——— МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ———

Компьютерная модель зрительной системы с кортикальным усилением

С.А. Гладилин

Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия Поступила в редколлегию 9.11.2005

Аннотация—Предложена бионическая компьютерная модель зрительной системы с неоднородной сетчаткой и однородной зрительной корой. Получено математическое описание преобразования "неоднородная сетчатка – однородная кора" (HC-OK). Сделаны выводы об особенностях функционирования зрительной системы, построенной по принципу HC-OK.

1. ВВЕДЕНИЕ

Компьютерное моделирование работы нейронной сети, обрабатывающей визуальную информацию, позволяет наблюдать на экране монитора все преобразования изображения в процессе обработки, производить визуальную оценку изображений и их сравнение. Оно позволяет установить оптимальные значения параметров элементов, составляющих нейронную сеть, внести, если это потребуется, те или иные изменения в структуру сети и т.п.

При моделировании используется оцифрованное изображение, соответствующее поставленной задаче, и некоторая модель зрительной системы, включающая светочувствительные площадки, считывающая изображение, и каналы обработки визуальной информации.

В настоящей работе предлагается простейшая модель зрительной системы с неоднородной сетчаткой монохромного колбочкового зрения в пределах 80 угл. градусов. При построении модели со столь большим углом зрения следует считаться с тем, что поверхность сетчатки не плоская, а близка к внутренней поверхности сферического сегмента.

Модель предназначена для компьютерных экспериментов с целью выявления роли кортикального усиления в работе зрительной системы при наблюдении как неподвижных, так и подвижных объектов. В связи с этим требования к сетчатке весьма скромны, ей достаточно обладать свойствами неоднородности и конвергенции. Под конвергенцией подразумевается указание на то, какой участок изображения преобразуется в сигнал данного выходного канала сетчатки. Модель иллюстрирует логические этапы переработки информации в зрительной системе [1, стр. 86]. Сетчатка рассматривается в целом, без указания на то, какой ее компонент (биполярные, горизонтальные, ганглиозные и др. клетки) ответственен за выполнение данного этапа обработки. Это позволяет, не меняя существа дела, упростить модель.

Модель коры также проста, как и модель сетчатки: она отображает свойство анатомической однородности коры и ее топографическое соответствие сетчатке. Топографическая организация означает, что сетчатка проектируется на кору упорядоченным образом: если идти вдоль какой-нибудь линии на сетчатке, то проекции последовательных точек этой линии в коре также образуют одну непрерывную линию [1, стр. 65].

Принцип топографического соответствия был обнаружен в экспериментах, относящихся к проецированию "сетчатка – зрительная кора". Таким образом, в них автоматически учитывалась обработка сигнала на всех промежуточных этапах, например в коленчатом теле (HKT). На этом основании в модели зрительной системы сигнал с сетчатки поступает непосредственно на зрительную кору.

2. НЕПРЕРЫВНАЯ МОДЕЛЬ

2.1. Сетчатка

Для построения непрерывной модели сетчатки на сфере назовем центром сетчатки F пересечение оси сферического сегмента с его поверхностью (рис. 1). В модели точка F соответствует центру фовеа-области реальной сетчатки. Введем шкалы криволинейной системы координат (ω, ρ). Координата ρ точки A поверхности сетчатки есть угол между радиусами OFи OA сферического сегмента. В дальнейшем координату ρ будем называть эксцентриситетом точки A. Дуги, образованные сечением поверхности сферического сегмента плоскостями, содержащими отрезок OF, назовем меридианами. Одну из дуг фиксируем в качестве нулевого отсчета. Угол ω между нулевым меридианом и меридианом точки A (рис. 1) будет второй координатой точки A. По аналогии будем называть параллелью такую окружность сферического сегмента, для которой угол ρ постоянен.

2.2. Преобразование "сетчатка – кора"

В работе [2] экспериментально установлено наличие взаимооднозначного топографического соответствия между поверхностью сетчатки глаза и поверхностью первичной зрительной коры, имеющей веретенообразную форму (если разогнуть все борозды коры).

Для математического описания формы зрительной коры придадим отображению точек сетчатки в точки коры свойство непрерывности в том смысле, что оно переводит две близкорасположенные точки сетчатки в две близкорасположенные на коре (т.е., говоря математическим языком, при устремлении двух точек друг к другу и образы также стремятся друг к другу).

Рассмотрим на поверхности сетчатки точки $P(\rho, \omega)$ и $P'(\rho', \omega')$. Пусть их образами на поверхности коры оказались точки Q иQ' (рис. 2). Преобразование неоднородная сетчатка – однородная зрительная кора характеризуется так называемым кортикальным усилением [2]. Для точки P сетчатки в непрерывной модели оно определяется как

$$M_P = \lim_{P' \to P} \frac{dist(Q, Q')}{dist(P, P')} \tag{1}$$

где dist(A, B) – длина отрезка AB.

При этом кортикальное усиление не зависит от ориентации отрезка *PP*' [2].

Как следует из того, что кортикальное усиление зависит только от эксцентриситета (удаления от центра сетчатки), а сетчатка является фигурой вращения вокруг оси, проходящей через центр, причем при таком вращении экцентриситет точки сохраняется, первичная зрительная кора также является фигурой вращения.

Введем понятие центра поверхности первичной зрительной коры как точки, получающейся в результате отображения центра сетчатки на первичную зрительную кору. Т.к. соответствие топографическое, параллели (являющиеся окружностями на сетчатке) отображаются на зрительную кору в замкнутые кривые, которые назовем параллелями коры, а меридианы – в кривые, которые назовем меридианами коры. В частности, нулевым меридианом коры будем называть образ нулевого меридиана сетчатки.

На зрительной коре введем координаты (σ , t), где t — длина дуги (по меридиану) от центра поверхности коры до заданной точки на коре, а σ — угол между нулевым меридианом коры и меридианом, на котором лежит заданная точка (рис. 3). Если (σ , t) — координаты на коре образа точки (ϖ , ρ), то



Рис. 1. Система координат для сферической сетчатки ho — эксцентриситет (угл. градусы) arpi — угол отклонения от нулевого меридиана

$$\sigma = \varpi \tag{2}$$

Если точки P и P' лежат на одном меридиане сетчатки ($\varpi = \varpi'$), то длина дуги PP' равна $\rho - \rho'$, а длина дуги между их образами t - t'. Используя (1), получим

$$M(\rho) = \lim_{\rho' \to \rho} \frac{t - t'}{\rho - \rho'}$$



Рис. 2. Р, Р'- точки на сетчатке (прообразы) Q, Q'- образы на коре точек Р и Р'

И

$$t(\rho) = \int_{0}^{\rho} M(\eta) d\eta \tag{3}$$

Для удобства расчетов введем относительное кортикальное усиление

$$F(\rho) = \frac{M(\rho)}{M(0)} \tag{4}$$

где M(0) — значение кортикального усиления в центре сетчатки, и представим (2) в виде:

$$t(\rho) = M(0) \int_{0}^{\rho} F(\eta) d\eta$$
(5)

Таким образом, в непрерывной модели координаты (ϖ, ρ)на сетчатке преобразуются в координаты (σ, t) на поверхности коры в соответствии с формулами преобразования (2), (5).



Рис. 3. Система координат точки A на поверхности зрительной коры t--длина дуги $\sigma-$ угол отклонения от нулевого меридиана

2.3. Форма зрительной коры

Как показано выше, первичная зрительная кора является фигурой вращения. Обозначим ось вращения зрительной коры за X. Задача состоит в том, чтобы найти функцию y(x), задающую форму зрительной коры.

Возьмем некоторую точку на сетчатке с координатами (ϖ, ρ) и ее образ на зрительной коре. Пусть его координаты будут (σ, t). Зрительная кора есть фигура вращения, задаваемая функцией y(x), поэтому t есть длина кривой y(x) от (0,0) до (x, y(x)), т.е.

$$t = \int_{0}^{x} \sqrt{1 + (y'(s))^2} ds$$

Отсюда и из соотношения (3) получаем интегральное уравнение:

$$M(0) \int_{0}^{\rho} F(\eta) d\eta = \int_{0}^{x} \sqrt{1 + (y'(s))^2} ds$$
(6)

Далее, длина параллели сетчатки, проходящей через точку P с эксцентриситетом ρ , согласно рис. 1, равна $2\pi \sin \rho$, а длина параллели коры, проходящей через образ точки P,в соответствии с (1) и (3) $l = 2\pi \sin \rho \cdot M(0)F(\rho)$

С другой стороны, длину параллели коры можно выразить через y(x):

 $l = 2\pi y(x)$

Таким образом, получаем уравнение:

$$2\pi \sin \rho M(0)F(\rho) = 2\pi y(x),$$

откуда

$$y(x) = \sin \rho \cdot M(0)F(\rho) \tag{7}$$

Система из интегрального уравнения (5) и алгебраического уравнения (6) задает кривую y(x), определяющую форму зрительной коры.

Как уже говорилось, функция $F(\rho)$ задана как результат биологического исследования, т.е. не имеет аналитического выражения. Уравнения (5) и (6) достаточно сложны и аналитическое их решение, если оно и возможно, то с учетом отсутствия аналитического представления $F(\rho)$ — нецелесообразно. Поэтому было принято решение искать приближенное решение численными методами. Прямое решение данной системы численными методами трудоемко (требует применение процедуры численного дифференцирования). Однако, можно использовать то обстоятельство, что зрительная система изначально дискретна (содержит конечное число рецепторов, сигналы от которых и формируют изображение). Поэтому наиболее целесообразным решением для численного определения формы зрительной коры будет построение дискретной модели "неоднородная сетчатка — однородная кора" и ее обсчет.

3. ДИСКРЕТНАЯ МОДЕЛЬ

3.1. Сетчатка

Моделируется мозаика центров рецептивных полей. В модели центр рецептивного поля представляется круглой площадкой, диаметр которой растет с эксцентриситетом. В пределах каждой световой площадки значения яркости изображения усредняются и конвергируют на соответствующую ганглиозную клетку. Эта простейшая модель не учитывает структуру рецептивного поля. Она имеет право на существование в тех случаях, когда получение контурного изображения на выходе сетчатки не меняет сути дела: например, при изучении геометрических преобразований изображения, связанных с кортикальным усилением. Пример подобного использования модели будет рассмотрен в конце статьи.

Плотность распределения центров (*a*) светоприемных площадок в модели сетчатки определяется зависимостью относительной остроты зрения (v) от эксцентриситета (ρ).

В психофизике острота зрения выражается через минимальный угол разрешения α . В случае применения в качестве зрительного стимула колец Ландольта регистрируется минимальный размер щели в кольце, которую испытуемый еще в состоянии различить. Для центра сетчатки нормальной считается острота зрения $\alpha_{\rm пор} = \alpha_{\rm норм} = 0.5$ –1 угл. мин. Для периферийных участков пороговый угол увеличивается. При этом результаты измерений, как правило, представлены через относительную остроту зрения, которая определяется отношением

$$v = \frac{\alpha_{\rm HOPM}}{\alpha_{\rm HOP}}$$

Зависимость относительной остроты зрения v человека от эксцентриситета ρ замерялась неоднократно с помощью различных психофизических методик. Измерения достаточно надежны. Воспользуемся, например, данными из работы [3] (рис. 4).



Рис. 4. График зависимости относительной остроты зрения от эксцентриситета

В настоящей работе используется предположение, сформулированное в [2] и подтвержденное в [4], о том, что относительное кортикальное усиление и относительная разрешающая способность зрительной системы человека (острота зрения) совпадают.

$$F(\rho) \equiv v(\rho) \tag{8}$$

Известно, что в центральной части сетчатки (фовеа) разрешающая способность зрительной системы определяется только взаимным расположением колбочек. Поэтому для построения модели неоднородной сетчатки в наиболее плотной центральной её части был использован фрагмент реальной сетчатки человека, приведенный в [5]. Для каждой светочувствительной площадки, представляющей колбочку, была найдена центральная точка (a) как геометрический центр тяжести. Возможность проектирования плоского фрагмента фовеальной сетчатки на внутреннюю поверхность сферы обуславливалась его малыми (примерно 0.7х0.7 угл. градуса) размерами. Различие колбочек по спектральной чувствительности в настоящем моделировании игнорировалось. Полученный описанным образом фрагмент "точечной" сетчатки (a_n) в дальнейшем наращивался до заданных (80 угл. градусов) размеров специальной компьютерной программой. Алгоритм размещал центры светоприемных площадок в соответствии с графиком зависимости относительной остроты зрения от эксцентриситета (рис. 4).

В алгоритме учитывалось то обстоятельство, что в радиальном направлении расстояние между центрами (a) светоприемных площадок (δ), как правило, немного меньше, чем в кольцевом, а также предприняты шаги для того чтобы приблизить создаваемую сетчатку к локально гексагональной.

После того, как "точечная" сетчатка (a_n) достигала заданных размеров, ее наращивание прекращалось. На следующем шаге для каждого центра (a) строилась светоприемная круглая площадка. Алгоритм воспроизводил процедуру "биологического роста", когда центры, полученные на первом шаге, окружаются кругами малого радиуса и эти радиусы постепенно уве-

личиваются с одинаковой скоростью для всех кругов. Как только какие-нибудь два радиуса достигают такого значения, что соответствующие им круги начинают касаться, они перестают расти.

Полученная система кругов, т.е. светоприемных площадок, является входным слоем модели сетчатки, на который проектируется оптическое изображение. Светоприемная площадка преобразует оптическое изображение в сигнал и передает информацию о среднем значении яркости по выходному каналу.

Всего в модели сетчатки с углом зрения 80° получилось 900 тысяч выходных каналов. Число каналов и их плотность хорошо согласуется с морфологическими данными о расположении карликовых ганглиозных клеток сетчатки человека [6]. Можно было бы с самого начала использовать эти данные для построения модели неоднородной сетчатки. Но данное моделирование носит бионический характер, т.е. ориентировано на внедрение в системы технического зрения. Кривая остроты зрения в этом случае зависит от класса решаемых задач и может отличаться от человеческой. Поэтому предложенный способ может использовать любую заданную кривую снижения остроты зрения к периферии для построения соответствующей модели неоднородной сетчатки.

3.2. Форма зрительной коры

Для моделирования формы зрительной коры расположим на одном из меридианов сетчатки точки таким образом, чтобы круги с центрами в них и диаметрами, равными размеру центров рецептивных полей на соответствующем эксцентриситете. Если эксцентриситет *i*—ой точки обозначить за ρ_i , а диаметр соответствующего ей круга – за D_i , то сформулированное правило расположения точек можно записать как:

$$D_i = \frac{D_0}{F(\rho_i)} \tag{9}$$

И

$$\rho_{i+1} - \rho_i = \frac{D_i + D_{i+1}}{2} \tag{10}$$

где D_0 — диаметр центра рецептивного поля в центре сетчатки (arpi =
ho = 0).

Из (7) и малого диаметра построенных кругов по сравнению с размером сетчатки следует, что построенные круги, имеющие разный диаметр на сетчатке, проектируются в области зрительной коры одинакового диаметра, который обозначим за d.

Обозначим за (x_i, y_i) проекцию центра *i*-ого круга на зрительную кору. Вследствие того, что диаметр проекций центров рецептивных полей мал, можно считать их приблизительно плоскими, т.е. расстояния между (x_i, y_i) и (x_{i+1}, y_{i+1}) равны для разных *i*. Отсюда имеем:

$$(y_{i+1} - y_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2 = d^2$$
(11)

Если теперь рассмотреть аналогичные круги на параллели сетчатки с эксцентриситетом ρ_i , то их диаметры будут одинаковы и равны D_i , поэтому число кругов на параллели сетчатки равно

$$N = \frac{2\pi \sin \rho_i}{D_i}$$

ГЛАДИЛИН



Рис. 5. Функция у(х), задающая форму первичной зрительной коры.

На соответствующей параллели коры число образов этих кругов с учетом их равного размера вычисляется по формуле:

$$N = \frac{2\pi y_i}{d}$$

Отсюда получим:

$$\frac{2\pi y_i}{d} = \frac{2\pi \sin \rho_i}{D_i} \tag{12}$$

Из (9)-(12) следует возможный пошаговый алгоритм расчета точек функции y(x):

$$y_0 = x_0 = \rho_0 = 0$$

$$\rho_{i+1} = \rho_i + \frac{D_i + D_{i+1}}{2} \approx \rho_i + D_i = \rho_i + \frac{D_0}{F(\rho_i)}$$

$$x_{i+1} = x_i + \sqrt{d^2 - (y_{i+1} - y_i)^2}$$

$$y_{i+1} = \frac{d \sin \rho_{i+1} M(\rho_{i+1})}{D_0}$$

С помощью компьютерной программы, использующей полученную итерационную процедуру, был построен график y(x) образующей поверхности зрительной коры с разогнутыми бороздами (рис. 5).

С той точностью, которую позволяют получить используемые экспериментальные данные, функция может быть представлена многочленом четвертой степени

$$y(x) \approx -4 \cdot 10^{-8} x^4 + 3 \cdot 10^{-5} x^3 - 0.0074 x^2 + 1.4191 x + 1.5016$$

информационные процессы том 5 № 5 2005

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ЗРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

Функция y(x), задающая форму зрительной коры с разогнутыми бороздами, определена более точно, чем известная модель [2] и ее аналог, сделанный из резины, особенно в области фовеа, где колбочки располагаются наиболее плотно.

3.3. Зрительная кора

Круги, используемые для вычисления функции y(x), задающей форму зрительной коры, не отражали структуру коры в модели, а являлись лишь техническими элементами расчета.

Описанные выше дискретная модель сетчатки и преобразование "сетчатка – кора" позволяют построить модель зрительной коры как набора площадок, соответствующих базовым точкам сетчатки. Для этого произведем преобразование координат каждой базовой точки сетчатки при помощи формул (2) и (4). Полученные точки на зрительной коре, являющиеся образами базовых точек сетчатки, назовем базовыми точками коры. Базовые точки коры, в отличие от базовых точек сетчатки, расположены равномерно по поверхности коры. Окружив их соприкасающимися площадками, мы получим дискретную модель коры. Эта модель совместно с моделью неоднородной сетчатки может быть использована для компьютерных экспериментов с обработкой реальных изображений в поле зрения 80 угл. градусов.

4. ПРИМЕР КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ "НЕОДНОРОДНАЯ СЕТЧАТКА – ОДНОРОДНАЯ ЗРИТЕЛЬНАЯ КОРА"

Цель моделирования – оценка проекций изображений на первичную зрительную кору. В качестве изображений был использован набор из четырех букв.

Моделировалась ситуация, при которой буквы находятся в разных частях поля зрения человека, после чего исследовалась проекция изображения букв на зрительную кору. Задачей ставилась демонстрация геометрических преобразований изображений букв при проекции на кору. В поле зрения буквы располагались с эксцентриситетом в 0.3°, 5°, 15° и 35°. Высота букв выбиралась равной 50 диаметрам светочувствительной площадки соответствующего эксцентриситета. Моделировались проекции букв на сферическую сетчатку, при этом действие оптической системы глаза, выражающееся в фильтрации высоких пространственных частот, было согласовано с известной потерей остроты зрения (график на рис. 4). Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 6. В верхней части рисунка дано изображение сетчаточных проекций букв с указанием радиуса периферичности (эксцентриситета) в угловых градусах. В нижней части рисунка дано изображение поверхности зрительной коры (в модельном представлении) и проекции сетчаточных изображений букв на ней. Рис. 6 дает наглядное представление о работе системы "неоднородная сетчатка – однородная кора".

Сформулируем ряд наблюдений:

Пропорциональность размера букв размерам светочувствительных площадок того места сетчатки, на которое проектируется буква, делает одинаковыми размеры всех четырех букв при проекции на кору

Принцип топографического соответствия способствует сохранению формы букв при проекции на кору. Для выбранных размеров букв в эксперименте заметных искажений формы, затрудняющих их распознавание, не наблюдается (искажения букв Н и N вызваны ракурсом, под которым рассматривается кора на рисунке 6)

За счет изменения размеров букв при проекции на кору восстанавливается четкость (крутизна "контрастов") букв.





5. ВЫВОДЫ

Разработанная компьютерная модель зрительной системы с кортикальным усилением и проведенный компьютерный эксперимент позволяют сделать следующие выводы:

Система "неоднородная сетчатка – однородная зрительная кора", масштабирующая корковые проекции и делающая их четкими, создает условия для успешного применения анализаторов (детекторов линий, углов и т. п.), реализованных на однородной структуре коры. Другими словами, выделение какого-то признака, например, направления линии, может производиться простыми клетками, имеющими одинаковое строение для всего поля зрения коры.

Выделенные признаки объектов предназначены для решения наиболее важной задачи – распознавания образов. Естественно предположить, что соответствующие анализаторы также настроены на определенный размер корковых проекций. Поэтому успешно могут быть опознаны образы маленьких объектов в центре поля зрения и больших объектов при смещении к периферии. Что же касается объектов, не вписывающихся в эту схему расположения в поле

зрения, они могут не войти в набор конфигураций корковых проекций, на которые "настроены" анализаторы, и потому не будут опознаны.

Из вышесказанного не следует, что корковые проекции малых размеров не оказывают никакого влияния на зрительный процесс. Ведь появление, например, новой корковой проекции, пусть даже точечной, означает появление нового объекта в поле зрения, на который, может быть, следует обратить внимание либо переводом взора в соответствующее место поля зрения (если объект неподвижен), либо фиксируя взор на объекте в процессе прослеживания за его движением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Хьюбел Д. Глаз, мозг, зрение. Москва: Издательство "Мир", 1990
- Daniel P.M., Whitteridge D. The representation of the visual field on the cerebral cortex in monkey J. Physiology, 1961, 159, 203-221
- Jones L.A., Higgins G.C. Photographic Granularity and Graininess J. Optical Society of America, 1947, V. 37, P. 217
- Duncan, R. O., Boynton, G. M. Cortical magnification factor in human primary visual cortex correlates with Vernier acuity thresholds J. Vision, 2002, V. 2(6), 129a
- Hurdal M. K., McElwain D. L. S. Combining modalities to investigate cortical retinotopy Tenth International Conference on Biomagnetism, New York: Springer-Verlag, V. 2, pp. 1138-1141, 2000
- Goodchild A. K., Ghosh K.K., Martin P.R. Comparsion of Photoreceptor Spatial Density and ganglion Cell Morphology in the Retina of Human, Macaque Monkey, Cat, and the Marmoset Callithrix jacchus J. of Comparative Neurology, 1996, 366, 55-75

Статью представил к публикации член редколлегии В.И. Венец