

Матричный метод анализа широкополосной беспроводной сети с протоколом IEEE 802.11¹

Ю.Х. Бэ*, А.И. Ляхов**, В.М.Вишневецкий**, К.Д. Ким*, Б.Д. Чой*

* Отделение математики и Телекоммуникационный Математический Исследовательский Центр
Университета Кореи, Сеул

** Институт проблем передачи информации РАН, Москва

Поступила в редколлегию 7.02.2008

Аннотация—В работе проводится оценка характеристик схемы распределенного управления DCF беспроводной сети с протоколом IEEE 802.11, работающей в условиях нормальной нагрузки. Учитываются две важные особенности схемы DCF, проявляющиеся при нормальной нагрузке: 1) возможность асинхронной передачи, выполняемой без предварительной отсрочки, для пакета, поступающего на станцию, находящуюся в состоянии простоя; 2) так называемая заключительная отсрочка, означающая, что станция должна переходить в состояние отсрочки после любой ее передачи, даже если ее очередь оказывается пустой. В статье разрабатывается достаточно простой метод получения производящей функции времени обслуживания пакета, а также оценки вероятности потери пакета и пропускной способности сети. Численные результаты показывают, что указанные особенности работы схемы DCF при нормальной нагрузке оказывают значительное влияние на показатели производительности сети и должны приниматься во внимание для точного моделирования DCF.

1. ВВЕДЕНИЕ

Стандарт IEEE 802.11 [1] определяет протоколы уровня управления доступом к среде передачи (MAC) и физического (PHY) уровня для беспроводных локальных сетей. IEEE 802.11 MAC включает обязательную схему распределенного управления DCF (Distributed Coordination Function), основанную на конкуренции станций за канал и реализующую метод CSMA/CA (множественный доступ с прослушиванием несущей и избеганием коллизий), и альтернативную схему централизованного управления (PCF – Point Coordination Function), основанную на опросе станций.

Существующие аналитические модели IEEE 802.11 DCF можно разделить на 2 группы по способу моделирования генерации пакетов на станциях, а именно – по типу нагрузки. Высокая нагрузка означает, что станции всегда имеют пакеты для передачи. При нормальной нагрузке очереди станций могут оказываться пустыми. Модели DCF при высокой нагрузке рассматриваются, например, в [2] – [7]. Наиболее популярной моделью DCF, описывающей поведение станции цепью Маркова, является модель Бьянки [2], которая затем последовательно улучшалась различными способами. В [8] – [17] представлены аналитические модели DCF при нормальной нагрузке. В данной статье, в отличие от существовавших до сих пор моделей, учитываются две важные особенности работы схемы DCF при нормальной нагрузке: 1) возможность асинхронной передачи, которая выполняется без предварительной отсрочки и происходит, когда пакет поступает на станцию, находящуюся в состоянии простоя, в момент, когда канал свободен; 2)

¹ Исследование проведено при поддержке Министерства информации и связи Кореи (в рамках программы ITRC, управляемой ИТА) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант N 06-07-90929).

заключительная отсрочка, означающая, что станция должна переходить в состояние отсрочки после каждой ее передачи, даже если ее очередь оказывается пустой. Эти особенности уже рассматривались в [16] путем сочетания модифицированной модели Бьянки и вспомогательной модели, описывающей изменения очереди станции в предположении об экспоненциальном распределении времени обслуживания пакета, передаваемого синхронно, т.е. после отсрочки. Это предположение значительно снижало точность оценки производительности DCF.

В данной статье, как и в [17], рассматривается беспроводная локальная сеть из n станций с идеальным каналом (т.е. отсутствуют помехи и нет скрытых терминалов), а процесс поступления пакетов на каждую станцию предполагается пуассоновским с интенсивностью λ . Основываясь на модели Бьянки, поведение станции моделируется трехмерной цепью Маркова, где в качестве третьей размерности используется длина очереди. Матрица \mathbf{P} вероятностей одношаговых переходов имеет форму $M/G/1$. На основе стационарных вероятностей состояний этой цепи Маркова с помощью методов матричного анализа [18] оцениваются показатели производительности сети. Предлагаемый аналитический метод оценки производительности весьма прост для программной реализации.

Далее в разделе 2 разрабатывается аналитическая модель DCF при нормальной нагрузке и выводятся формулы для показателей производительности. В разделе 3 приводятся численные результаты.

2. АНАЛИЗ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ IEEE 802.11 DCF

В подразделе 2.1 стохастическое поведение станции сети моделируется цепью Маркова с дискретным временем. В подразделе 2.2 предлагается матричный метод для нахождения стационарных вероятностей этой цепи Маркова. В подразделах 2.3 и 2.4 на основе стационарных вероятностей состояний цепи Маркова выводятся формулы для вероятности передачи τ , вероятности потери пакета P_{Loss} и пропускной способности. Подраздел 2.5 посвящен получению производящей функции времени обслуживания пакета, которое определяется как время с момента перемещения пакета в начало очереди до окончания успешной передачи пакета или его сброса. Оценки среднего значения этого времени, которая проводилась в [8, 12, 13], недостаточно для вывода, удовлетворяются ли требования к качеству обслуживания (QoS), в частности – ограничения по задержке. По этой причине в данной статье оценивается именно вероятностное распределение времени обслуживания.

DCF включает 2 механизма передачи пакетов: механизм базового доступа, когда на кадр DATA, содержащий информационный пакет, следует положительное подтверждение ACK, и альтернативный механизм запроса готовности / подтверждения готовности RTS/CTS (Request-To-Send/Clear-To-Send), когда передача кадра DATA предваряется обменом служебными кадрами RTS и CTS. Эти кадры разделяются коротким межкадровым интервалом (Short InterFrame Space – SIFS). Предлагаемый метод применим для обоих механизмов доступа.

2.1. Описание модели

В режиме распределенного управления станция сети может быть в одном из следующих состояний: простоя, отсрочки, передачи (коллизийной или успешной) и заключительной отсрочки.

Если пакет прибывает на станцию в состоянии простоя (и поэтому очередь станции пуста), станция передает пакет немедленно, если канал был свободен как в момент прибытия пакета, так и в течение, по крайней мере, интервала IFS до этого момента. Если хотя бы одно из этих условий не выполняется, станция переходит в состояние отсрочки, когда истечет интервал IFS, завершающий последнюю передачу по каналу. IFS равен DIFS (Distributed InterFrame Space),

если последняя передача по каналу была успешной, или EIFS (Extended InterFrame Space), если кадр, последним передававшийся по каналу, был искажен.

При каждом переходе в состояние отсрочки станция выбирает случайное число j , называемое временем отсрочки, равновероятно из интервала $[0; W_i - 1]$, где W_i – конкурентное окно, которое зависит от числа i сделанных попыток передачи текущего пакета. Первоначально $W_0 = CW_{min}$. Станция уменьшает свой счетчик времени отсрочки на 1 каждый слот отсрочки σ . Счетчик замораживается при обнаружении занятости канала. Отсчет времени отсрочки возобновляется по истечении времени IFS после освобождения канала. Когда счетчик отсрочки достигает нулевого значения, станция передает пакет, если ее очередь не пуста. После каждой успешной передачи конкурентное окно возвращается к величине CW_{min} , и станция переходит в состояние отсрочки спустя DIFS, даже если ее очередь оказалась пустой, что называется *заключительной отсрочкой*. Эта заключительная отсрочка гарантирует, что последовательные передачи пакетов (MSDU в терминах IEEE 802.11) разделены по крайней мере одним интервалом отсрочки. Когда пакет прибывает на станцию в состоянии заключительной отсрочки, она переходит в состояние обычной отсрочки с текущим (т.е. сокращенным) значением счетчика времени отсрочки. Если ни одного пакета не прибыло на станцию, пока она находилась в состоянии заключительной отсрочки, станция переходит в состояние простоя.

Если несколько станций передают одновременно, происходит коллизия, разрушающая передаваемые кадры. После неудачной передачи станция переходит в состояние отсрочки спустя интервал EIFS, завершающий коллизию. Если счетчик попыток передачи i еще не достиг предела I , конкурентное окно удваивается, пока оно не достигнет максимального размера $CW_{max} = 2^m W_0$. При достижении предела попыток передачи пакет сбрасывается, и конкурентное окно возвращается к величине CW_{min} . Если очередь оказывается пуста после этого сброса, станция переходит в состояние заключительной задержки по истечении интервала EIFS.

Будем различать два типа передач: 1) синхронные передачи, выполняемые после отсрочки, и 2) асинхронные передачи, выполняемые без предварительной отсрочки, когда пакет прибывает на станцию в состоянии простоя и канал оказывается свободен. Синхронные передачи подвержены коллизиям, так как станции отсчитывают свои времена отсрочки синхронно и счетчики отсрочки нескольких станций могут достичь 0 одновременно. Пакет, передаваемый асинхронно, попадает в коллизию значительно реже. Станция может начать асинхронную передачу в любой момент в пределах слота σ , и вероятность того, что она начнется ровно на границе слота, пренебрежимо мала. Точнее, можно пренебречь вероятностью того, что абсолютная разность между временем начала передачи и границей слота окажется меньше времени переключения из режима приема в режим передачи (RX/TX time, $t_{RX/TX}$), так как $t_{RX/TX}$ много меньше σ . Если пакет начинает передаваться асинхронно в момент времени “начало слота k ” + δ , коллизия происходит в следующих 2 случаях: 1) синхронная передача другой станции начинается в начале слота k и $\delta < t_{RX/TX}$; и 2) синхронная передача начинается в начале слота $k+1$ и $\sigma - \delta < t_{RX/TX}$. Так как $t_{RX/TX}/\sigma \ll 1$, можно пренебречь вероятностями этих случаев и считать, что коллизии асинхронной передачи и синхронной передачи невозможны. Коллизиями двух или более асинхронных передач можно также пренебречь, потому что, во-первых, вероятность того, что два (или более) пакета придут в пустые очереди нескольких станций почти одновременно (т.е. в пределах одного и того же очень короткого слота σ), пренебрежимо мала, и во-вторых, такая коллизия может произойти, только если разница во времени между такими прибытиями пакетов меньше $t_{RX/TX}$. Таким образом, далее будем считать, что асинхронные передачи всегда успешны.

Пусть $x(t)$ – стохастический процесс, описывающий число пакетов в очереди данной станции в момент времени t , с пространством состояний $\{0, 1, 2, \dots\}$. Буфер каждой станции предпо-

лагается бесконечным. Пусть $s(t)$ – стохастический процесс, описывающий стадию отсрочки в момент времени t , с пространством состояний $\{0, 1, \dots, I\}$. $s(t)$ представляет собой число неудачных передач первого пакета в очереди. Пусть $W = CW_{min}$. Тогда $W_i = 2^{\min\{i,m\}}W$, где $0 \leq i \leq I$. Если пакет передан неудачно на максимальной стадии отсрочки I , он сбрасывается. Пусть $b(t)$ – стохастический процесс, описывающий счетчик отсрочки данной станции в момент времени t , с пространством состояний $\{0, 1, \dots, W_i - 1\}$, определяемым стадией отсрочки i . Применяется дискретная целочисленная шкала времени: моменты t и $t + 1$ соответствуют началу двух последовательных слотов, и значение счетчика отсрочки каждой станции, не находящейся в состоянии простоя, изменяется в начале каждого слота. Заметим, что эта дискретная временная шкала не соответствует в точности реальному времени. Отсчет времени отсрочки приостанавливается на время занятости канала, поэтому слот – интервал времени между двумя последовательными изменениями счётчика отсрочки – может быть значительно длиннее слота отсрочки σ , так как он может включать передачу пакета. В данной статье термины “слот” и “временной слот” означают переменный временной интервал, равный либо σ , либо времени успешной или неудачной передачи пакета.

Как и в [2], считаем, что при каждой попытке передачи независимо от числа предшествующих попыток пакет попадает в коллизию с постоянной вероятностью p . p – это условная вероятность коллизии, т.е. это вероятность попадания в коллизию пакета, передача которого началась. Вероятность p тесно связана с вероятностью τ того, что станция передает синхронно в произвольно выбранном слоте, и эта связь будет отражена далее уравнением (20). Введем также вероятность τ_a того, что станция передает асинхронно. Далее будем считать, что все информационные пакеты имеют фиксированный размер, одинаковый для всех станций, и канал занимает на время T_p при каждой передаче кадра DATA.

Можно выделить следующие типы слотов:

- пустой слот σ , когда никто не передает;
- успешный слот, когда только одна станция передает синхронно; длительность этого слота составляет $T_s = T_p + SIFS + t_{ACK} + DIFS$ при механизме базового доступа и $T_s = t_{RTS} + t_{CTS} + T_p + 3 \cdot SIFS + t_{ACK} + DIFS$ при механизме RTS/CTS; t_{RTS} , t_{CTS} и $t_{ACK} = t_{CTS}$ – времена передачи соответствующих служебных кадров;
- коллизионный слот, когда две или более станции передают синхронно; длительность этого слота равна $T_c = T_p + EIFS$ при механизме базового доступа и $T_c = t_{RTS} + EIFS$ при механизме RTS/CTS;
- асинхронный слот, когда одна из станций передает асинхронно; средняя длительность этого слота равна $T_a = T_s + \sigma/2$.

$\{(x(t), s(t), b(t)) | t = 0, 1, 2, \dots\}$ – вложенная цепь Маркова с дискретным временем. Пространство состояний этой цепи: $\{(0, j), 0 \leq j \leq W - 1\} \cup \{(k, i, j) : k \geq 1, 0 \leq i \leq I, 0 \leq j \leq W_i - 1\}$. $(0, j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, W - 1$, – состояние заключительной отсрочки с текущим значением счетчика, равным j . $(0, 0)$ – состояние простоя. Для дальнейшего анализа введем ряд вероятностей.

- Пусть P_e – вероятность того, что случайно выбранный слот является пустым при условии, что данная станция не передает. Это событие происходит, когда $n - 1$ остальных станций не передают, т.е.

$$P_e = (1 - \tau - \tau_a)^{n-1}. \tag{1}$$

Пусть P_s – вероятность того, что случайно выбранный слот является успешным при условии, что данная станция не передает. Это событие происходит, когда одна и только одна из

$n - 1$ остальных станций передает *синхронно* в данном слоте, т.е.

$$P_s = (n - 1)\tau(1 - \tau)^{n-2}. \quad (2)$$

Пусть P_a – вероятность того, что случайно выбранный слот является асинхронным при условии, что данная станция не передает. Это событие происходит, когда одна из $n - 1$ станций передает *асинхронно* в данном слоте, а остальные $n - 2$ не передают. Так как в течение слота возможна только одна асинхронная передача, то

$$P_a = (n - 1)\tau_a(1 - \tau)^{n-2}. \quad (3)$$

Пусть P_c – вероятность того, что случайно выбранный слот является коллизийным при условии, что данная станция не передает. Так как $P_e + P_s + P_a + P_c = 1$, имеем

$$P_c = 1 - P_e - P_s - P_a. \quad (4)$$

– r_i , s_i , a_i и t_i – вероятности, что данная станция генерирует (т.е. в ее очередь приходят) i пакетов в течение соответственно пустого, успешного, асинхронного и коллизийного слота. Так как прибытие пакетов описывается законом Пуассона с интенсивностью λ , имеем

$$r_i = \frac{(\lambda\sigma)^i}{i!} e^{-\lambda\sigma}, \quad (5)$$

$$a_i = s_i = \frac{(\lambda T_s)^i}{i!} e^{-\lambda T_s}, \quad (6)$$

$$t_i = \frac{(\lambda T_c)^i}{i!} e^{-\lambda T_c}. \quad (7)$$

Так как $n\lambda\sigma \ll 1$, можно считать, что не более одного пакета может поступить в очереди всех станций за время σ , т.е. $r_1 \approx 1 - e^{-\lambda\sigma} \approx \lambda\sigma$ и $r_i \approx 0$ при $i > 1$. По той же причине $a_i \approx s_i$.

– Вероятность q_i , что i пакетов поступит в очередь данной станции за случайно выбранный слот при условии, что данная станция не передает, определяется выражением

$$q_i = P_e r_i + P_s s_i + P_a s_i + P_c t_i. \quad (8)$$

Тогда получаем следующие вероятности одношаговых переходов:

$P\{(0, 0)|(0, 0)\} = q_0 + s_0 r_1 P_e / W$: в правой части первое слагаемое означает, что ни одного пакета не прибыло за слот. Второе слагаемое означает, что: 1) пакет поступает в пустую очередь станции в состоянии простоя в течение слота, когда никто не передает синхронно, и, следовательно, пакет передается асинхронно; 2) больше ни одного пакета не прибывает в очередь данной станции в течение данной асинхронной передачи, что означает переход в состояние заключительной отсрочки; 3) время отсрочки выбирается равным 0, поэтому станция непосредственно возвращается в состояние простоя.

$P\{(0, j)|(0, 0)\} = s_0 r_1 P_e / W$, $1 \leq j \leq W - 1$: пакет поступает в пустую очередь станции в состоянии простоя в течение слота, когда никто не передает синхронно, и, следовательно, пакет передается асинхронно. В течение этой передачи больше ни одного пакета не прибывает в очередь данной станции, и станция переходит в состояние заключительной отсрочки с начальным значением счетчика $j > 0$.

$P\{(k, 0, j)|(0, 0)\} = [s_k(r_1 P_e + P_s + P_a) + t_k P_c] / W$, $k \geq 1$, $0 \leq j \leq W - 1$ – вероятность того, что либо 1) пакет, поступающий в пустую очередь станции, передается асинхронно, и в течение этой передачи в очередь данной станции поступает еще k пакетов, либо 2) слот, в

начале которого данная станция была в состоянии простоя, оказывается непустым, и в течение него (включая завершающий IFS интервал) в очередь данной станции поступает k пакетов.

$P\{(k, 0, j - 1)|(0, j)\} = q_k, k \geq 1, 0 < j \leq W - 1$: k пакетов прибывает в очередь данной станции в течение слота, когда она находилась в состоянии заключительной отсрочки со значением счетчика j .

$P\{(0, j - 1)|(0, j)\} = q_0, 0 < j \leq W - 1$: ни одного пакета не прибывает в очередь данной станции в течение слота, когда она находилась в состоянии заключительной отсрочки со значением счетчика j .

$P\{(0, j)|(1, i, 0)\} = (1 - p)s_0/W, 0 \leq j \leq W - 1, 0 \leq i \leq I - 1$: последний пакет в очереди передается успешно, и ни одного пакета не прибывает в очередь данной станции в течение этой передачи.

$P\{(0, j)|(1, I, 0)\} = [(1 - p)s_0 + pt_0]/W, 0 \leq j \leq W - 1$: последний пакет в очереди передается успешно или отбрасывается на максимальной стадии отсрочки I , и ни одного пакета не прибывает в очередь данной станции в течение этой передачи.

$P\{(k + l, i, j - 1)|(k, i, j)\} = q_l, k \geq 1, l \geq 0, 0 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq W_i - 1$: l пакетов прибывает в очередь данной станции в течение слота, когда эта станция не передает.

$P\{(k - 1 + l, 0, j)|(k, i, 0)\} = \frac{(1-p)s_i}{W}, k \geq 2, l \geq 0, 0 \leq i \leq I - 1, 0 \leq j \leq W - 1$: пакет передается успешно, и l пакетов прибывает в очередь данной станции в течение этой передачи.

$P\{(k - 1 + l, 0, j)|(k, I, 0)\} = \frac{(1-p)s_i + pt_i}{W}, k \geq 1, l \geq 0, 0 \leq j \leq W - 1$: последний пакет в очереди передается успешно или сбрасывается на максимальной стадии отсрочки I , и l пакетов прибывает в очередь данной станции в течение этой передачи.

$P\{(k + l, i + 1, j)|(k, i, 0)\} = \frac{pt_i}{W_{i+1}}, k \geq 1, l \geq 0, 0 \leq i \leq I - 1, 0 \leq j \leq W_{i+1} - 1$: пакет передается неудачно из-за коллизии, и l пакетов прибывает в очередь данной станции в течение этой коллизии.

Матрица \mathbf{P} вероятностей одношаговых переходов в рассматриваемой цепи Маркова имеет блочную структуру (9), сходную с матрицей вероятностей одношаговых переходов для системы типа $M/G/1$ [18]:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} C_0 & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & \cdots \\ C_1 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & \cdots \\ O & C_2 & B_1 & B_2 & B_3 & \cdots \\ O & O & C_2 & B_1 & B_2 & \cdots \\ O & O & O & C_2 & B_1 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Блоки $C_i, i \geq 0, A_j, B_j, j \geq 1$ матрицы P определены в Приложении. Введем стационарные вероятности $\pi_{k,i,j} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{(x(t), s(t), b(t)) = (k, i, j)\}$ и $\pi_{0,j} = \lim_{t \rightarrow \infty} P\{x(t) = 0, b(t) = j\}$. Также пусть $\pi_k = (\pi_{k,0,0}, \pi_{k,0,1}, \dots, \pi_{k,I,W_I-1}), k = 1, 2, \dots$, и $\pi_0 = (\pi_{0,0}, \dots, \pi_{0,W-1})$. π_0 и $\pi_k, k \geq 1$, – вектора стационарных вероятностей состояний на уровне k , упорядоченные в лексикографическом порядке возрастания компонент i и j . Получим стационарные вероятности π_0 и π_k , применяя метод матричного анализа.

2.2. Вычисление π_k с помощью метода матричного анализа

Будем определять стационарные вероятности $\pi_k, k \geq 0$, с помощью метода матричного анализа, впервые предложенного в [18] и использованного в [17]. Расчет π_k проводится по следующему алгоритму.

Шаг 1. Для удобства обозначим $l(t) = (s(t), b(t))$, причем состояния $l(t)$ упорядочены лексикографически. Ключевым моментом в предлагаемом методе матричного анализа является вычисление вспомогательной матрицы G , определяемой следующим образом:

- Элемент (i, j) матрицы G – это вероятность того, что из состояния (k, i) , $k \geq 2$ первым на уровне $k - 1$ достигается состояние $(k - 1, j)$, т.е.

$$G_{ij} \triangleq P\{(x(\hat{t}), l(\hat{t})) = (k - 1, j) | (x(0), l(0)) = (k, i)\}, \quad (10)$$

где $\hat{t} = \inf\{t : x(t) \leq k - 1\}$, $k \geq 2$.

Матрица G удовлетворяет следующему уравнению:

$$G = C_2 + B_1G + B_2G^2 + B_3G^3 + \dots, \quad (11)$$

причем G является его минимальным неотрицательным решением. Один из способов нахождения этого решения заключается в следующем. Определим G итерационно:

$$\begin{aligned} G_0 &= O, \\ G_{l+1} &= C_2 + \sum_{h=1}^{\infty} B_h G_l^h, \quad l = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (12)$$

Последовательность $\{G_l : l = 1, 2, \dots\}$ ограничена и монотонно возрастает. Следовательно, она сходится при $l \rightarrow \infty$ к матрице G .

Шаг 2. Вычисляем матрицу \tilde{G} , определяемую следующим образом.

- Элемент (i, j) матрицы \tilde{G} – это вероятность того, что из состояния $(1, i)$ первым на уровне 0 будет достигнуто состояние $(0, j)$.

Тогда \tilde{G} удовлетворяет уравнению

$$\tilde{G} = C_1 + \sum_{h=1}^{\infty} B_h G^{h-1} \tilde{G} \quad (13)$$

и является его минимальным неотрицательным решением.

Теперь мы найдем π_0 (на шаге 3), π_1 (на шаге 4) и π_h , $h \geq 2$ (на шаге 5).

Шаг 3. Для вычисления π_0 рассмотрим ограниченную цепь Маркова, включающую только состояния уровня 0. Матрица P_0 вероятностей одношаговых переходов этой цепи имеет вид:

$$P_0 = C_0 + \sum_{h=1}^{\infty} A_h G^{h-1} \tilde{G}. \quad (14)$$

π_0 вычисляется из $\pi_0 P_0 = \pi_0$.

Шаг 4. Построим цепь Маркова, ограниченную уровнями $\{0, 1\}$, чья матрица вероятностей одношаговых переходов имеет вид:

$$\mathbf{P}_1 = \begin{bmatrix} C_0 & \bar{A}_1 \\ C_1 & \bar{B}_1 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где

$$\bar{A}_1 = \sum_{k=1}^{\infty} A_k G^{k-1}, \quad \bar{B}_1 = \sum_{k=1}^{\infty} B_k G^{k-1}.$$

(π_0, π_1) должны удовлетворять уравнению

$$(\pi_0, \pi_1)P_1 = (\pi_0, \pi_1),$$

и поэтому

$$(\pi_0, \pi_1) \begin{bmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{B}_1 \end{bmatrix} = \pi_1.$$

Следовательно,

$$\pi_1 = \pi_0 \bar{A}_1 (I - \bar{B}_1)^{-1}, \tag{16}$$

где I – единичная матрица.

Шаг 5. Построим цепь Маркова, ограниченную уровнями $\{0, \dots, h\}$, чья матрица вероятностей одношаговых переходов P_h имеет вид:

$$P_h = \begin{bmatrix} C_0 & A_1 & \dots & A_{h-1} & \bar{A}_h \\ C_1 & B_1 & \dots & B_{h-1} & \bar{B}_h \\ & C_2 & \dots & B_{h-2} & \bar{B}_{h-1} \\ & & \ddots & \vdots & \vdots \\ & & & C_2 & \bar{B}_1 \end{bmatrix}, \tag{17}$$

где

$$\bar{A}_h = \sum_{k=h}^{\infty} A_k G^{k-h}, \quad \bar{B}_h = \sum_{k=h}^{\infty} B_k G^{k-h}. \tag{18}$$

Вектор $(\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_h)$ удовлетворяет уравнению

$$(\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_h)P_h = (\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_h).$$

В частности, имеем

$$(\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_h) \begin{bmatrix} \bar{A}_h \\ \bar{B}_h \\ \bar{B}_{h-1} \\ \vdots \\ \bar{B}_1 \end{bmatrix} = \pi_h.$$

Таким образом,

$$\pi_h = (\pi_0 \bar{A}_h + \sum_{k=1}^{h-1} \pi_k \bar{B}_{h-k+1})(I - \bar{B}_1)^{-1}, \quad h = 2, 3, \dots. \tag{19}$$

Шаг 6. Вычисления на шаге 5 останавливаются на достаточно большом значении $h = K$, и $\pi_0, \pi_1, \dots, \pi_K$ определяются с помощью условия нормировки

$$\sum_{j=0}^{W-1} \pi_{0,j} + \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^I \sum_{j=0}^{W_i-1} \pi_{k,i,j} = 1.$$

2.3. Вычисление вероятностей τ , τ_a и p

Используя стационарные вероятности $\{\pi_k, k \geq 0\}$, найдем вероятности τ и τ_a того, что станция передает синхронно и асинхронно в произвольно выбранном слоте. Так как синхронная

передача происходит, когда счетчик отсрочки становится равным нулю, вероятность τ определяется выражением

$$\tau = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^I \pi_{k,i,0} \approx \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^I \pi_{k,i,0}. \quad (20)$$

Асинхронная передача происходит, когда: 1) пакет прибывает на станцию, находящуюся в состоянии простоя, и 2) канал свободен как в момент прибытия, так и в течение DIFS или EIFS до этого момента. Последнее условие означает, что пакет, прибывающий на станцию, находящуюся в состоянии простоя, не передается асинхронно, только если прибытие произошло во время непустого слота. Таким образом, получаем

$$\tau_a = \pi_{0,0} r_1 P_e. \quad (21)$$

Заметим, что P_e , $\pi_{k,i,j}$ и $\pi_{0,0}$ – функции от p , τ и τ_a . В свою очередь, τ и τ_a – функции от условной вероятности коллизии p , т.е. вероятности попадания в коллизию пакета, синхронная передача которого началась. Эта условная вероятность очевидно равна вероятности того, что, по крайней мере, одна из остальных $n - 1$ станций также передает синхронно в данном слоте. Следовательно, как и в [2], имеем:

$$p = 1 - (1 - \tau)^{n-1} \quad (22)$$

Система из трех нелинейных уравнений (20), (21) и (22) с тремя неизвестными τ , τ_a и p решается численными методами.

2.4. Вероятность потери пакета и пропускная способность

Вероятность потери пакета является важным показателем качества обслуживания (QoS) для большинства сетевых приложений. Согласно правилам IEEE 802.11 DCF, пакет сбрасывается при достижении предела I повторных попыток передачи, т.е. если все $I + 1$ последовательных попыток передачи этого пакета оказались неудачными. Очевидно, вероятность потери пакета, передаваемого синхронно, равна p^{I+1} , в то время как пакеты, передаваемые асинхронно, не теряются вовсе. Таким образом, вероятность потери пакета равна

$$P_{Loss} = \eta p^{I+1},$$

где η – доля пакетов, передаваемых синхронно, которая и должна быть найдена.

Среди всех пакетов, прибывающих на данную станцию в течение случайно выбранного слота, не более одного пакета передается асинхронно, и вероятность такой передачи равна τ_a . Поэтому

$$\eta = \frac{N_s - \tau_a}{N_s}, \quad (23)$$

где N_s – среднее количество пакетов, прибывающих на станцию за слот. Вычисляя это количество для каждого из возможных состояний и учитывая, что новые пакеты могут поступить в очередь данной станции, пока она передает пакет асинхронно, получаем:

$$N_s = \tau_a(1 + \lambda T_s) + \pi_{0,0}[(P_s + P_a)\lambda T_s + P_c \lambda T_c] + \lambda t_{slot} \left[\sum_{j=1}^{W-1} \pi_{0,j} + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^I \sum_{j=1}^{W_i-1} \pi_{k,i,j} \right] \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=0}^I \pi_{k,i,0} [(1-p)\lambda T_s + p\lambda T_c] =$$

$$= \tau_a(1 + \lambda T_s) + \pi_{0,0}\lambda[(P_s + P_a)T_s + P_c T_c] + \lambda t_{slot}(1 - \pi_{0,0} - \tau) + \lambda\tau[(1 - p)T_s + pT_c],$$

где $t_{slot} = P_e\sigma + P_sT_s + P_aT_a + P_cT_c$ – средняя длительность слота при условии, что данная станция не передает.

Очевидно, вероятность потери пакета непосредственно определяет пропускную способность сети T в условиях нормальной нагрузки:

$$T = (1 - P_{Loss})n\lambda. \tag{24}$$

2.5. Производящая функция времени обслуживания

Найдем производящую функцию (ПФ) распределения времени обслуживания (HOL-delay) пакета. Время обслуживания пакета определяется как интервал времени между его поступлением в начало очереди до окончания либо интервала DIFS, завершающего его успешную передачу, либо интервала EIFS, завершающего последнюю неудачную попытку его передачи, после которой пакет отбрасывается из-за достижения предела I повторных попыток. Для получения ПФ распределения времени обслуживания, измеряемого в единицах σ , будет считать все отношения $T_s^* = T_s/\sigma$, $T_c^* = T_c/\sigma$ и $T_a^* = T_a/\sigma$ целочисленными.

В соответствии с типами передачи классифицируем пакеты следующим образом:

- асинхронный пакет – пакет, передаваемый асинхронно;
- синхронный пакет – пакет, передаваемый синхронно.

В соответствии с моментом их поступления разобьем синхронные пакеты на 2 группы:

- пакеты после заключительной отсрочки – пакеты, прибывающие в пустую очередь станции, находящейся в одном из состояний $(0, j), j \geq 1$, заключительной отсрочки, и выполняющие, таким образом, сокращенную отсрочку, равную $j - 1$ слотам;
- пакеты после обычной отсрочки – это либо пакеты, прибывающие на станцию, находящуюся в состоянии простоя $(0, 0)$, и при этом канал оказывается занят, либо пакеты, моменты прибытия которых соответствуют состояниям $(k, i, j), k \geq 1$.

Очевидно, обслуживаемый пакет является асинхронным с вероятностью $1 - \eta$ и синхронным с вероятностью η . Синхронный пакет является пакетом после заключительной отсрочки с вероятностью α и пакетом после обычной отсрочки с вероятностью $1 - \alpha$, где α – доля пакетов после заключительной отсрочки среди всех пакетов, передаваемых синхронно. Найдем α .

Среди всех пакетов, прибывающих за слот на станцию, находящуюся в состоянии $(0, j)$ заключительной отсрочки, только один поступает в пустую очередь и выполняет сокращенную отсрочку. Так как вероятность прибытия хотя бы одного пакета за слот, в начале которого данная станция не передает, равна $1 - q_0$, α определяется выражением

$$\alpha = \frac{(1 - q_0) \sum_{j=1}^{W-1} \pi_{0,j}}{N_s - \tau_a}.$$

Пусть S – время обслуживания произвольного пакета. Пусть S_a – время обслуживания асинхронного пакета. Пусть S_{post}^s и S_{post}^d – времена обслуживания пакетов после заключительной отсрочки, процесс передачи которых закончился соответственно успехом или потерей пакета. Пусть S_{normal}^s и S_{normal}^d – времена обслуживания пакетов после обычной отсрочки, процесс передачи которых закончился соответственно успехом или потерей пакета. Процесс передачи синхронного пакета заканчивается успехом с вероятностью $1 - p^{I+1}$ и неудачей с

вероятностью p^{I+1} . Найдем ПФ $E[z^{S_a}]$, $E[z^{S_{post}^s}]$, $E[z^{S_{post}^d}]$, $E[z^{S_{normal}^s}]$ и $E[z^{S_{normal}^d}]$, где $E[\cdot]$ – символ математического ожидания, и затем получим ПФ $E[z^S]$ по следующей формуле:

$$E[z^S] = (1 - \eta)E[z^{S_a}] + \\ + \eta \left[\alpha \{ (1 - p^{I+1})E[z^{S_{post}^s}] + p^{I+1}E[z^{S_{post}^d}] \} + (1 - \alpha) \{ (1 - p^{I+1})E[z^{S_{normal}^s}] + \right. \\ \left. + p^{I+1}E[z^{S_{normal}^d}] \} \right]. \quad (25)$$

Сначала найдем время обслуживания пакета после обычной отсрочки. Пусть N – случайная переменная, представляющая собой число коллизий, испытываемых пакетом при условии, что процесс его передачи закончится успешно. Закон распределения N имеет вид $P\{N = k\} = \frac{p^k(1-p)}{1-p^{I+1}}$, где p определяется равенством (22) и $0 \leq k \leq I$. Выведем распределение времени обслуживания пакета S для фиксированного числа коллизий, испытываемых пакетом до успешного окончания его передачи.

ПФ распределения длительности слота, в который данная станция не передает, имеет вид

$$B(z) = P_c z^{T_c^*} + P_s z^{T_s^*} + P_{idle} z + P_a z^{T_a^*}.$$

Следовательно, ПФ распределения времени, которое данная станция проводит в состоянии отсрочки на i -й стадии отсрочки, равна

$$T_i(z) = \frac{1}{W_i} \sum_{j=0}^{W_i-1} B(z)^j = \frac{B(z)^{W_i} - 1}{W_i(B(z) - 1)}.$$

Если пакет после обычной отсрочки испытывает k коллизий до успешного окончания его передачи, ПФ распределения его времени обслуживания S_{normal}^s имеет вид

$$E[z^{S_{normal}^s} | N = k] = \prod_{i=0}^k T_i(z) (z^{T_c^*})^k z^{T_s^*}. \quad (26)$$

Таким образом, получаем

$$E[z^{S_{normal}^s}] = \sum_{k=0}^I E[z^{S_1} | N = k] P\{N = k\} \\ = \sum_{k=0}^I \prod_{i=0}^k T_i(z) (z^{T_c^*})^k z^{T_s^*} \frac{p^k(1-p)}{1-p^{I+1}}. \quad (27)$$

Если пакет после обычной отсрочки отбрасывается по достижении максимальной стадии отсрочки I , тогда ПФ распределения его времени обслуживания S_{normal}^d имеет вид

$$E[z^{S_{normal}^d}] = \prod_{i=0}^I T_i(z) (z^{T_c^*})^{I+1}. \quad (28)$$

Теперь найдем время обслуживания пакета после заключительной отсрочки. На стадии отсрочки 0 такой пакет выполняет сокращенную отсрочку. Пусть D – длительность этой сокращенной отсрочки, т.е. интервала времени между моментом прибытия пакета до начала первой попытки его передачи. Доля пакетов, прибывающих на станцию, когда она находится в состоянии $(0, j)$ заключительной отсрочки, среди всех синхронных пакетов равна

$\alpha_j = (1 - q_0)\pi_{0,j}/(N_s - \tau_a)$. Для таких пакетов длительность D равна в среднем $j - 1/2$ слотам. Тогда ПФ для D имеет вид

$$D(z) = \sum_{j=1}^{W-1} \frac{\alpha_j}{\alpha} [B(z)]^{j-\frac{1}{2}},$$

а ПФ распределения времени обслуживания пакета после заключительной отсрочки в случае успешного (S_{post}^s) и неудачного (S_{post}^d) завершения определяются выражениями

$$E[z^{S_{post}^s}] = \frac{D(z)}{T_0(z)} \sum_{k=0}^I \prod_{i=0}^k T_i(z) (z^{T_c^*})^k z^{T_s^*} \frac{p^k(1-p)}{1-p^{I+1}}, \quad (29)$$

$$E[z^{S_{post}^d}] = D(z) \prod_{i=1}^I T_i(z) (z^{T_c})^{I+1}. \quad (30)$$

Наконец, ПФ распределения времени обслуживания асинхронного пакета имеет вид:

$$E[z^{S_a}] = z^{T_s^*} \quad (31)$$

Таким образом, PGF времени обслуживания пакета S определяется выражениями (25), (27) – (31).

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В этом разделе представлены численные результаты исследования схемы DCF, полученные при значениях параметров DCF, указанных в таблице.

Скорость канала	11 Мбит/с	DIFS	50 мкс
Слот (σ)	20 мкс	SIFS	10 мкс
Время передачи РНУ-заголовок	192 мкс	ACK	14 байт + РНУ-заголовок
Длина пакета	1500 байт	CW_{min}	16
МАС-заголовок	34 байт	CW_{max}	128
Предел числа попыток I	3	EIFS	364 мкс

Таблица. Параметры DCF

На рис. 1 показана зависимость доли $1 - \eta$ пакетов, передаваемых асинхронно, от интенсивности поступления пакетов при фиксированном количестве станций $n = 5, 10$. Видно, что величина $1 - \eta$ убывает почти линейно с ростом интенсивности поступления пакетов. Интуитивно понятно, что при малой интенсивности поступления пакетов большинство пакетов приходят в пустую очередь, и поэтому высока вероятность их асинхронной передачи без предварительной отсрочки. При увеличении интенсивности поступления большинство пакетов приходят на станцию, когда ее очередь не пуста, и поэтому число пакетов, передаваемых синхронно, возрастает.

На рис. 2(a), 2(b), 3(a) и 3(b) показаны зависимости среднего времени обслуживания и вероятности потери пакета от интенсивности поступления пакетов. Эти зависимости получены с помощью модели, разработанной в данной статье (кривые с меткой B), и с помощью модели, полученной в [17] и не учитывающей асинхронные передачи и заключительную отсрочку (кривые с меткой A). Сравнение кривых с метками A и B на рис. 2(a), 2(b), 3(a) и

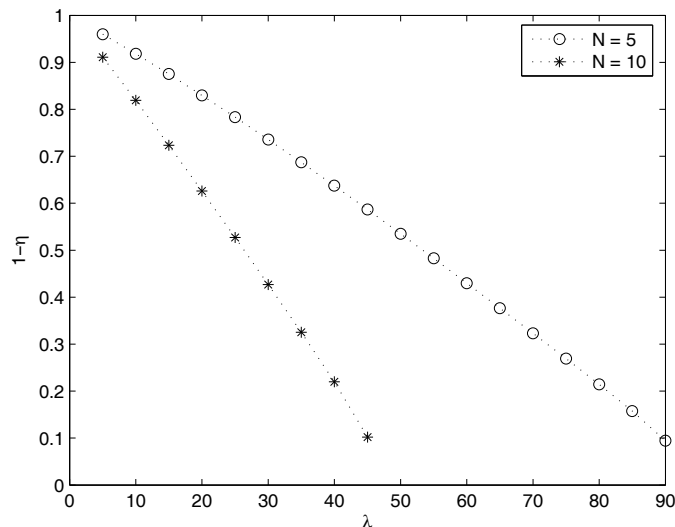


Рис. 1. Зависимость доли пакетов, передаваемых асинхронно, от интенсивности λ при различных n

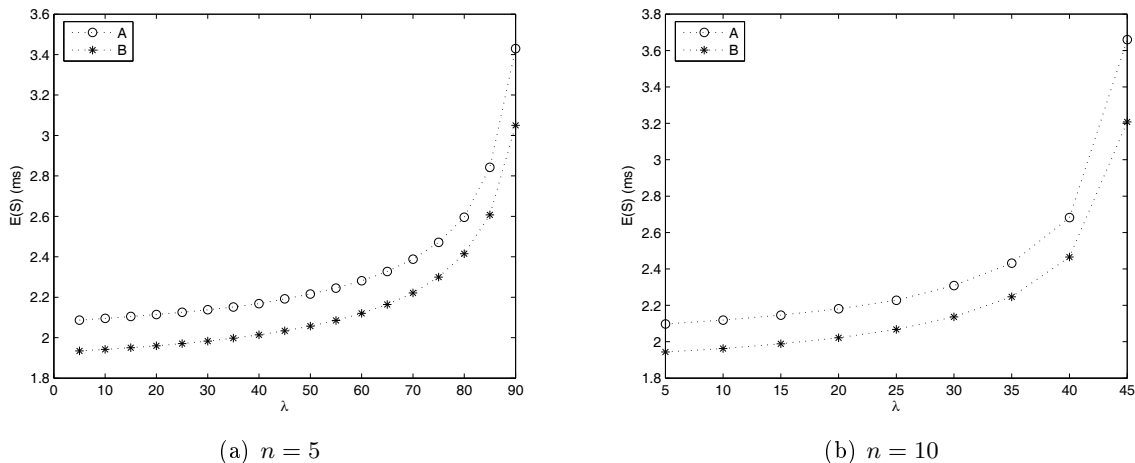


Рис. 2. Зависимость среднего времени обслуживания от интенсивности λ при различных n

3(b) демонстрирует, что пренебрежение возможностью асинхронной передачи и выполнении заключительной отсрочки приводит к значительному завышению оценок среднего времени обслуживания и вероятности потери пакета, и эти эффекты должны учитываться для повышения точности моделирования DCF.

На рис. 4(a) и 4(b) показаны зависимости среднего времени обслуживания от интенсивности поступления для пакетов соответственно после обычной и после заключительной отсрочки. Видно, что среднее время обслуживания для пакетов после заключительной отсрочки всегда меньше, чем для пакетов после обычной отсрочки. Это объясняется тем, что пакеты после заключительной отсрочки выполняют сокращенную отсрочку и, следовательно, среднее время их обслуживания меньше. Рис. 4(a) и 4(b) демонстрируют, что разница в средних временах обслуживания для пакетов после обычной и после заключительной отсрочки возрастает с увеличением интенсивности поступления пакетов.

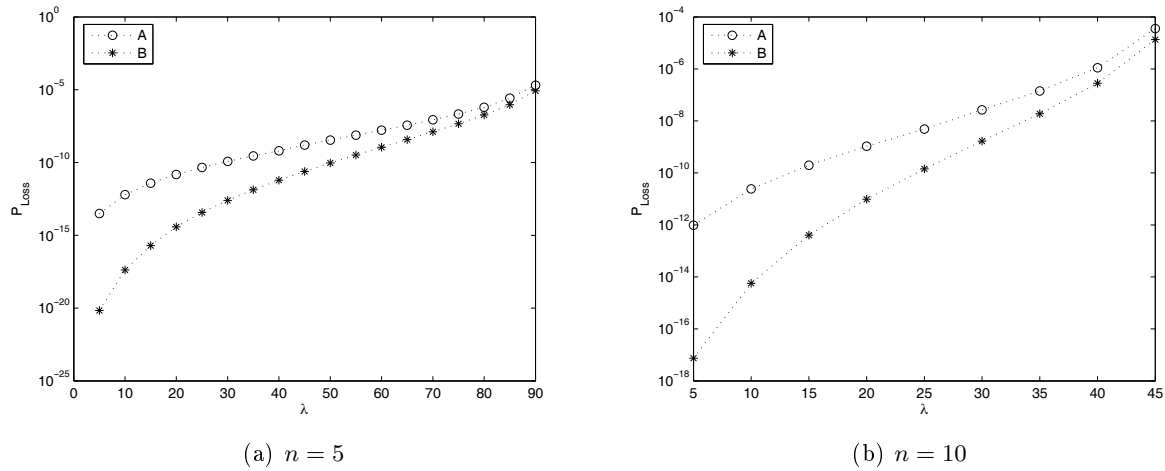


Рис. 3. Зависимость вероятности потери пакета от интенсивности λ при различных n

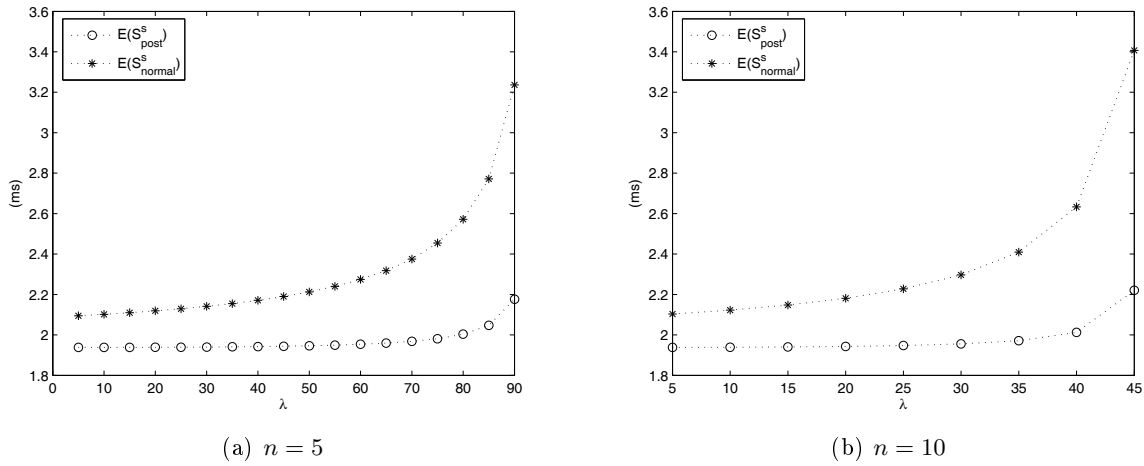


Рис. 4. Зависимость среднего времени обслуживания для пакетов после заключительной задержки ($E(S_{post}^s)$) и после обычной задержки ($E(S_{normal}^s)$) от интенсивности λ

ПРИЛОЖЕНИЕ: КОМПОНЕНТЫ МАТРИЦ

Матрицы $C_i, i = 0, 1, 2$, определяются следующим образом:

$$C_0 = \begin{bmatrix} q_0 + \frac{so r_1 P_e}{W} & \frac{so r_1 P_e}{W} & \dots & \frac{so r_1 P_e}{W} & \frac{so r_1 P_e}{W} \\ q_0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & q_0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_0 & 0 \end{bmatrix} - \text{матрица размерности } W \times W,$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_{10} \\ C_{11} \\ C_{12} \\ \vdots \\ C_{1I} \end{bmatrix} \text{ размерности } \beta \times W, \text{ где } \beta = \sum_{i=0}^I W_i = \begin{cases} (2^{m+1} - 1)W, & m \geq I \\ (2^{m+1} - 1 + 2^m(I - m))W, & m < I \end{cases}$$

$$C_{1i} = \begin{bmatrix} \frac{(1-p)s_0}{W} & \frac{(1-p)s_0}{W} & \dots & \frac{(1-p)s_0}{W} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ размерности } W_i \times W, 0 \leq i \leq I-1,$$

$$C_{1I} = \begin{bmatrix} \frac{(1-p)s_0+pt_0}{W} & \frac{(1-p)s_0+pt_0}{W} & \dots & \frac{(1-p)s_0+pt_0}{W} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ размерности } W_I \times W,$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} C_{20} & O & \dots & O \\ C_{21} & O & \dots & O \\ C_{22} & O & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{2I} & O & \dots & O \end{bmatrix} \text{ размерности } \beta \times \beta,$$

где $C_{2i} = \begin{bmatrix} \frac{(1-p)s_0}{W} & \frac{(1-p)s_0}{W} & \dots & \frac{(1-p)s_0}{W} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$ размерности $W_i \times W$,

$$C_{2I} = \begin{bmatrix} \frac{(1-p)s_0+pt_0}{W} & \frac{(1-p)s_0+pt_0}{W} & \dots & \frac{(1-p)s_0+pt_0}{W} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ с размером } W_I \times W,$$

$$A_i = \begin{bmatrix} x_i & x_i & \dots & x_i & x_i & 0 & \dots & 0 \\ q_i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_i & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_i & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ размерности } W \times \beta, \text{ где } x_i = \frac{s_i(r_1 P_e + P_s + P_a) + t_i P_c}{W},$$

$$B_i = \begin{bmatrix} D & E_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ D_1 & F_1 & E_2 & \dots & 0 & 0 \\ D_2 & 0 & F_2 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ D_{I-1} & 0 & 0 & \dots & F_{I-1} & E_I \\ D_I & 0 & 0 & \dots & 0 & F_I \end{bmatrix} \text{ размерности } \beta \times \beta, \text{ где}$$

$$D = \begin{bmatrix} \frac{(1-p)s_i}{W} & \frac{(1-p)s_i}{W} & \dots & \frac{(1-p)s_i}{W} & \frac{(1-p)s_i}{W} \\ q_{i-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & q_{i-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_{i-1} & 0 \end{bmatrix} \text{ размерности } W \times W,$$

$$\begin{aligned}
D_j &= \begin{bmatrix} \frac{(1-p)s_i}{W} & \frac{(1-p)s_i}{W} & \dots & \frac{(1-p)s_i}{W} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ размерности } W_j \times W, j = 1, \dots, I-1, \\
D_I &= \begin{bmatrix} \frac{(1-p)s_i+pt_i}{W} & \frac{(1-p)s_i+pt_i}{W} & \dots & \frac{(1-p)s_i+pt_i}{W} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ размерности } W_I \times W, \\
E_j &= \begin{bmatrix} \frac{pt_{i-1}}{2^j W} & \frac{pt_{i-1}}{2^j W} & \dots & \frac{pt_{i-1}}{2^j W} \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \text{ размерности } W_{j-1} \times W_j, j = 1, \dots, I, \\
F_j &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ q_{i-1} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & q_{i-1} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_{i-1} & 0 \end{bmatrix} \text{ размерности } W_j \times W_j, j = 1, \dots, I.
\end{aligned}$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wireless LAN MAC and PHY Layer Specifications*, LAN MAN Standards Committee of the IEEE Computer Society Std. ANSI/IEEE 802.11, 1999.
2. Bianchi G. Performance analysis of the IEEE 802.11 distributed coordination function. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, 2000, vol. 18, no. 3, pp. 535–547.
3. Cali F., Conti M., Gregori E. Dynamic tuning of the IEEE 802.11 protocol to achieve a theoretical throughput limit. *IEEE/ACM Trans. Networking*, 2000, vol. 8, no. 6, pp. 785–799.
4. Foh C. H., Zukerman M. Performance analysis of the IEEE 802.11 MAC protocol. *Proc. European Wireless 2002 Conference*, Florence, Italy, Feb. 2002, pp. 184–190.
5. Vishnevsky V.M., Lyakhov A.I. IEEE 802.11 Wireless LAN: Saturation Throughput Analysis with Seizing Effect Consideration. *Cluster Computing*, 2002, no. 5, pp. 133–144.
6. Bianchi G., Tinnirello I. Remarks on IEEE 802.11 DCF performance analysis. *IEEE Commun. Letters*, 2005, vol.9, no. 8, pp.765–767.
7. Foh C. H., Tantra J. W. Comments on IEEE 802.11 saturation throughput analysis with freezing of backoff counters. *IEEE Commun. Letters*, vol. 9, no. 2, pp. 130–132.
8. Winands E., Denteneer T., Resing J., Rietman R. A finite-source feedback queueing network as a model for the IEEE 802.11 distributed coordination function. *Proc. 5th European Wireless Conference: Mobile and Wireless Systems beyond 3G*, 2004.
9. Alizadeh-Shabdiz F., Subramaniam S. A Finite Load Analytical Model for the IEEE 802.11 Distributed Coordination Function MAC. *IEEE International Conference on Communications*, 2004, vol. 1, pp. 175–179.
10. Litjens R., Roijers F., van den Berg J., Boucherie R., Fleuren M. Performance analysis of wireless LANs: An integrated packet/flow level approach. *Proc. 18th International Teletraffic Congress*, 2003.
11. Duffy K., Malone D., Leith D. Modeling the 802.11 Distributed Coordination Function in Non-saturated Conditions. *IEEE Commun. Letters*, 2005, vol. 9, no. 8, pp. 715–717.

12. Kim T. O., Choi B.D. Performance Analysis of IEEE 802.11 DCF and IEEE 802.11e EDCA in Non-saturation Condition. *IEICE Trans. Commun.*, accepted.
13. Alazemi H.M.K., Margolis A., Choi J., Vijaykumar R., Roy S. Stochastic modelling and analysis of 802.11 DCF with heterogeneous non-saturated nodes. *Computer Communications*, 2007, vol. 30, no. 18, pp. 3652–3661.
14. Tickoo O., Sikdar B. A queueing model for finite load IEEE 802.11 random access MAC. *Proc. IEEE ICC*, Paris, France, June 2004.
15. Tickoo O., Sikdar B. Queueing analysis and delay mitigation in IEEE 802.11 random access MAC based wireless networks. *Proc. IEEE INFOCOM*, Hong Kong, China, March 2004.
16. Баранов А.В., Ляхов А.И. Оценка производительности беспроводных локальных сетей с протоколом IEEE 802.11 при произвольной нагрузке. *Автоматика и Телемеханика*, 2005, № 7, стр. 87–101.
17. Bae Y. H., Kim K. J., Moon M. N., Choi B.D. Analysis of IEEE 802.11 non-saturated DCF by matrix analytic method. *Annals of Operations Research*, to appear.
18. Neuts M.F. *Structured Stochastic Matrices of M/G/1 Type and Their Applications*. New York: Marcel Dekker, 1989.