Информационные процессы, Том 6, № 1, 2006, стр. 45–52.

Об управлении информационными системами подвижных объектов с априорно неопределенной структурой вектора состояния

В. А. Погорелов

Ростовский военный институт ракетных войск, Россия
Поступила в редколлегию 11.08.2005

Аннотация—Рассмотрен метод, позволяющий осуществлять точный синтез законов управления нелинейным стохастическим объектом с неопределенной структурой вектора состояния, оптимальных в смысле нелинейных вероятностных критериев. Показаны преимущества предложенного метода по сравнению с методом управления, не предполагающим точную идентификацию структуры вектора состояния в процессе движения объекта.

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность работы информационной системы (ИС) подвижного объекта (ПО) определяется степенью адекватности его модели вектора состояния реальным условиям функционирования [1]. Очевидно, что синтезировать модель, абсолютно точно описывающую динамику объекта, в силу априорной неопределенности начальных условий и возмущающих факторов практически не возможно. В некоторой степени проблему решает использование в ИС робастных алгоритмов, которые позволяют гарантировать определенный уровень точности управления динамической системой в условиях отсутствия точной априорной информации о параметрах вектора состояния ПО [2, 3]. Однако грубость робастных алгоритмов не позволяет обеспечить главного требования, предъявляемого к ИС – обеспечение максимальной информации о состоянии ПО в условиях действия внешних и внутренних возмущений различной физической природы.

В связи с этим более релевантным является использование в ИС современных методов стохастической фильтрации [4, 5]. Применение этих методов позволяет получить оценки параметров ПО с требуемой точностью, обеспечивая при этом продолжительную автономность его функционирования [6]. На сегодняшний день существенным недостатком, ограничивающим область практического применения методов стохастической фильтрации, является окончательно нерешенная проблема их применения в случае отсутствия точной априорной информации о параметрах вектора состояния. Вместе с тем, в практических приложениях часто отсутствует точная информация о параметрах вектора состояния ПО или они существенно меняются в процессе его функционирования. Вследствие этого алгоритмы фильтрации становятся неустойчивыми, возникает рост энтропии вектора состояния ПО и необходимость использования дополнительной внешней информации. В определенной мере уменьшить погрешности оценивания, обусловленные дрейфом параметров, можно, использовав в ИС алгоритмы идентификации на основе теории оценивания (АИТО) [7]. Эти методы позволяют оценивать как вектор состояния ПО, так и его параметры, без использования внешней информации. Несмотря на то, что использование АИТО обеспечивает устойчивость процедуры оценивания, их использование для многосвязанных объектов в общем случае невозможно [7].

Проблема оценивания параметров ПО и управления им еще больше усложняется в случае отсутствия информации о структуре вектора состояния объекта или её априорно неизвестных трансформациях в процессе функционирования ПО. Данная ситуация встречается, например, в аварийных режимах функционирования объекта, при создании уникальных объектов ракетно-космической техники, при перестройке структуры объекта под воздействием априорно неопределенных внешних возмущений и т.п. [6, 8, 9]. Использование в этих случаях, рассмотренных выше подходов к оцениванию параметров движения ПО и управления им, оказывается принципиально не возможным. Таким образом, возникает необходимость разработки методов управления объектом, структура которого априорно неизвестна.

Как показали исследования российских и зарубежных ученых, решение данной проблемы может быть осуществлено на основе существующего однозначного соответствия между теориями информации и оптимального управления [1, 5, 9–11]. Как отмечалось в работе [1], информационные процессы оказываются решающими для выявления того, что можно и чего нельзя достичь в управлении в условиях тех или иных объектов - систем. Таким образом, синтез современных систем управления предполагает, наряду с традиционным анализом на управляемость и наблюдаемость, проводить анализ информационных процессов на основе методов теории информации. Несмотря на интенсивное развитие теории информации, до настоящего времени оказываются практически неисследованными вопросы синтеза ИС на основе информационных критериев. Хотя оптимизация процессов управления по информационным критериям оказывается чрезвычайно актуальной и перспективной.

Рассмотрим далее один из возможных подходов её применения для решения проблемы управления ПО с априорно неопределенной структурой.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть объект описывается нелинейным дифференциальным уравнением в симметризованной форме

$$\dot{Y} = f_1(Y,t) + f_2(Y,t)\,Q + f_3(Y,t)\,U + f_0(Y,t)\,V_t, \tag{1}$$

где Y – фазовая переменная; f_i – известные нелинейные функции ($i = 0, \ldots, 3$), удовлетворяющие условию Липшица для $\forall\, Y, t$; $U(Y,t)$ – искомое управление; $Q(Y,t)$ – неизвестная функция, определяемая физическими свойствами объекта и подлежащая идентификации по показаниям измерителя; V_t – нормированный белый гауссовский шум, наблюдается с помощью нелинейного наблюдателя вида:

$$Z_t = h(Y,t) + W_t, \tag{2}$$

где Z_t – выходной сигнал наблюдателя; $h(Y,t)$ – известная нелинейная функция; W_t – гауссовский шум с нулевым средним и известной интенсивностью D_W.

Апостериорная плотность вероятности $\rho\left(Y, t/Z(\tau), \tau \in [0,t)\right) = \rho_z$ такого процесса, удовлетворяющего приведенным выше условиям, описывается интегродифференциальным уравнением с частными производными Стратоновича [12]:

$$\frac{\partial \rho_Z}{\partial t} = L\{q, b, \rho_Z\} - \frac{\partial}{\partial Y}\left[f_2(Y,t)\,Q\rho_Z\right] + \frac{\partial}{\partial Y}\left[f_3(Y,t)\,U\rho_Z\right] + \left[R - R_0\right]\rho_Z, \tag{3}$$

где $L\{q, b, \rho_Z\} = -\dfrac{\partial}{\partial Y}\left[q(Y,t)\,\rho_Z\right] + \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2}{\partial Y^2}\left[b(Y,t)\,\rho_Z\right],$

$$q(Y,t) = f(Y,t) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial Y} f_0^2(Y,t),$$

$$b\left(Y,t\right)=f_0^2\left(Y,t\right),$$

$$R=R\left(Y,t\right)=-\frac{1}{2}\left[Z-h\left(Y,t\right)\right]^T D_W^{-1}\left[Z-h\left(Y,t\right)\right],$$

$$R_0=\int\limits_{-\infty}^{\infty}R\left(Y,t\right)\rho_Z\left(Y,t\right)dY.$$

Поставленную задачу совместной идентификации априорно неизвестной функции Q и формирование управления стохастическим объектом при наличии текущих наблюдений за состоянием объекта будем рассматривать далее как задачу синтеза управления U и поиска функции Q в реальном масштабе времени. Иными словами, задачу синтеза искомого управления U и функции Q сформулируем далее как задачу синтеза таких U и Q, которые доставляли бы минимум функционалу J, характеризующему качество функционирования стохастического объекта (1) и зависящему в общем случае нелинейно от плотности ρ_z:

$$J=-\int\limits_T\int\limits_Y\left[\rho_z\left(Y,\mathrm{Q},\mathrm{U},t/Z\left(t\right)\right)\right]dY\,dt, \tag{4}$$

где Φ – известная нелинейная скалярная функция; T – интервал времени функционирования системы.

В большинстве практических случаев функцию можно представить в виде двух независимых составляющих $\left[\rho_z\left(Y,t/Z\left(t\right)\right)\right]=\Phi_1\left[\rho_z\right]+\Phi_2\left[U,Q\right]$. Учитывая тот факт, что исчерпывающей характеристикой случайного процесса является его апостериорная плотность вероятности (АПВ), в качестве критерия Φ_1 целесообразно выбрать критерий, выраженный через АПВ. Такими критериями могут быть информационные критерии Фишера, Шеннона и Кульбака, позволяющие получить потенциально более точные оценки вектора состояния Y вследствие оптимизации всего процесса Y_t, а не его локальной характеристики – дисперсии, как в традиционном среднеквадратическом критерии. Необходимо отметить, что при выборе критерия Φ_1 важно обеспечить компромисс между требуемой точностью и объемом вычислительных затрат. Так, например, использование в качестве критерия Φ_1 функционала Фишера обеспечивает большую по сравнению с критерием Шеннона точность, но требует дополнительных вычислительных затрат [5].

Отсутствие информации о функции Q увеличивает энтропию состояния системы. Поэтому процесс ее идентификации должен, прежде всего, осуществляться с целью минимизации неопределенности выражения (1) и при этом требовать (в соответствии с принципом Ферма) минимума энергетических затрат, т.е. минимума квадратичной формы Q^2.

Главная задача информационных систем ПО – максимизация информации об объекте управления или минимизация энтропии его состояния. Решение этой задачи, наряду с идентификацией структуры уравнения состояния, может быть осуществлено за счет синтеза управления максимизирующего АПВ ρ_z [4-8]. Учитывая принцип Ферма, управление U необходимо осуществлять, как и идентификацию Q, с минимальными энергетическими затратами, минимум которых можно обеспечить, минимизировав квадратичную форму U^2.

Резюмируя вышеизложенное, можно сделать вывод, что для управления объектом с априорно неопределенной структурой (1) необходимо минимизировать функционал (4) по Q и U.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СОВМЕСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ И ИДЕНТИФИКАЦИИ.

Анализ современных методов синтеза ИС показывает, что в большинстве практических случаев, входящие в выражение (1) нелинейные функции, в конечном итоге аппроксимируются различными функциональными рядами Тейлора, Фурье, сплайнами, интерполяционными многочленами Лагранжа и т.д. [5, 8, 9]. Учитывая это, представим правую часть выражения (1) в следующем виде:

$$\dot{Y} = \sum_{i=0}^{N} f_{1_i}(t) Y^i + \sum_{i=0}^{N} f_{2_i}(t) Q^i Y^i + \sum_{i=0}^{N} f_{3_i}(t) U^i Y^i + \left[\sum_{i=0}^{N} f_{0_i}(t) Y^i\right] V_t, \tag{5}$$

где N – степень ряда, определяемая требуемой точностью аппроксимации функций; f_{j_i}, U_i, Q_i $(j = 0, \ldots, 3)$ – коэффициенты разложения в соответствующий ряд; или в векторной форме

$$\dot{Y} = \Psi(Y)\left[F + Q^* + U^* + F_0 V_t\right], \tag{6}$$

где $\Psi(Y) = \left|1\ Y\ Y^2\ \ldots\ Y^N\right|$, $F = \left|f_0\ \ldots\ f_N\right|^T$, $Q^* = F_2 Q$, $U^* = F_3 U$,

$$F_2 = \begin{vmatrix} f_{2_0} & 0 & 0 \\ 0 & f_{2_1} & 0 \\ 0 & 0 & f_{2_N} \end{vmatrix}, F_3 = \begin{vmatrix} f_{3_0} & 0 & 0 \\ 0 & f_{3_1} & 0 \\ 0 & 0 & f_{3_N} \end{vmatrix},$$

$$Q = \left|Q_0 \ldots Q_N\right|^T, \quad U = \left|U_0 \ldots U_N\right|^T, \quad F_0 = \left|f_{0_0} \ldots f_{0_N}\right|^T$$

Так как в общем случае не существует аналитического решения уравнения (3), то для возможности дальнейшего поиска функции Q и синтеза оптимального управления U будем использовать параметрическую аппроксимацию ρ_z. Для этого сформируем систему дифференциальных уравнений вектора параметров, определяющих искомую плотность распределения. При этом будем считать, что из анализа процессов, протекающих в объекте управления, класс аппроксимирующей плотности известен. Из всех широко используемых в системах автоматического управления видов распределений (логарифмическое нормальное распределение, χ^2, распределение Пирсона, нормальное распределение и т.д.), наиболее широкое применение получило нормальное распределение. Учитывая то, что оно является частным случаем распределения Пирсона, дальнейшее решение поставленной задачи будем осуществлять в предположении аппроксимации ρ_z распределением Пирсона [16]

$$\frac{\partial \rho_z}{\partial Y} = \frac{Y + a_0}{b_2 Y^2 + b_1 Y + b_0}\rho_z(Y), \tag{7}$$

где a_0, b_0, b_1, b_2 – параметры распределения, однозначно определяемые первыми четырьмя центральными моментами m_j, $(j = 1, \ldots, 4)$.

Для определения апостериорных моментов m_j подставим выражение (5) в (3) и, учитывая равенство (6), получим дифференциальное уравнение j-го момента АПВ в следующем виде:

$$\dot{m}_j = \sum_{i=0}^{N}\left[f_i + \frac{D_n}{2}\sum_{k=0}^{i} f_{0_k} f_{0_{(i-k+1)}}(i+1-k)\right] j m_{i+j-1} + \frac{D_n}{2}\sum_{i=0}^{N} j(j-1) \times \tag{8}$$

$$\times \left[\sum_{k=0}^{i} f_{0_k} f_{0_{(i-k)}}\right] m_{i+j-2} + \sum_{i=1}^{N} h_i\left(m_{i+j} - m_i m_j\right) + \sum_{i=0}^{N} Q_i^* m_{j-1} + \sum_{i=0}^{N} U_i^* m_{j-1},$$

где $j = 1, 2, \ldots; \quad m_0 = 1.$

Анализ выражения (8) показывает, что полученная система апостериорных моментов не замкнута. Однако, высказанное ранее предположение о принадлежности ρ_Z к классу распределений Пирсона (7), позволяет преобразовать бесконечную систему в замкнутую систему уравнений с помощью рекурсии, связывающей первые четыре момента распределения с высшими моментами распределения [5]

$$m_{n+1} = -\frac{m_n(b_1(n+1)+a_0)+b_0 n m_{n-1}}{b_2(n+2)+1} =$$

$$= [m_n C_1(m_1,m_2,m_3,m_4) + m_{n-1}C_2(m_1,m_2,m_3,m_4)]\, C_4(m_1,m_2,m_3,m_4);$$

где

$$C_1(m_1,m_2,m_3,m_4) = m_3m_4 - 4m_3^2m_1 - 3m_1m_2m_4 + 12m_1^2m_2m_3 -$$

$$-8m_3m_1^4 + 2m_4m_1^3 + 3m_3m_2^2 - 9m_1m_2^3 + 6m_1^3m_2^2;$$

$$C_2(m_1,m_2,m_3,m_4) = 4m_2^2m_4 - 8m_1^2m_2m_4 + 4m_1^4m_4 - 16m_1m_2^2m_3 +$$

$$+32m_3m_2m_1^3 - 16m_3m_1^5m + 24m_1^2m_2^3 - 60m_1^4m_2^2 + 48m_1^6m_2 - 12m_1^8;$$

$$C_3(m_1,m_2,m_3,m_4) = 2(m_2m_4 - m_1^2m_4) - 6m_2^3 - 3m_3^2 + 10m_1m_2m_3 +$$

$$+3m_1^2m_2^2 - 4m_3m_1^3;$$

$$C_4(n,m_1,m_2,m_3,m_4) = n\left[(m_2m_4 - m_1^2m_4)(10-(n+2)2) + \right.$$

$$+m_2^3(6(n+2)-18) + m_3^2(3(n+2)-12) - m_1m_2m_3(10(n+2)-32) +$$

$$\left. +m_1^2m_2^2(6-(n+2)3) + m_3m_1^3(4(n+2)-8)\right]^{-1};$$

$$A = 10(m_2m_4 - m_1^2m_4) - 18m_2^3 - 12m_3^2 + 32m_1m_2m_3 + 6m_1^2m_2^2 - 8m_1^3m_3.$$

Для удобства дальнейших преобразований представим выражение (8) в векторном виде

$$\dot{M} = G(M,F,F_0) + N(M,F_2,F_3)\,\hat{\otimes}P, \tag{9}$$

где $M = \left| m_1 \ldots m_l \right|^T$, $G(M,F,F_0)$ – известная нелинейная вектор–функция компоненты, которой определяются выражением (8); $N(M)$ – матрица размерности $l \times (N+1)$, $P = \left| Q^* \vdots U^* \right|^T$.

Для синтеза блочного вектора P_* воспользуемся принципом максимума Понтрягина для чего запишем соответствующий гамильтониан в виде:

$$H(M,P,t) = -\int\limits_Y \Phi\left[\rho_Z(Y,M,t)\right]dY + P^T\hat{\otimes}K\hat{\otimes}P + \lambda^T\left[G(M,F,F_0) + N(M)\,\hat{\otimes}P\right]$$

где λ – вектор сопряженных переменных; $K = \left| k_Q \vdots k_U \right|^T$, k_Q, K_U – известные матрицы, выбираемые, исходя из конструктивных характеристик приборов и элементов тракта управления.

Блочный вектор P определяется из условия стационарности гамильтониана

$$\left[\frac{\partial L(Y,M,t)}{\partial P}\right]^T + \frac{\partial}{\partial P}\left[G(M,F,F_0) + N(M)\hat{\otimes}P\right]^T \lambda(t) = 0,$$

следовательно, $\left[\frac{\partial L(Y,M,t)}{\partial Q_*}\right]^T + \frac{\partial}{\partial Q_*}\left[G(M,F,F_0) + N(M)\,Q_*\right]^T \lambda(t) = 0,$

$$\left[\frac{\partial L(Y,M,t)}{\partial U_*}\right]^T + \frac{\partial}{\partial U_*}\left[G(M,F,F_0) + N(M)\,U_*\right]^T \lambda(t) = 0,$$

откуда $N^T\lambda + \left[Q_*^T k_Q^T + Q_*^T k_Q\right]^T = 0,$

$$N^T\lambda + \left[U_*^T k_U^T + U_*^T k_U\right]^T = 0.$$

Полученные уравнения позволяют найти промежуточную функцию Q_*

$$Q_* = -\frac{1}{2}k_Q^{-1}N^T\lambda, \tag{10}$$

и вектор U_*

$$U_* = -\frac{1}{2}k_U^{-1}N^T\lambda. \tag{11}$$

Найденные представления функций Q_* и U_*, позволяют найти априорно неизвестную функцию Q и синтезировать оптимальное управление U_{opt} объектом (1).

Подставив выражение (6) в уравнения (10) и (11), получим

$$Q = -\frac{1}{2}F_2^{-1}k_Q^{-1}N^T\lambda \quad \text{и} \quad U = -\frac{1}{2}F_3^{-1}k_U^{-1}N^T\lambda.$$

Окончательное решение поставленной проблемы сводится в дальнейшем к решению двухточечной краевой задачи (ДТКЗ), система канонических уравнений которой определяется уравнением

$$\dot{M} = G(M,F,F_0) - N(M)\hat{\otimes}P, \tag{12}$$

здесь $P = \left| Q \vdots U_{opt} \right|^T$, и сопряженным к нему

$$\dot{\lambda}(t) = -\left[\frac{\partial}{\partial M}\int\limits_Y \Phi\left[\rho_z(Y,M,t)\right]\right]^T - \left[\frac{\partial G(M,F,F_0)}{\partial M} + N(M)\hat{\otimes}P\right]^T \lambda, \tag{13}$$

при краевых условиях $M(t_0) = M_0, \quad \lambda(t_k) = 0.$

Решение сопряженной системы (12), (13) в бортовых цифровых вычислительных машинах с современным быстродействием оказывается трудно реализуемой задачей. Поэтому, с целью возможности формирования управления в реальном масштабе времени, используем далее методику синтеза приближенного решения ДТКЗ на основе метода инвариантного погружения

[13], позволяющего сформировать приближенное значение вектора состояния $\tilde{M}$ как систему уравнений, имеющую в данном случае вид:

$$\dot{\tilde{M}} = G\left(\tilde{M}, F, F_0\right) - D\left[\frac{\partial}{\partial \tilde{M}} \int\limits_Y \Phi\left[\rho_z\left(Y, \tilde{M}, t\right)\right] dY\right]^T, \tag{14}$$

$$\dot{D} = 2\left[\frac{\partial G\left(\tilde{M}, F, F_0\right)}{\partial \tilde{M}}\right] D + D\left[\frac{\partial G\left(\tilde{M}, F, F_0\right)}{\partial \tilde{M}}\right] -$$

$$-\frac{1}{2}\left[NF_2^{-1}k_Q^{-1}N^T + NF_3^{-1}k_U^{-1}N^T\right] - 2D\left[\frac{\partial}{\partial \tilde{M}}\left[\frac{\partial}{\partial \tilde{M}} \int\limits_Y \Phi\left[\rho_z\left(Y, \tilde{M}, t\right)\right] dY\right]^T\right] D,$$

где матрица D играет роль весовой матрицы при отклонении оптимального вектора от его аппроксимации. Значение матрицы $D(t_0)$ определяется экспериментальным путем, исходя из требуемой скорости сходимости решения при обеспечении устойчивости системы нелинейных дифференциальных уравнений.

Важно отметить, что после проведения преобразований в соответствии с методом инвариантного погружения в системе (14) в явной форме отсутствует искомый вектор управления, что требует, в свою очередь, дальнейших построений для его определения.

Чтобы сформировать приближенный вектор $\tilde{U}$, приравняем правые части систем уравнений (9) и (12), а также пренебрежем в (12) членом, содержащим λ. В результате получим явное выражение вектора $\tilde{U}$

$$\tilde{U} = N^{-1}D\left[\frac{\partial}{\partial \hat{M}} \int\limits_Y \Phi\left[\rho_z\left(Y, M, t\right)\right] dY\right]^T.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование существующих подходов к синтезу управления объектом с априорно неопределенной структурой вектора состояния предполагает

решение исследуемой проблемы в два этапа [5, 14, 15]. На первом этапе проводится идентификация, в соответствии с выбранным критерием, априорно неизвестной функции Q. При этом делается упрощающее допущение, что неизвестное управление U относится к правой части системы и от Q не зависит. На втором этапе осуществляется синтез U с учетом найденной функции Q. Основной проблемой реализации данного подхода является приведение полученной после первого этапа системы векторно-матричных уравнений к каноническому виду [5]. Решение этой задачи, как правило, связано с необходимостью проведения сложных операций с блочными матрицами и введением дополнительных упрощающих допущений.

В предложенном подходе задача управления осуществляется в один этап, что позволяет избежать сложных математических преобразований при синтезе U и сократить в 1,5-2 раза требования к быстродействию бортового вычислителя. Кроме того, в отличие от [14] он не требует решения ДТКЗ для системы дифференциальных уравнений в частных производных.

Однако недостатком использования предложенного подхода, по сравнению с [14], является использование одного критерия, как для поиска априорно неизвестной функции Q, так и синтеза оптимального управления. Оптимизация процессов управления и идентификация по одному критерию может оказаться нецелесообразной при синтезе управления движением отдельных объектов. Однако при синтезе ИС, например, систем навигации летательных аппаратов [9], в которых задачи управления и идентификации решаются с одной целью – уменьшить энтропию вектора состояния, предложенный в статье подход является релевантным.

В заключение отметим, что выбор между разработанным подходом и существующими методами должен, в конечном счете, определяться компромиссом между требуемой точностью, возможностями бортового вычислителя и экономическими факторами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Б.Н., Уланов Г.М., Гольденблат И.И., Ульянов С.В. *Теория моделей в процессах управления.* М.: Наука, 1978.
2. Никифоров В. О. *Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений.* СПб: Наука, 2003.
3. Небылов А.В. *Гарантирование точности управления.* М.: Наука, 1998.
4. Тертычный–Даури В.Ю. *Стохастическая механика.* М.: Факториал Пресс, 2001.
5. Хуторцев В.В., Соколов С.В., Шевчук П.С. *Современные принципы управления и фильтрации в стохастических системах.* М.: Радио и связь, 2001.
6. Соколов С. В., Половинчук Н. Я. *Теоретические основы синтеза автономных помехоустойчивых бесплатформенных навигационных систем.* МО РФ, 1998.
7. *Справочник по теории автоматического управления.* Под ред. А. Красовского, М.: Наука, 1987.
8. Бурлай И. В. Оценивание состояния маневрирующих объектов с использованием неклассических целевых функционалов и элементов регуляризации. *Изв. РАН. Теория и системы управления.* 2001, № 1.
9. Погорелов В.А. Решение задачи стохастического управления гиростабилизированной платформой с параметрически неопределенной моделью дрейфа. *Изв. РАН. Теория и системы управления.* 2003, № 2.
10. Saridis G.N. Entropy formulation of optimal and adaptive control. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1988, vol. AC-38-8.
11. Saridis G.N. Control performance as an entropy Control. *Theory Adv. Technology.* 1985, vol. 1, no. 2.
12. Стратонович Р.Л. *Условные Марковские процессы и их применение к теории оптимального управления.* М.: изд-во МГУ, 1966.
13. Первачев С.В., Перов А.И. *Адаптивная фильтрация сообщений.* М.: Радио и связь, 1991.
14. Соколов С.В., Погорелов В.А. Апостериорное управление объектом с неопределенной структурой. *Автоматика и вычислительная техника*, 2002, № 3.
15. Соколов С.В., Щербань И.В. Оптимальное управление стохастическими объектами на основе обобщенных вероятностных критериев. *Автоматика и вычислительная техника*, 1998, № 4.
16. Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В. и др. *Справочник по теории вероятностей и математической статистике.* М.: Наука, 1985.
17. Вишневский В. М. Состояние и перспективы развития информационно-вычислительных сетей в России. *Электросвязь*, 1998, № 7, стр. 20–23.