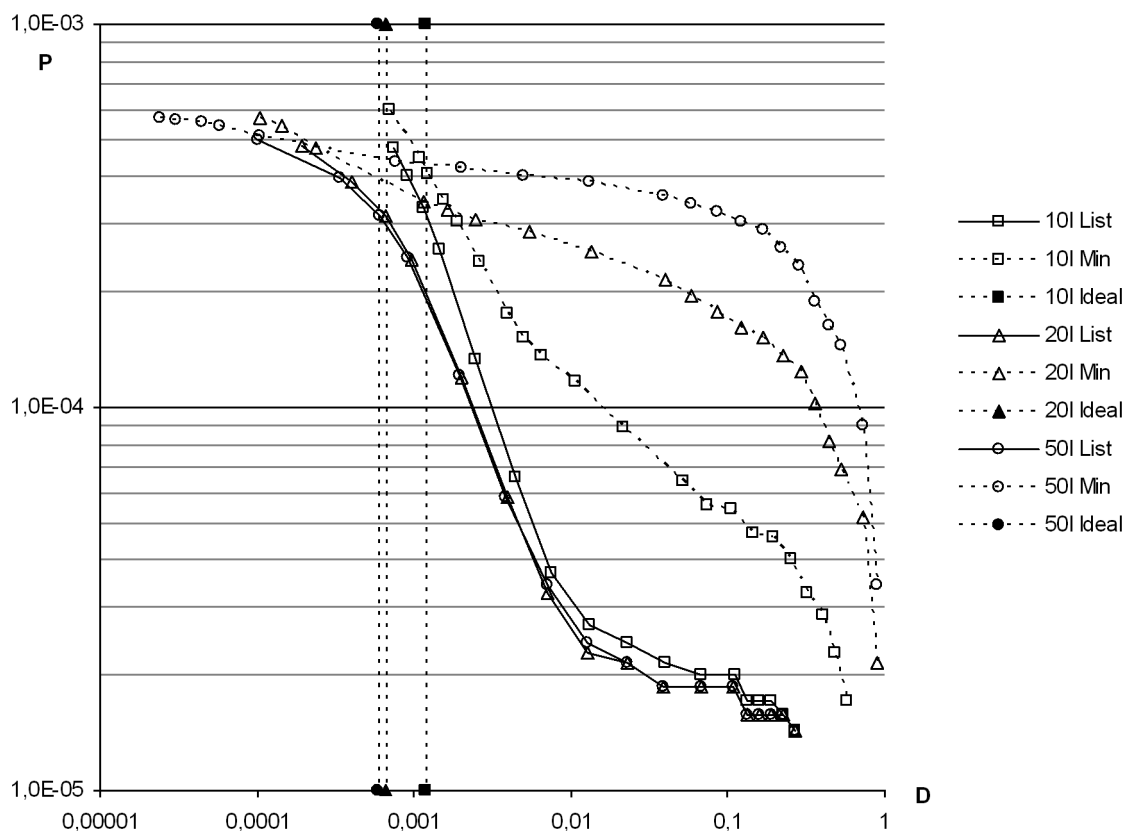


Рис. 5. Зависимости вероятности P_{ek} от вероятности запроса D для отношения сигнал-шум 1,25дБ.

Еще одно преимущество метода с использованием списков - наличие некоторого значения D , после которого не происходит значительного уменьшения вероятности (так для 0,75 дБ - это 0,3, 1,0 дБ - 0,05 и в случае 1,25 дБ - 0,01), при чем это значение близко к идеальному для случая 0,75дБ, где абсолютное значение D велико.

Оценка по списку существенно превосходит по эффективности оценку по минимуму апостериорной вероятности, причем для системы с любым числом итераций. Так для случая 0,75 дБ и 20 итераций наблюдаем выигрыш по вероятности порядка 9 в случае значений D в районе 0,3, для 1,0 дБ и $D = 0,05$ преимущество составляет порядка 6,5 раз, а для 1,25 дБ и $D = 0,01$ имеем 11 раз над системой с 20-ю итерациями и 5 раз над системой с 10-ю итерациями.

Из графиков видно, что необходимо правильно выбирать число итераций для метода по минимуму APP, тогда, как для метода по списку существенной зависимости нет.

На рисунках 6 и 7 продемонстрировано влияние объема списка на вероятность P_{ek} (на рисунках указан максимальный вес включенных в список слов, объем соответствующего списка приведен в таблице в предыдущем разделе) для варианта с 20-ю итерациями декодирования.

Видно, что метод по списку даже со списком малого объема демонстрирует лучшие результаты, чем метод по минимуму APP. С увеличением отношения сигнала к шуму это преимущество увеличивается (для системы с фиксированным числом итераций),

В точке 0,75 дБ лучше использовать список слов с минимальным весом 23 или 26, а для 1,0дБ можно уже ограничиться списком с минимальным весом 21; так для D порядка 0,3 в точке 0,75 дБ оценка по списку 26 дает вероятность ошибки в 7 раз меньшую, чем список 19, в 5 раз меньшую, чем список 21 и в 2,5 раза по сравнению со списком, в который включены слова веса, не превышающего

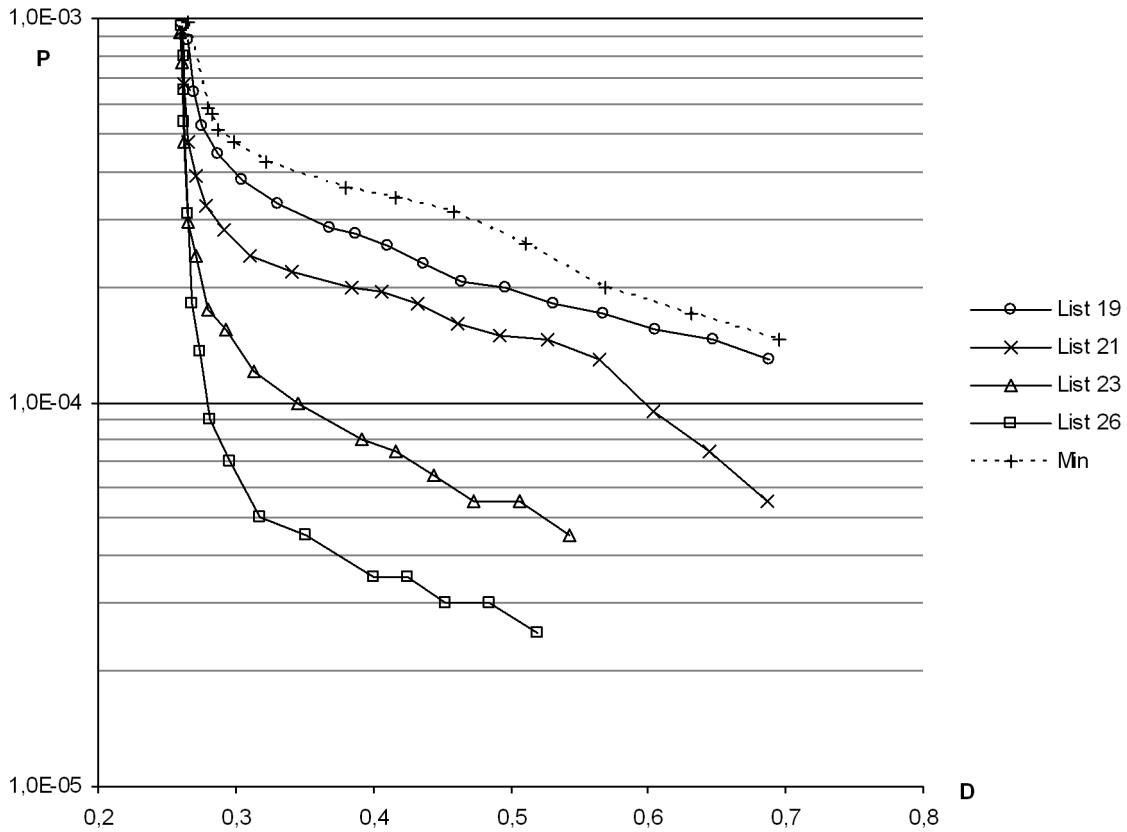


Рис. 6. Зависимости вероятности P_{ek} от вероятности запроса D для отношения сигнал-шум 0,75db и различного объема списка.

23, а в для отношения сигнал-шум 1,0 дБ для значения D порядка 0,05 имеем преимущество списка 26 в 3,5, 2 и 1,4 раза над списком 19, 21 и 23 соответственно.

Заметим, что с ростом максимального веса включенных слов, имеется экспоненциальный рост объема списка, из-за чего также экспоненциально растет объем вычислений связанных с проверкой неравенства (9), при организации системы с запросом дополнительной информации по принципу посылки по каналу обратной связи номера слова из списка, для которого не прошло проверку неравенство (9), рост числа переданных бит связаный с увеличением списка будет линейным. Так для рассматриваемого варианта кода список с минимальным весом включенных в него слов равным 23 требует порядка 10 бит, а с весом 26 порядка 12, что мало отличается и с этой позиции нет особого смысла использовать список меньшего размера, однако, если решающим фактором является время вычисления, то из-за его экспоненциального роста (для списка 26 - требуется приблизительно в 4 раза больше операций, чем для проверки списка со словами веса не превышающего 23) возможно придется ограничиться списком меньшего объема, что необходимо учитывать при организации системы с обратной связью.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ. СВЯЗЬ МЕТОДА ОБНАРУЖЕНИЯ ОШИБОЧНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ С СИСТЕМОЙ С НАРАЩИВАЕМОЙ ИЗБЫТОЧНОСТЬЮ

Посмотрим на метод обнаружения ошибочного декодирования с точки зрения информативности о характере ошибки.

В качестве одного из очевидных реальных оценок для систем с переспросом используют добавление к передаваемой информации контрольной суммы и последующее ее вычисление на приемной

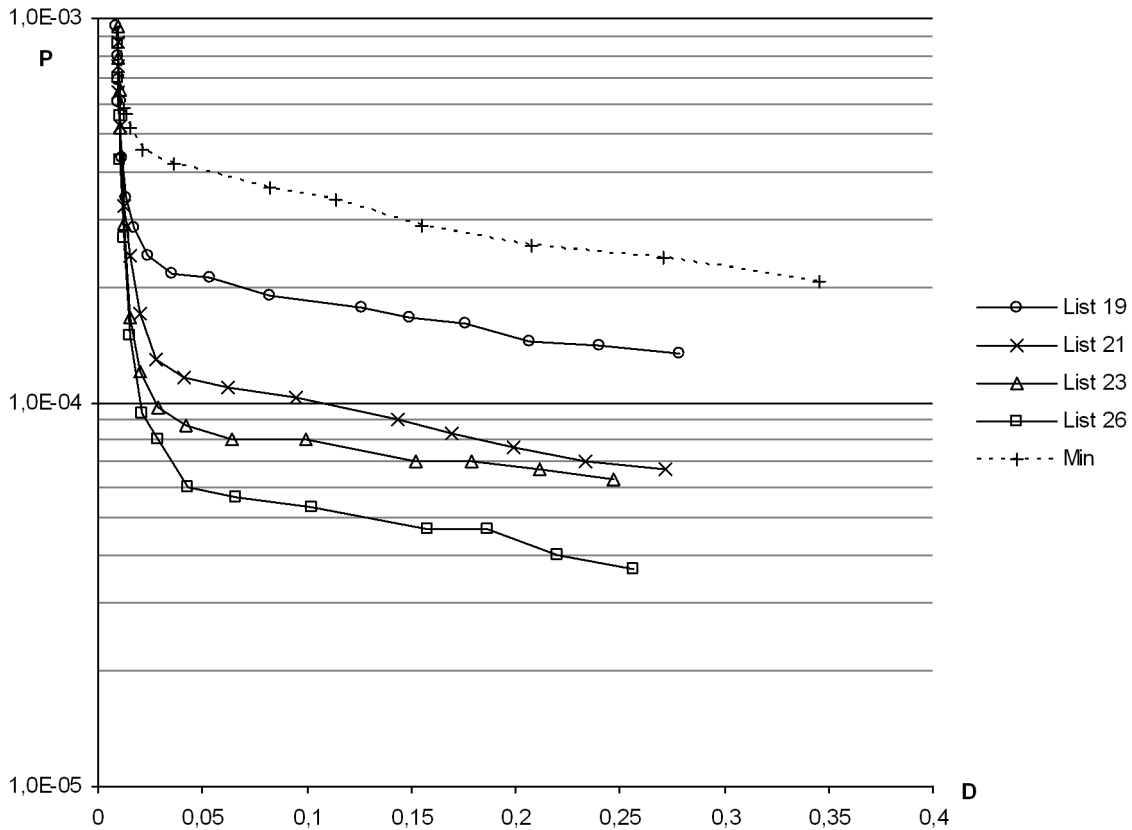


Рис. 7. Зависимости вероятности P_{ek} от вероятности запроса D для отношения сигнал-шум 1,0db и различного объема списка.

стороне, и в случае несовпадения выдается сигнал переспроса. Несмотря на свою простоту, такая оценка обладает двумя достоинствами: во-первых, малы временные затраты, во-вторых, такая оценка не приводит к избыточному переспросу, т.е. если слово декодировано правильно, то оно не будет переспрошено, т.е. $D \leq D_i$. Однако ей присущи и два недостатка: первый состоит в том, что в передаваемый поток *всегда* вводится некоторая избыточность, относительная величина которой, однако, с увеличением размера информационного кадра может быть уменьшена, второй недостаток - практическая невозможность определения кандидата на переспрос, т.к. одна и та же контрольная сумма может быть получена при различных ошибочных декодированиях.

Если для оценки справедливо предположение (4), что для хорошей (близкой к идеальной) оценке верно при достаточно больших отношениях сигнала к шуму, когда ошибочное декодирование маловероятно, можно запрашивать большое количество дополнительной информации, т.к. это не приведет к значительным энергетическим потерям, т.е. с этой позиции величина R_a - потеря в скорости на один переспрос в данном случае не играет решающей роли, поэтому оценка с добавлением контрольной суммы в этой области работает хорошо. Однако, в области, где D - вероятность запроса принимает уже умеренные значения, определяющим становится величина R_a .

Метод обнаружения по минимуму апостериорной вероятности в некоторой степени определяет позиции бит, надежность которых низка, однако, во-первых, некоторые позиции могут быть просто не выявлена, как кандидаты на ошибку, а во-вторых, необходимо проработать правильную стратегию, по которой будет запрашиваться необходимая информация, которая являлась бы с одной стороны достаточной для уточнения, а с другой не была сильно избыточной, при этом необходимо решать вопрос минимизации передачи по каналу обратной связи информации о запрашиваемых данных так. В этой

связи метод по списку более удобен, т.к. дает более очевидный способ наращивания избыточности, а именно, запрос ведется по тем словам, для которых не прошла проверка неравенства (9).

Как показало проведенное исследование, предложенный метод обнаружения ошибочного декодирования по списку имеет ряд преимуществ: позволяет достичь значительно лучших вероятностей обнаружения при меньшей вероятности запоеса, по сравнению с методом по минимуму апостериорной вероятности, также оценка предполагает более простую организацию стратегии и протокола переспроса для систем с наращиваемой избыточностью с уменьшением объема передаваемой дополнительной информации. Однако ему присущи следующие недостатки: требуется предварительное построение списка слов - наиболее вероятных ошибок, что является отдельной вычислительной задачей, предварительное определение порога (выражение (9)) и возрастающее время обработки, в силу необходимости проверки условия (9) для всех слов из списка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Berrou C. and Thitimajshima A. G. P., Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes(1). *Proc. IEEE International Conference on Communications*, Geneva, Switzerland, 1993, pp. 1064-1070.
2. J. Hagenauer. Rate Compatible Punctured Convolutional Codes (RCPC Codes) and their Applications // *IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS*, Vol. 36, No. 4, April 1988, pp. 389-400.
3. J. Hagenauer, N. Seshadri, W. Sundberg. The Performance of Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes for Digital Mobile Radio // *IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS*, Vol. 38, No. 7, July 1990, pp. 966-980.
4. Hagenauer J., Offer E., and Papke L., Iterative decoding of binary block and convolutional codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*. Mar. 1996, vol. 42, pp. 429-445.
5. Форни Д. Экспоненциальные границы для ошибки в системах со стиранием, декодированием списком и решающей обратной связью. В кн.: некоторые вопросы теории кодирования. М.: Мир, 1970, с. 166-204.
6. Блох Э. Л., Зяблов В.В. Линейные каскадные коды. М.: Наука, 1982.
7. M.Sudan. Decoding of Reed-Solomon codes beyond the error correction bound. Vol. 13, no. 1, pp. 180 - 193. *J. Complexity*, 1997.
8. J. Hagenauer, P. Hoher, A Viterbi Algorithm with Soft-Decision Outputs and Its Applications, *Proc. 1989 IEEE Global Telecomm. Conf. (GLOBECOM'89)*, pp. 47.1.1-17.1.7, Dallas, Texas, 1989.
9. Зяблов В.В., Цветков М.А. Дистанционные свойства турбо кодов с различными перемежителями. *ИНФОРМАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ*, Том 3-2, 2003, стр. 83-96.
10. Stefan Host, Rolf Johannesson, Kamil Sh. Zigangirov, Viktor V. Zyablov. Active Distances for Convolutional Codes. *IEEE Trans. Inform. Theory*. Mar. 1999, vol. 45, NO-2, pp.658-669.
11. Bahl L. R., Cocke J., Jelinek F., and Raviv J., Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate. *IEEE Trans. Inform. Theory*. Mar. 1974, vol. IT-20, pp. 284-287.