Информационные процессы, Том 8, № 1, 2008, стр. 1–9.

Многолинейная система массового обслуживания с конечным накопителем и блокировкой полумарковского потока заявок[1]

В.В.Чаплыгин

Институт проблем информатики, Российская академия наук, Москва, Россия
Поступила в редколлегию 03.01.2008

Аннотация—Рассматривается многолинейная система массового обслуживания с блокировкой полумарковского потока заявок, обслуживанием фазового типа на каждом приборе и конечным накопителем. Периоды поступления заявок в систему на обслуживание и периоды блокировки потока чередуются и распределены по экспоненциальному закону с разными интенсивностями. Найдены основные стационарные характеристик системы, включая распределение времени ожидания начала обслуживания и времени пребывания принятой к обслуживанию заявки, а также характеристики, связанные с временем простоя приборов.

1. ОПИСАНИЕ СИСТЕМЫ

Одним из способов контроля функционирования различных систем массового обслуживания является интервальный доступ к их ресурсам, при котором пользоваться ресурсами системы возможно только в определенные периоды времени. Этот способ организации доступа можно найти в самых различных областях. Например, во избежание толчеи во время продажи билетов на футбольные матчи, собирающие значительную аудиторию, вокруг касс огораживают территорию с одним входом, на котором организован визуальный контроль количества людей внутри этой замкнутой территории: вход открывается, если количество покупателей на взгляд человека, контролирующего вход, не создает препятствия для нормальной работы касс, и закрывается, если количество покупателей велико. Другим примером такой системы может служить, счетчик, регистрирующий частицы из потока только в определенные интервалы времени.

Ограничение доступа к ресурсам системы в определенные интервалы времени часто встречается в инфотелекоммуникационных сетях, когда между пользователем и сервером (или группой серверов) находится супервизор, который и определяет размеры временных интервалов, в течение которых пользователь имеет доступ к ресурсам. Причем, зачастую, пользователь заранее не знает, блокирован ресурс или нет. Пользователь просто посылает заявку на обслуживание, и или получает обслуживание, или получает отказ. В предложенную схему такой организации доступа к ресурсам системы вписываются, например, функционирование сетевого принтера в локальной сети или работа ftp-серверов в интернет-сети, доступ к которым возможен в определенные часы, например, в ночное время. Обзор по системам массового обслуживания подобного характера можно найти, в частности, в работе Васильевой [1].

Отдельно хочется подчеркнуть отличие данной системы массового обслуживания (СМО) с потерями заявок вследствие блокировки потока от многофазных систем, когда группы серверов помещаются друг за другом и потери возникают при блокировке одной из фаз из-за переполнения заявками, а также от СМО с потерями при воздействии "отрицательных" заявок и от СМО с потерями неприоритетных заявок. В рассматриваемой СМО все заявки

[1] Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 06-07-89056

однотипны, генерируются в моменты смены фаз одного и того же полумарковского процесса, и возможность каждой из них попасть в систему зависит от состояния марковского процесса, который, в свою очередь, не зависит ни от полумарковского процесса генерации заявок, ни от состояния системы обслуживания. Ранее многолинейные СМО с полумарковским входящим потоком исследовались, в частности, в работе Печинкина и Чаплыгина [2], с неординарным полумарковским потоком в работах Такаги и Ву [3,4], со специальными дисциплинами обслуживания в работе Печинкина и Тришечкина [5], Дудина, Клименок и др. [6,7], с ненадежными приборами в работах Печинкина, Соколова, Чаплыгина [8,9]. В настоящей работе исследуются стационарные характеристики многолинейной СМО с полумарковским входящим потоком, обслуживанием фазового типа на каждом приборе и блокировкой поступления заявок в систему в течение случайного периода времени, распределенного по экспоненциальному закону, и случайным периодом времени между периодами блокировки.

Рассмотрим многолинейную СМО с накопителем конечной емкости. В системе имеется n работающих независимо друг от друга идентичных приборов, которые обслуживают поступающие на них однотипные заявки.

Каждый из приборов может находиться на одной из J, $1 \le J < \infty$, фаз обслуживания. Время обслуживания заявки на каждом приборе распределено по закону фазового типа с параметрами $\boldsymbol{h}$ и H, где $\boldsymbol{h}$ — вектор-строка размерности J, а H — квадратная матрица порядка J. Функция распределения фазового типа времени обслуживания заявки записывается в виде (здесь и далее через $\mathbf{1}$ будем обозначать вектор-столбец из единиц, через O — нулевую матрицу, а через E — единичную матрицу, размерность и порядок которых определяются из контекста)

$$H(x) = 1 - \boldsymbol{h}\, e^{Hx}\mathbf{1}. \tag{1}$$

Если в систему поступает заявка, но все n приборов заняты, то эта заявка поступает в накопитель емкостью r. Будем считать, что $r \ge 2$; если $r = 0, 1$, то часть полученных формул потребует упрощения. Если накопитель полон, то заявка, не обслуживаясь, покидает систему (теряется). Заявки из накопителя обслуживаются в порядке их поступления в систему. Кроме этого обозначим $R = n + r$.

Опишем входящий в систему поток заявок.

Рассмотрим полумарковским процесс с конечным множеством состояний $\{1, 2, \ldots, I\}$, $1 \le I < \infty$. В каждый момент изменения состояния полумарковского процесса генерируется новая заявка, которая готова поступить в систему на обслуживание. Вероятность того, что полумарковский процесс за время меньше x перейдет из состояния i сразу в состояние j, $i, j = \overline{1, I}$, равна $A_{ij}(x)$. Среднее время между изменениями состояний полумарковского процесса в стационарном режиме можно записать в виде

$$a = \boldsymbol{\pi}_a \int\limits_0^\infty x\, dA(x)\, \mathbf{1},$$

где $\boldsymbol{\pi}_a$ — вектор-строка стационарных вероятностей вложенной цепи Маркова полумарковского процесса, $A(x)$ — матрица из элементов $A_{ij}(x)$. Более подробное описание полумарковского потока, а также некоторые естественные дополнительные предположения относительно его параметров, которые мы будем предполагать выполненными, можно найти в работах Печинкина и Чаплыгина [2,10].

Будем рассматривать стационарный режим функционирования полумарковского процесса генерации заявок. За "малое" время Δ с вероятностью $\alpha\Delta + o(\Delta)$ происходит блокировка потока заявок, поступающих в систему, а именно, начиная с этого момента, заявки, генерируемые полумарковским процессом, в систему не попадают, а теряются. Заявки, находящиеся в системе, систему не покидают, а продолжают обслуживаться (заявки на приборах) или ожидать обслуживания (заявки в накопителе). Если поток блокирован, то за "малое" время Δ с вероятностью $\beta\Delta + o(\Delta)$ поток разблокируется, и заявки, которые будут сгенерированы после этого момента вновь будут поступать в систему на обслуживание. Генерация заявок полумарковским потоком не зависит от того, блокировано поступление заявок в систему или нет.

В настоящей работе на основе методов, подробно изложенных в работах [2, 10], получены математические соотношения для расчета стационарных характеристик системы.

2. СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ РАВНОВЕСИЯ

Воспользуемся некоторыми построениями, полученными для многолинейной СМО с конечным накопителем, полумарковским потоком заявок и марковским обслуживанием [2], а именно тем, что процесс обслуживания всеми приборами системы, обслуживание на каждом из которых распределено по закону фазового типа, может быть описан в виде марковского процесса обслуживания следующим образом.

Если в системе находится k, $0 \le k \le n + r$, заявок, то процесс обслуживания может находиться в одном из l_k, $l_k < \infty$, состояний (фаз обслуживания), причем интенсивность смены фаз марковского процесса определяется элементами матриц Λ_k, $k = \overline{0, n+r}$, если ни одна заявка не обслужиилась, и элементами матриц N_k, $k = \overline{1, n+r}$, если заявка обслужилась. Предполагается, что $l_k = l$ при $k = \overline{n, n+r}$, матрицы $\Lambda_k = \Lambda$ совпадают при $k = \overline{n, n+r}$, а матрицы $N_k = N$ совпадают при $k = \overline{n+1, n+r}$. Матрицу $\Lambda + N$ будем предполагать неразложимой, а матрицу N — ненулевой.

Если в системе находится k, $k = \overline{0, n-1}$, заявок будем предполагать, что в момент поступления очередной заявки в систему, то, на какую фазу перейдет марковский процесс обслуживания, определяется элементами матриц Ω_k.

Более подробное описание структуры такого марковского процесса, а также способ формирования его инфинитезимальной матрицы по заданному PH-распределению обслуживания заявки на каждом приборе можно найти в работах [2, 10].

Рассмотрим вложенную цепь Маркова, определяемую моментами смены фаз полумарковского процесса генерации заявок.

Обозначим через p^m_{ik}, $m = 0, 1$, $i = l_k(u-1)+v$, $u = \overline{1, I}$, $v = \overline{1, l_k}$, $k = \overline{0, R}$, стационарную вероятность того, что сразу после смены фаз полумарковского процесса в системе находится k заявок, фаза полумарковского процесса генерации заявок находится на фазе u и марковский процесс обслуживания находится на фазе v и, если $m = 0$, то поток заявок заблокирован, а, если $m = 1$, то поток заявок разблокирован. Положим $\boldsymbol{p}^m_k = (p^m_{1k}, \ldots, p^m_{Il_k,k})$, $\boldsymbol{p}_k = (\boldsymbol{p}^0_k, \boldsymbol{p}^1_k)$, $m = 0, 1$, $k = \overline{0, R}$.

Для вектора $\boldsymbol{p}$ справедлива система уравнений равновесия (СУР) $\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}P$, в которой матрица P есть матрица переходных вероятностей вложенной цепи Маркова. Матрицу P можно представить в блочном виде:

$$P = \begin{pmatrix} P_{00} & P_{01} & O & O & \ldots & O & O \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & O & \ldots & O & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ldots & O & O \\ P_{R-1,0} & P_{R-1,1} & P_{R-1,2} & P_{R-1,3} & \ldots & P_{R-1,R-1} & P_{R-1,R} \\ P_{R0} & P_{R1} & P_{R2} & P_{R3} & \ldots & P_{R,R-1} & P_{RR} \end{pmatrix}.$$

Методы решения СУР с матрицей такого вида изложены в работах Бочарова, Д'Апиче и др. [11,12] и Печинкина [13].

Чтобы получить математические соотношения для матриц P_{ij}, введем некоторые дополнительные обозначения.

Обозначим через $q_{ij}(x)$, $i, j = 0, 1$, вероятность того, что через время x заявки не будут поступать в систему на обслуживание (поступление заявок будет заблокировано), если $j = 0$, и заявки будут поступать в систему (поступление заявок будет разблокировано), если $j = 1$, при условии, что в начальный момент времени поступление заявок заблокировано, если $i = 0$, и разблокировано, если $i = 1$.

Очевидно, что выполнены следующие соотношения

$$q_{00}(x) + q_{01}(x) = 1, \quad q_{10}(x) + q_{11}(x) = 1.$$

Найдем вероятность $q_{00}(x)$. Обозначим через $\hat{q}_{00}(s)$ преобразование Лапласа (ПЛ) функции $q_{00}(x)$, т. е.

$$\hat{q}_{00}(s) = \int\limits_0^\infty e^{-sx} q_{00}(x)\, dx.$$

Пусть в начальный момент времени поступление заявок заблокировано. Тогда через время x поступление заявок останется заблокированным, если за время x состояние блокировки вообще не менялось или менялось четное число раз. Поэтому для $\hat{q}_{00}(s)$ в силу независимости периодов времени, в течение которых процесс поступления заявок в систему находится в заблокированном и разблокированном состояниях, справедливо соотношение

$$\hat{q}_{00}(s) = \frac{1}{s+\beta} + \frac{\alpha\beta}{(s+\beta)^2(s+\alpha)} + \frac{\alpha^2\beta^2}{(s+\beta)^3(s+\alpha)^2} + \ldots = \frac{s+\alpha}{s(s+\alpha+\beta)}.$$

Откуда, переходя к оригиналу, получаем, что

$$q_{00}(x) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} + \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, e^{-(\alpha+\beta)x}.$$

Аналогичным образом для ПЛ функции $q_{01}(x)$ можно получить следующее выражение

$$\hat{q}_{01}(s) = \frac{\beta}{s(s+\alpha+\beta)},$$

обращая которое, легко прийти к соотношению

$$q_{01}(x) = \frac{\beta}{\alpha+\beta} - \frac{\beta}{\alpha+\beta}\, e^{-(\alpha+\beta)x}.$$

Точно такими же рассуждениями можно получить выражения для функций $q_{10}(x)$ и $q_{11}(x)$:

$$q_{10}(x) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} - \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\, e^{-(\alpha+\beta)x},$$

$$q_{11}(x) = \frac{\beta}{\alpha+\beta} + \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\, e^{-(\alpha+\beta)x}.$$

Определим следующие вспомогательные матрицы (здесь "$\otimes$" — символ кронекерова произведения матриц):

$$A_k^{ij} = \int_0^\infty q_{ij}(x)\, dA(x) \otimes F_k(x), \quad k \geq 0, \quad i,j = 0,1, \tag{2}$$

$$A_{kw}^{i1} = \int_0^\infty q_{i1}(x) dA(x) \otimes (F_{k,w}(x)\, \Omega_w), \quad w = \overline{0,n}, \quad k \geq w, \quad i = 0,1, \tag{3}$$

$$\tilde{A}_{kw}^{i1} = \int_0^\infty q_{i1}(x) dA(x) \otimes F_{k,w}(x), \quad w = \overline{0,n}, \quad k \geq w, \quad i = 0,1, \tag{4}$$

$$A_{kw}^{i0} = \int_0^\infty q_{i0}(x) dA(x) \otimes F_{k,w}(x), \quad w = \overline{0,n}, \quad k \geq w, \quad i = 0,1, \tag{5}$$

где матрицы $F_k(x)$ и $F_{kw}(x)$ определяются такими же соотношениями, как для системы SM/MSP/n/r в работе [2]. Там же, а также в работах [10],[11], можно познакомится с алгоритмическими методами численного расчета матриц $F_k(x)$ и $F_{kw}(x)$ и матриц, аналогичных матрицам $A_k^{ij}(x)$ и $A_{kw}^{ij}(x)$. Поскольку процедура отыскания рекуррентных соотношений для расчета матриц $A_k^{ij}(x)$ и $A_{kw}^{ij}(x)$ почти ничем не отличается от процедуры, подробно изложенной для подобных матриц в перечисленных работах для СМО SM/MSP/n/r, то мы полагаем, что читатель самостоятельно, учтя дополнительный множитель $q_{ij}(x)$ под знаком интеграла, сможет ее повторить в случае необходимости.

Теперь матрицы P_{ij} можно представить в виде

$$P_{i,i+1} = \begin{pmatrix} O & A_{i,i}^{01} \\ O & A_{i,i}^{11} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{0, n-1},$$

$$P_{i,i+1} = \begin{pmatrix} O & A_0^{01} \\ O & A_0^{11} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{n, R-1},$$

$$P_{R,R} = \begin{pmatrix} A_0^{00} & A_1^{01} + A_0^{01} \\ A_0^{10} & A_1^{11} + A_0^{11} \end{pmatrix},$$

$$P_{i,0} = \begin{pmatrix} A_{i,0}^{00} & O \\ A_{i,0}^{10} & O \end{pmatrix}, \quad i = \overline{0, R},$$

$$P_{i,j} = \begin{pmatrix} A_{i,j}^{00} & A_{i,j-1}^{01} \\ A_{i,j}^{10} & A_{i,j-1}^{11} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{1, R}, \quad j = \overline{1, \min\{i, n-1\}},$$

$$P_{i,n} = \begin{pmatrix} A_{i-n}^{00} & A_{i,n-1}^{01} \\ A_{i-n}^{10} & A_{i,n-1}^{11} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{n, R}.$$

$$P_{i,j} = \begin{pmatrix} A^{00}_{i-j} & A^{01}_{i-j+1} \\ A^{10}_{i-j} & A^{11}_{i-j+1} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{n+1, R}, \quad j = \overline{n+1, \min\{i, R-1\}}.$$

Найдем стационарную вероятность π потери заявки. Поступающая в систему заявка теряется, если поток заявок заблокирован или если все места в накопителе заняты.

Обозначим через q^m_{ik}, $m = 0, 1$, $i = l_k(u-1) + v$, $u = \overline{1, I}$, $v = \overline{1, l_k}$, $k = \overline{0, R}$, стационарную вероятность того, что непосредственно до момента смены фаз процесса генерации заявок в системе будет k других заявок, полумарковский процесс генерации заявок будет находиться на фазе u, марковский процесс обслуживания — на фазе v и, если $m = 0$, то поступление заявок в систему будет заблокировано, а если $m = 1$, то поступление заявок в систему будет разблокировано. Положим $\boldsymbol{q}^m_k = (q^m_{1k}, \dots, q^m_{Il_k,k})$, $\boldsymbol{q}_k = (\boldsymbol{q}^0_k, \boldsymbol{q}^1_k)$, $m = 0, 1$, $k = \overline{0, R}$.

$$\boldsymbol{q}_k = \sum_{j=k}^{R} \boldsymbol{p}_j \tilde{P}_{j,k}, \quad k = \overline{0, n-1},$$

$$\boldsymbol{q}_k = \sum_{j=k}^{R} \boldsymbol{p}_j \tilde{P}_{j-k}, \quad k = \overline{n, R},$$

где

$$\tilde{P}_{ij} = \begin{pmatrix} A^{00}_{ij} & \tilde{A}^{01}_{ij} \\ A^{10}_{ij} & \tilde{A}^{11}_{ij} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{0, R}, \quad j = \overline{0, \min\{i, n-1\}}, \quad \tilde{P}_k = \begin{pmatrix} A^{00}_k & A^{01}_k \\ A^{10}_k & A^{11}_k \end{pmatrix}, \quad k \geq 0,$$

где матрицы A_k, A^{ij}_{kw}, $\tilde{A}^{ij}_{kw}$ определяются соотношениями (2)–(5).

Отыскав векторы $\boldsymbol{q}_k$, $k = \overline{0, R}$, мы сможем вычислить вероятность потери заявки:

$$\pi = \sum_{i=0}^{R-1} \boldsymbol{q}^0_k \mathbf{1} + \boldsymbol{q}_R \mathbf{1}.$$

Найдем стационарные вероятности ψ_0 и ψ_1 того, что в момент генерации произвольной заявки поступление заявок в систему было заблокировано и разблокировано соответственно. Прежде всего заметим еще раз, что процесс блокировки потока заявок не зависит от процесса генерации заявок. Среднее время периода блокировки поступления заявок равно $1/\beta$, а среднее время периода разблокировки поступления заявок равно $1/\alpha$. Тогда для вероятностей ψ_0 и ψ_1 справедливы соотношения

$$\psi_0 = \frac{1/\beta}{1/\alpha + 1/\beta} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}, \qquad \psi_1 = \frac{1/\alpha}{1/\alpha + 1/\beta} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}.$$

Функцию $W(x)$ распределения времени ожидания начала обслуживания принятой к обслуживанию заявки можно записать в виде

$$W(x) = 1 - \frac{1}{1-\pi} \sum_{k=n}^{R-1} \boldsymbol{q}^1_k \sum_{i=0}^{k-n} F_i(x) \mathbf{1} = 1 - \frac{1}{1-\pi} \sum_{i=0}^{r-1} \left(\sum_{k=i}^{r-1} \boldsymbol{q}^1_{n+k} \right) F_i(x) \mathbf{1}.$$

Стационарное распределение $V(x)$ времени пребывания принятой к обслуживанию заявки определяется по формуле

$$V(x) = \int_0^x W(x-y) dH(y),$$

где функция $H(x)$ имеет вид (1).

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ, СВЯЗАННЫЕ С ПРОСТОЕМ ПРИБОРОВ

Особенностью функционирования данной системы с отказами является то, что при одинаковых параметрах полумарковского процесса и параметрах времени обслуживания на приборе в системе с прерывающимся потоком нагрузка на приборы, очевидно, меньше по сравнению с обыкновенной системой SM/MSP/n/r. Поэтому весьма важным показателем функционирования системы с прерывающимся потоком является доля времени, которое приборы простаивают, не обслуживая заявки.

Воспользовавшись вспомогательными формулами для стационарных вероятностей по времени в системе SM/MSP/n/r [2], определим матрицы T^{ij}_{kw}, $w=\overline{0,n-1}$, $k=\overline{w,R}$, и матрицы T^{ij}_{k}, $k\geq 0$, следующим образом:

$$T^{ij}_{kw}=\int\limits_0^\infty q_{ij}(x)\,(E-A^{(d)}(x))\otimes F_{kw}(x)\,dx,\quad w=\overline{0,n-1},\quad k=\overline{w,R}, \tag{6}$$

$$T^{ij}_{k}=\int\limits_0^\infty q_{ij}(x)\,(E-A^{(d)}(x))\otimes F_{k}(x)\,dx, \tag{7}$$

где $A^{(d)}(x)$ — диагональная матрица с элементами $A_i(x)=\sum\limits_{j=1}^{I}A_{ij}(x)$ на главной диагонали.

И пусть p_k, $k=\overline{0,R}$, — стационарные вероятности по времени того, что в системе находится ровно k заявок. Тогда справедливы следующие соотношения:

$$p_0=\frac{1}{a}\sum_{k=0}^{R}\boldsymbol{p}_k\,\boldsymbol{t}_{k0},$$

$$p_w=\frac{1}{a}\sum_{k=w}^{R}\boldsymbol{p}_k\,\boldsymbol{t}_{kw},\quad w=\overline{1,n-1}.$$

$$p_w=\frac{1}{a}\sum_{k=w}^{R}\boldsymbol{p}_k\,\boldsymbol{t}_{kw},\quad w=\overline{n,R},$$

где с учетом формул (6), (7) векторы $\boldsymbol{t}_{kw}$ определяются в блочном виде соотношениями

$$\boldsymbol{t}_{i,i+1}=\begin{pmatrix}T^{01}_{i,i}\mathbf{1}\\ T^{11}_{i,i}\mathbf{1}\end{pmatrix},\quad i=\overline{0,n-1},$$

$$\boldsymbol{t}_{i,i+1}=\begin{pmatrix}T^{01}_{0}\mathbf{1}\\ T^{11}_{0}\mathbf{1}\end{pmatrix},\quad i=\overline{n,R-1},$$

$$\boldsymbol{t}_{R,R}=\begin{pmatrix}T^{00}_{0}\mathbf{1}+(T^{01}_{1}+T^{01}_{0})\mathbf{1}\\ T^{10}_{0}\mathbf{1}+(T^{11}_{1}+T^{11}_{0})\mathbf{1}\end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{t}_{i,0} = \begin{pmatrix} T_{i,0}^{00}\mathbf{1} \\ T_{i,0}^{10}\mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{0, R},$$

$$\boldsymbol{t}_{i,j} = \begin{pmatrix} T_{i,j}^{00}\mathbf{1} + T_{i,j-1}^{01}\mathbf{1} \\ T_{i,j}^{10}\mathbf{1} + T_{i,j-1}^{11}\mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{1, R}, \quad j = \overline{1, \min\{i, n-1\}},$$

$$\boldsymbol{t}_{i,n} = \begin{pmatrix} T_{i-n}^{00}\mathbf{1} + T_{i,n-1}^{01}\mathbf{1} \\ T_{i-n}^{10}\mathbf{1} + T_{i,n-1}^{11}\mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{n, R}.$$

$$\boldsymbol{t}_{i,j} = \begin{pmatrix} T_{i-j}^{00}\mathbf{1} + T_{i-j+1}^{01}\mathbf{1} \\ T_{i-j}^{10}\mathbf{1} + T_{i-j+1}^{11}\mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad i = \overline{n+1, R}, \quad j = \overline{n+1, \min\{i, R-1\}}.$$

Рассмотрим время между соседними изменениями состояний полумарковского процесса генерации заявок и работу отдельно взятого прибора на этом промежутке. Обозначим через θ_w, $w = \overline{0, n-1}$, отношение среднего времени простоя прибора на промежутке между соседними изменениями состояний полумарковского процесса генерации заявок, когда в системе находится w заявок, к среднему времени между соседними изменениями состояний полумарковского процесса. Если в системе простаивает $n-w$ приборов, то вероятность отдельно взятого прибора оказаться среди простаивающих равна $(n-w)/n$. Обозначив через θ долю общего времени простоя прибора, получаем

$$\theta_0 = p_0,$$

$$\theta_w = \frac{(n-w)\,p_w}{n}, \quad w = \overline{1, n-1}.$$

$$\theta = \sum_{w=0}^{n-1} \theta_w.$$

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе получены соотношения для расчета следующих стационарных характеристик: распределение числа заявок в системе в моменты изменения состояний полумарковского процесса и по времени, распределение времени ожидания обслуживания и времени пребывания принятой к обслуживанию заявки, доля времени простоя отдельного прибора. За рамками этой работы остались некоторые важные варианты функционирования СМО, когда первая заявка, пришедшая после разблокировки потока, в момент своего прихода "убивает"заявки из системы, открывая тем самым "новую группу" поступающих заявок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васильева Л.А. *Оценивание длительности мертвого времени и параметров асинхронного дважды стохастического потока событий методом моментов.* Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Томск: Томский Государственный университет, 2004.

2. Печинкин А.В., Чаплыгин В.В. Стационарные характеристики системы массового обслуживания SM/MSP/n/r. *Автоматика и телемеханика*, 2004, № 9, стр. 85–100.

3. Takagi H., Wu D.A. Multiserver queue with semi-Markovian batch arrivals. *Computer Communications*, 2004, Vol. 27 , № 6, pp. 549–556.

4. H. Takagi, D.A. Wu. Multiserver queue with semi-Markovian batch arrivals with application to the MPEG frame sequence. *Internet Performance and Control of Network Systems III, Proceedings of SPIE*, 2002, vol. 4865, pp. 178–189.

5. Система $SM_2/MSP/1/r$ с дисциплиной случайного выбора заявок на обслуживание и общим накопителем. *Автоматика и телемеханика*, 2003, № 11, с. 160–180.

6. Lee M.H., Dudin A.N., Klimenok V.I. The SM/M/N queueing system with broadcasting service. *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2006, Article ID 98171, 18 pages, 2006. doi:10.1155/MPE/2006/98171

7. Dudin A.N., Klimenok V.I., Kim C.S., Lee M.H. The SM/PH/N Queueing System with Broadcasting Service. *Proccedings of the 13th Internnational conference on analitical and stochastic modelling techniques and applications (ASMTA 2006)*, Bonn, Germany, 2006, pp. 8–13.

8. Печинкин А.В., Соколов И.А., Чаплыгин В.В. Многолинейная система массового обслуживания с конечным накопителем и ненадежными приборами. *Информатика и ее применение*, 2007, Т. 1, № 1, стр. 27–39.

9. Печинкин А.В., Соколов И.А., Чаплыгин В.В. Стационарные характеристики многолинейной системы массового обслуживания с одновременными отказами приборов *Информатика и ее применения*, 2007, Т. 1, №2, стр. 28-38.

10. Печинкин А.В., Чаплыгин В.В. Стационарные характеристики системы массового обслуживания G/MSP/n/r. *Вестник РУДН, сер. "Прикладная математика и информатика"*, 2003, № 1, стр. 119–143.

11. Бочаров П. П., Д'Апиче Ч., А. В. Печинкин, Салерно С. Система массового обслуживания G/MSP/1/r. *Автоматика и телемеханика*, 2003, № 2, стр. 127–143.

12. Bocharov P.P., D'Apice C., Pechinkin A.V., Salerno S. *Queueing Theory*. Utrecht, Boston: VSP, 2004.

13. Печинкин А.В. Об одной инвариантной системе массового обслуживания. *Math. Operationsforsch. und Statist. Ser. Optimization*, 1983, Vol. 14, № 3, s. 433–444.