Информационные процессы, Том 10, № 2, 2010, стр. 105–118.

ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ

Оценка эффективности прикрепления запросов полосы пропускания к пакетам данных в беспроводной сети под управлением протокола IEEE 802.16

А.И. Ляхов*, **Д.В. Лукин****

**Институт проблем передачи информации имени А.А. Харкевича РАН, Москва, Россия*
***Московский физико-технический институт (Государственный Университет), Долгопрудний, Россия*
Поступила в редколлегию 01.05.2010

Аннотация—В работе рассмотрен процесс передачи данных в централизованной беспроводной сети под управлением протокола IEEE 802.16, в котором группа абонентских станций использует общий канал для передачи данных базовой станции. Разработана аналитическая модель для исследования эффективности передачи восходящего трафика, включая процесс резервирования канала с использованием алгоритма случайного множественного доступа и непосредственно процесс передачи пакетов, учитывая прикрепление запросов полосы пропускания к данным. Получены аналитические оценки времени регистрации пакетов и времени обслуживания пакетов.

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время одним из основных направлений развития телекоммуникационной индустрии является разработка новых беспроводных сетей, как локального, так и городского масштаба. Стандарт IEEE 802.16 “Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems” (воздушный интерфейс для фиксированных систем с широкополосным беспроводным доступом), разработанный в 2001 г. и дополненный в 2004 г. [1] Институтом инженеров по электротехнике и электронике (IEEE), представляет собой технологию широкополосной связи, рассчитанную на внедрение в городских беспроводных сетях (WMAN).

Стандарт IEEE 802.16 [1] позволяет обеспечить пользователям доступ в глобальные сети в городских масштабах и, в дополнение к этому, дифференцировать уровни предоставляемого качества обслуживания, что дает возможность использовать протокол для передачи мультимедийной информации в реальном времени.

Согласно стандарту [1] время работы сети под управлением протокола IEEE 802.16 разбивается на фиксированные интервалы, называемые кадрами, причем каждый кадр содержит восходящий и нисходящий подкадры для передачи соответствующих потоков информации.

Оконечные Станции (ОС) информируют Базовую станцию (БС) о необходимости выделения полосы пропускания в последующих кадрах с помощью отправки запросов полосы пропускания (ЗПП). Получая ЗПП и учитывая количество буферизованных данных восходящего и нисходящего трафика, БС выделяет время для передачи данных (полосу пропускания) в восходящем подкадре каждой из ОС. В протоколе предусмотрены два основных метода отправки ЗПП: выделение отдельных слотов для отправки ЗПП или прикрепление ЗПП к данным. При этом БС может либо регулярно опрашивать отдельные ОС, периодически выделяя им отдельные слоты для отправки ЗПП, либо организовывать интервал конкурентного доступа в каждом восходящем кадре.

Запрашиваемая полоса пропускания определяется количеством бит, необходимых для передачи MAC-заголовков и пакетов с данными, без дополнительной служебной информации, добавляемой на физическом уровне (PHY Overhead).

Активными станциями считаются ОС, для которых выделено время для передачи данных. Активные станции встраивают ЗПП в пакеты с данными в восходящем канале. Данный механизм будем называть передачей ЗПП с прикреплением (piggy-backing).

Неактивные станции (станции, не имеющие слотов для передачи данных), но имеющие пакеты с данными в очереди для передачи, передают ЗПП либо в ходе регулярного одноадресного опроса оконечных станций базовой станцией, либо методом конкурентного доступа. Далее в работе будем рассматривать конкурентный метод доступа для неактивных ОС. При конкурентном доступе для организации доступа группы абонентов к общему каналу связи применяются алгоритмы случайного множественного доступа (СМД). В сети IEEE 802.16 БС определяет временные интервалы, в которые ОС могут передавать ЗПП с использованием алгоритма СМД. Каждый кадр работы сети содержит один такой интервал, состоящий из K слотов, причем K не меняется в процессе передачи. За время одного слота возможна передача ровно одного ЗПП.

Стандартизованным в IEEE 802.16 алгоритмом СМД является "двоичный экспоненциальный откат" (Binary Exponential Backoff, BEB). Как показано в [2–4], можно считать, что при выполнении этого алгоритма ОС сначала равновероятно выбирает кадр (в пределах текущего окна разрешения конфликтов W_i, зависящего от числа i неудачных попыток передачи текущего ЗПП) для передачи ЗПП, а затем также равновероятно – слот из K возможных. После каждой неудачной передачи ЗПП ввиду коллизии в выбранном слоте ОС спустя тайм-аут T_{rt}, небходимый для обнаружения неудачи, удваивает окно до тех пор, пока оно не достигнет максимума W_M, т.е. максимальной стадии M разрешения конфликта.

Заметим, что при поступлении новых пакетов данных в очередь ОС, уже выполняющей алгоритм BEB для передачи ЗПП, станция дополняет свой текущий запрос требованиями полосы для вновь поступивших данных, т.е. с помощью одного ЗПП ОС информирует БС обо всех пакетах, требующих передачи. После успешной отправки ЗПП на один или несколько пакетов эти пакеты считаются зарегистрированными, то есть БС может планировать их передачу. Среднее время задержки на этапе регистрации пакетов на основе алгоритма "двоичного экспоненциального отката" оценивалось в [2–4]. Однако, время обслуживания пакета складывается не только из времени регистрации t_{reg} (от момента прихода пакета в очередь ОС до момента регистрации), но и собственно времени обслуживания зарегистрированных пакетов, которое мы назовем временем отправки t_{send} пакета. Совместный анализ как передачи ЗПП с применением алгоритма BEB, так и передачи пакетов данных предпринимался в [5] – были получены практически важные результаты, однако в предположении, что каждая станция имеет не более одного пакета для передачи. В [6] был разработан аналитический метод оценки среднего времени обслуживания пакета без ограничений по количеству пакетов в очередях ОС для режима отправки ЗПП без прикреплений. Цель данной работы состоит в развитии этого метода для учета возможности прикрепления запросов полосы пропускания к данным и построении модели, позволяющей оценить средние времена регистрации и обслуживания.

2. ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПАКЕТОВ

Время обслуживания пакета будем отсчитывать с момента прихода пакета в очередь до прихода к ОС подтверждения (ACK) от БС о получении пакета. Так как БС посылает подтверждение (ACK) на пришедшие в предыдущем кадре пакеты в управляющей секции в самом начале следующего кадра, то пренебрежем промежутком времени на посылку подтверждения и считаем моментом окончания обслуживания конец кадра, в котором пакет был получен

БС. Будем считать моментом регистрации пакета конец кадра, в котором БС получила соответствующий ЗПП, предполагая, что БС выделяет полосу станции, приславшей ЗПП, уже в следующем кадре. Также будем считать, что длительность восходящего кадра достаточна для передач S пакетов с данными, и, что в рассматриваемой модели помехи отсутствуют.

Пусть T_{BEB} и $\Delta\tau$ – средние времена регистрации для пакетов, поступающих в очередь неактивной и активной станции соответственно. Пусть P_0 – вероятность нулевого числа зарегистрированных пакетов у станции в конце кадра, т.е. вероятность того, что она неактивна. Тогда среднее время регистрации

$$T_{reg} = (1 - P_0)\Delta\tau + P_0 T_{BEB}.$$

Дальнейшее исследование будем проводить в предположении, что пакеты поступают в очередь к каждой из N ОС по закону Пуассона с интенсивностью λ. Следовательно, $\Delta\tau = [1 - \exp(-\lambda)]^{-1} - \lambda^{-1}$. Здесь и далее в работе за единицу времени взята длительность одного кадра. Также будем полагать отсутствие потерь пакетов, т.е. буфер каждой станции достаточно велик, а скорость работы сети больше суммарной интенсивности поступления пакетов, что означает выполнение неравенства $N\lambda < S$. Тогда на основе формулы Литтла находим среднее время отправки пакета T_{send} :

$$T_{send} = \frac{L_Q}{N\lambda},$$

где L_Q – средняя длина суммарной очереди зарегистрированных пакетов.

Следовательно, среднее время обслуживания пакета равно

$$T_{serv} = (1 - P_0)\Delta\tau + P_0 T_{BEB} + \frac{L_Q}{N\lambda}. \tag{1}$$

В разделе 3 будет описана модель изменения очереди зарегистрированных пакетов и определены P_0 и L_Q. Далее в разделе 4 для оценки T_{BEB} будет использована аналитическая модель, основанная на результатах в [4] и [6]; таким образом, будут получены составляющие формулы (1), определяющей среднее время обслуживания пакета T_{serv}.

3. МОДЕЛЬ ИЗМЕНЕНИЯ ОЧЕРЕДИ ЗАРЕГИСТРИРОВАННЫХ ПАКЕТОВ

Рассмотрим систему массового обслуживания, описывающую процесс изменения суммы длин очередей зарегистрированных пакетов всех ОС. Пусть $i(t)$ – число пакетов в системе в момент времени t, определяющее состояние системы.

В момент t_v окончания кадра ν число пакетов в системе претерпевает скачок; для определенности будем считать $i(t_v) = i(t_v + 0)$, т.е. пакеты, переданные за этот кадр, уже не учитываются. Далее на обслуживание выбираются следующие S пакетов (при условии $i(t_v) \geq S$), которые покинут систему в конце следующего кадра t_{v+1} по приходу к ОС подтверждения (ACK) от БС о получении пакетов. Для того чтобы в момент t_{v+1} в системе осталось j пакетов, при условии, что в момент t_v было i пакетов и $i \geq S$, необходимо, чтобы за интервал времени (t_v, t_{v+1}) в систему поступило $j - i + S$ пакетов. Если в момент t_v число пакетов в системе $i(t_v)$ меньше S, то все эти пакеты будут переданы к моменту t_{v+1}, а вновь пришедшие пакеты будут ожидать начала следующего кадра для начала обслуживания.

Пакеты, поступающие к активным станциям, регистрируются посредством прикрепления ЗПП к данным и помещаются в очередь зарегистрированных пакетов в начале следующего кадра. Пакеты, поступающие к неактивным станциям, регистрируются посредством механизма конкурентного доступа. Таким образом, зарегистрированные пакеты поступают на обслуживание двумя способами, и распределение вероятности прихода k зарегистрированных пакетов при условии, что m фиксированных станций активны, имеет вид

$$f(k,m) = f_{puass}(k,m) \otimes f_{BEB}(k, N-m),$$

т.е. $f(k,m), k = 0,\ldots,$ – свертка двух распределений: распределения вероятностей

$$f_{puass}(k,m) = \frac{(m\lambda)^k}{k!} e^{-m\lambda}$$

прихода k заявок за кадр при пуассоновском потоке с интенсивностью $m\lambda$, что соответствует поступлению новых пакетов в очереди активных станций, и распределения $f_{BEB}(k, N-m)$, соответствующего поступлению пакетов из фазы конкурентного доступа при $N-m$ неактивных станциях и определяемого в разделе 4.

Распределение числа активных станций m зависит от длины очереди i. Пусть $\varphi(m|i)$ – вероятность того, что ровно m станций являются активными при наличии i пакетов во всех очередях ОС. Полагая пакеты различимыми и распределенными между станциями равновероятно, имеем согласно [7]:

$$\varphi(m|i) = C_N^m \sum_{l=1}^{m} (-1)^l C_m^l \left[\frac{m-l}{N}\right]^i, \quad m \le i, \quad m \le N.$$

Тогда вероятность прихода k пакетов при наличии i пакетов в очереди равна

$$g(k,i) = \sum_{m=\min(1,i)}^{\min(N,i)} \varphi(m|i) f(k,m).$$

Используя эту функцию, определяем все ненулевые элементы матрицы одношаговых переходов между состояниями:

$$\begin{cases} p_{i,j} = g(j,i), \quad 0 \le i < S, \quad j \ge 0 \\ p_{i,j} = g(j-i+S,i), \quad i \ge S, \quad j \ge i-S. \end{cases}$$

Запишем уравнения равновесия и уравнение нормировки для стационарных вероятностей:

$$\begin{cases} \pi_j = \sum\limits_{i=0}^{S-1} \pi_i g(j,i) + \sum\limits_{i=S}^{S+j} \pi_i g(j-i+S,i), \quad j \ge 0 \\ \sum\limits_{j=0}^{\infty} \pi_j = 1. \end{cases} \tag{2}$$

Решение данной системы уравнений позволяет определить среднюю длину очереди

$$L_Q = \sum_{j=0}^{\infty} j\pi_j. \tag{3}$$

Найдем вероятность P_0 отсутствия зарегистрированных пакетов у данной станции в конце произвольно выбранного кадра.

Вероятность того, что конкретная станция является неактивной при наличии m активных станций, равна $\dfrac{N-m}{N}$. Поэтому вероятность пустой очереди конкретной станции при условии общей очереди длиной j определяется формулой

$$p(0|j) = \sum_{m=1}^{\min\{j,N\}} \frac{(N-m)\varphi(m|j)}{N}, \quad j > 0.$$

Следовательно,

$$P_0 = \sum_{j=0}^{\infty} p(0|j)\pi_j = \pi_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\min\{j,N\}} \frac{(N-m)\varphi(m|j)\pi_j}{N}. \tag{4}$$

Таким образом, получены аналитические выражения для расчета L_Q и P_0. Однако, для их нахождения необходимо определить распределение пакетов, регистрирующихся методом конкурентного доступа, $f_{BEB}(k, N-m)$, которое будет получено в следующем разделе.

4. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОНКУРЕНТНОГО ДОСТУПА

Как было уже упомянуто, станции, пославшие ЗПП, ожидают выделения полосы пропускания в течение тайм-аута T_{rt}. Если по истечении T_{rt} кадров полоса пропускания для отправки пакетов данных не выделена, то станция считает, что произошла коллизия при передаче ЗПП, и принимает решение о повторной передаче ЗПП.

Для описания поведения ОС применим подход, аналогичный приведенному в [8]. Состояние станции к началу t-го кадра определяется двумя величинами: этапом $s(t) = 0, \ldots, M$ разрешения конфликтов i, характеризуемым текущим размером окна W_i и соответствующим (при $i < M$) числу неудачных попыток отправить текущий ЗПП, и величиной $r(t)$, либо (при $r(t) \geq 0$) равной количеству кадров до попытки отправки ЗПП, либо (при $r(t) < 0$) соответствующей счетчику таймаута T_{rt}. Началом этапа разрешения конфликта является начало кадра, следующего за T_{rt} кадров ожидания после отправки ЗПП на предыдущем этапе разрешения конфликта. В случае нулевого этапа началом является момент прихода первого пакета к станции, у которой нет незарегистрированных пакетов. В случае успешной передачи ЗПП концом этапа является начало кадра, в котором выделена полоса пропускания для отправки пакетов данных для данной ОС. После успешной передачи ЗПП станция переходит в активное состояние A, в котором станция прикрепляет ЗПП к пакетам с данными. При отсутствии пакетов для передачи к началу восходящего кадра станция переходит в состояние простоя I. ОС переходит из состояния I на нулевой этап при поступлении нового пакета. Таким образом, поведение ОС можно рассматривать как двумерный случайный процесс $\{s(t) = i, r(t) = k\} \cup \{A\} \cup \{I\}$ с дискретным временем, единицей которого является кадр.

Станция переходит из состояния A в I с некоторой вероятностью x, такой чтобы обеспечить стационарную вероятность состояния A равной $1 - P_0$, где P_0 – вероятность, что станция неактивна, которая определяется через π_j в (4). Следовательно, стационарная вероятность состояния I равна $P\{I\} = (1 - P_0)x$. Вероятность прихода, по крайней мере, одного пакета за время одного кадра равна $1 - e^{-\lambda}$, так как времена прихода пакетов распределены по закону Пуассона. Таким образом, вероятность выхода станции из состояния I равна $1 - e^{-\lambda}$. ОС возвращается в состояние A из состояний $(i, 0)$ при успешной передаче ЗПП. Состояния с отрицательным k соответствуют кадрам определения неудачи ЗПП (тайм-ауту T_{rt}).

Переходные вероятности этого процесса, описываемого цепью Маркова на рис. 1, определяются следующим образом:

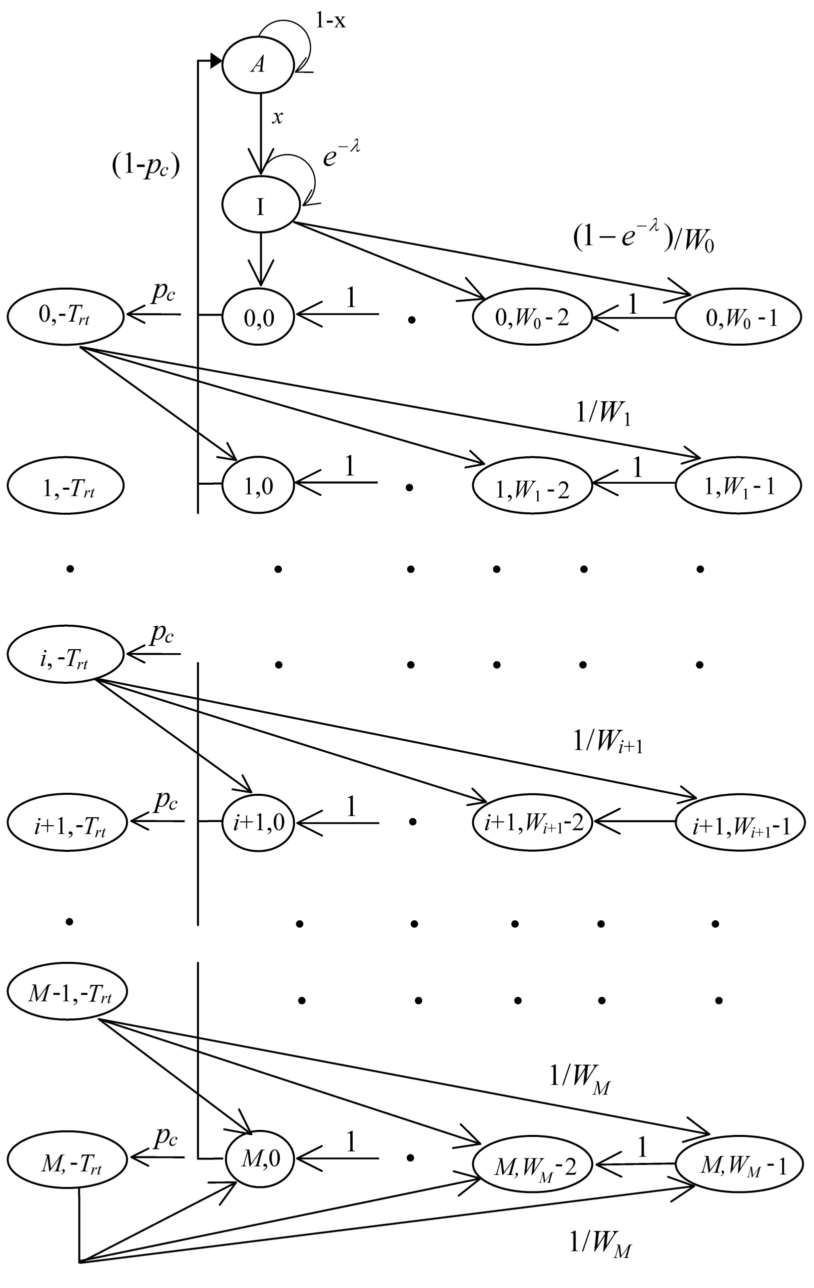

Рис. 1. Цепь Маркова для алгоритма двоичного экспоненциального отката.

$$
\begin{cases}
P\{I|A\} = x, & \\
P\{0,k|I\} = (1-e^{-\lambda})/W_0, & k \in (0, W_0 - 1), \\
P\{i,k|i,k+1\} = 1, & k \in (-T_{rt}, W_i - 2), k \neq -1, i \in (0, M), \\
P\{A|i,0\} = 1 - p_c, & i \in (0, M), \\
P\{i,-1|i,0\} = p_c, & i \in (0, M), \\
P\{i,k|i-1,-T_{rt}\} = 1/W_i, & k \in (0, W_i - 1), i \in (0, M-1), \\
P\{M,k|M,-T_{rt}\} = 1/W_M, & k \in (0, W_M - 1).
\end{cases}
$$

Пусть $b_{i,k}$– стационарная вероятность состояния (i,k). Учитывая, что

$$\begin{aligned}
&b_{0,k} = b_{0,k-1} + (1-e^{-\lambda})P\{I\}/W_0,\ k \in (0, W_i - 2),\\
&b_{i,k} = b_{i,k-1} + p_c b_{i-1,0}/W_i,\ k \in (0, W_i - 2),\ i \in (1, M),
\end{aligned}$$

получаем для этапа 0:

$$\begin{aligned}
&b_{0,k} = (1-e^{-\lambda})P\{I\}(W_0 - k)/W_0,\ k \in (0, W_0 - 1),\\
&b_{0,k} = p_c b_{0,0},\ k \in (-T_{rt}, -1);
\end{aligned}$$

для этапа $i \in (1, M-1)$:

$$\begin{aligned}
&b_{i,k} = p_c(W_i - k)b_{i-1,0}/W_i,\ k \in (0, W_i - 1),\ i \in (0, M-1),\\
&b_{i,k} = p_c b_{i,0},\ k \in (-T_{rt}, -1),\ i \in (0, M-1).
\end{aligned}$$

На M-ом этапе окно разрешения конфликтов достигает максимума и не изменяется. Следовательно,

$$\begin{aligned}
&b_{M,k} = \frac{p_c(W_M - k)b_{M-1,0}}{(1-p_c)W_M},\ k \in (0, W_M - 1),\\
&b_{M,k} = p_c b_{M,0},\ k \in (-T_{rt}, -1).
\end{aligned}$$

Итак, стационарные вероятности состояний $b_{i,k}$ выражаются через $b_{0,0}$ и $P\{I\}$ следующим образом:

$$\begin{cases}
b_{0,k} = (1-e^{-\lambda})P\{I\}(W_0 - k)/W_0,\ k \in (0, W_0 - 1),\\
b_{0,k} = p_c b_{0,0},\ k \in (-T_{rt}, -1),\\
b_{i,k} = p_c^i(W_i - k)b_{0,0}/W_i,\ k \in (0, W_i - 1),\ i \in (0, M-1),\\
b_{i,k} = p_c^{i+1} b_{0,0},\ k \in (-T_{rt}, -1),\ i \in (0, M-1),\\
b_{M,k} = p_c^M(W_M - k)b_{0,0}/(1-p_c)W_M,\ k \in (0, W_M - 1),\\
b_{M,k} = p_c^{M+1} b_{0,0}/(1-p_c),\ k \in (-T_{rt}, -1).
\end{cases} \tag{5}$$

Из первого соотношения при $k = 0$ выразим $P\{I\}$ через $b_{0,0}$:

$$P\{I\} = (1-e^{-\lambda})^{-1} b_{0,0}.$$

Запишем условие нормировки

$$1 = P\{A\} + P\{I\} + \sum_{i=0}^{M} \sum_{k=-T_{rt}}^{W_i - 1} b_{i,k}.$$

Используя (5), представим сумму стационарных вероятностей в виде:

$$\sum_{i=0}^{M} \sum_{k=-T_{rt}}^{W_i - 1} b_{i,k} = \sum_{i=0}^{M} \left[p_c T_{rt} + \frac{W_i + 1}{2}\right] b_{i,0} = p_c T_{rt} \sum_{i=0}^{M} b_{i,0} + \sum_{i=0}^{M} \frac{W_i + 1}{2} b_{i,0}.$$

Далее,

$$\sum_{i=0}^{M} b_{i,0} = \left[\sum_{i=0}^{M-1} p_c^i + p_c^M/(1-p_c)\right] b_{0,0} = b_{0,0}/(1-p_c),$$

$$\sum_{i=0}^{M}\frac{W_i+1}{2}b_{i,0}=\left[W_0\left(\sum_{i=0}^{M-1}(2p_c)^i+(2p_c)^M/(1-p_c)\right)+\frac{1}{1-p_c}\right]\frac{b_{0,0}}{2}$$
$$=\left[\frac{1-(2p_c)^M}{1-2p_c}W_0+\frac{1+(2p_c)^M W_0}{1-p_c}\right]\frac{b_{0,0}}{2}=\left[\frac{(1-2p_c)(W_0+1)+pW_0(1-(2p_c)^M)}{(1-2p_c)(1-p_c)}\right]\frac{b_{0,0}}{2}.$$

Таким образом, получаем выражение для $b_{0,0}$ через p_c:

$$b_{0,0}=P_0\left[\frac{(1-2p_c)(1+W_0+2p_cT_{rt})+p_cW_0(1-(2p_c)^M)}{2(1-2p_c)(1-p_c)}+\frac{1}{1-e^{-\lambda}}\right]^{-1}. \tag{6}$$

Далее определим вероятность τ того, что станция отправляет ЗПП в произвольно выбранном слоте в данном кадре. Передача ЗПП производится при счетчике ожидания отправки, равном 0, вне зависимости от этапа разрешения конфликтов, поэтому вероятность того, что для передачи выбран данный кадр, равна $\sum\limits_{i=0}^{M} b_{i,0}$.

Поскольку внутри кадра слоты для отправки ЗПП выбираются равновероятно, а общее их число равно K, то вероятность выбора произвольно взятого слота в произвольно выбранном кадре равна

$$\tau=K^{-1}\sum_{i=0}^{M}b_{i,0}=\frac{b_{0,0}}{(1-p_c)K}.$$

Коллизия при передаче ЗПП происходит, если хотя бы одна из оставшихся $N-1$ станций также выбрала данный слот для отправки ЗПП, т.е. вероятность коллизии равна

$$p_c=1-[1-\tau]^{N-1}=1-\left[1-\frac{b_{0,0}}{(1-p_c)K}\right]^{N-1}.$$

Выражая $b_{0,0}$ и подставляя в (6), получаем

$$K(1-p_c)\left[1-\sqrt[N-1]{1-p_c}\right]\left[\frac{(1-2p_c)(1+W_0+2p_cT_{rt})+p_cW_0(1-(2p_c)^M)}{2(1-2p_c)(1-p_c)}+\frac{1}{1-e^{-\lambda}}\right]=P_0$$

Решая уравнение с одной неизвестной, определяем p_c через P_0, которая в свою очередь определяется через π_j в (4).

Вероятность того, что данная станция сделает попытку передачи ЗПП в данном кадре при условии, что эта станция неактивна, равна

$$\tau_{fr}=\frac{\sum\limits_{i=0}^{m}b_{i,0}}{P_0}=\frac{K\left[1-\sqrt[N-1]{1-p_c}\right]}{P_0}. \tag{7}$$

Теперь перейдем к оценке T_{BEB} – среднего времени регистрации пакета, поступающего в очередь к неактивной станции, которое равно отношению математического ожидания суммарного времени регистрации G пакетами, запросы полосы для которых передаются одним ЗПП, и математического ожидания количества n таких пакетов. Здесь и далее в этом разделе под передачей ЗПП понимается передача ЗПП посредством механизма конкурентного доступа. Время передачи ЗПП условно разобьем на 2 интервала: 1) время от прихода пакета в очередь

ОС, у которой не было незарегистрированных пакетов (далее будем называть такой пакет первым), до начала следующего кадра (назовем эту дробную величину первым кадром) и 2) оставшиеся целые кадры.

Рассмотрим случай, когда длина первого кадра равна $x(x \in (0, 1])$, а число целых кадров равно j. Очевидно, что вероятность такого случая равна $p_j \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda x} dx/(1-e^{-\lambda})$, где p_j – вероятность того, что число целых кадров равно j.

В процессе передачи ЗПП в очередь станции могут поступать и другие пакеты. В рассматриваемом случае среднее число таких вновь пришедших пакетов для данной станции равно $\lambda(x+j)$, а среднее суммарное время регистрации для таких пакетов $\lambda(x+j)^2/2$. Следовательно, с учетом первого пакета имеем:

$$T_{BEB} = \frac{E\{G(x,j)\}}{E\{n(x,j)\}}, \tag{8}$$

где $n(x,j) = 1 + \lambda(x+j)$ и $G(x,j) = x + j + \dfrac{\lambda(x+j)^2}{2}$.

Для дальнейшего исследования необходимо определить вероятность p_j. Для этого вначале найдем распределение числа целых кадров, в течение которых передавался ЗПП, при условии, что станция успешно передала ЗПП с $l-$ой попытки.

Введем функции $\Psi_i(z)$ такие, что $\Psi_i(z) = \dfrac{1}{W_{i-1}} \sum\limits_{j=1}^{W_{i-1}} z^{j+T_{rt}}$ при $i = 1, \ldots, M+1$ и $\Psi_i(z) = \Psi_{m+1}(z)$ при $i > M+1$. Так как при i-ой попытке передачи станция равновероятно выбирает один из W_i кадров для отправки ЗПП, производящая функция длительности этой попытки при условии $0 < i < l$ равна $\dfrac{1}{W_i} \sum\limits_{j=1}^{W_i} z^{j+T_{rt}}$, т.е. $\Psi_i(z)$. При первой попытке первый кадр дробный, поэтому производящая функция числа целых кадров этой попытки равна $\dfrac{1}{W_0} \sum\limits_{j=0}^{W_0-1} z^{j+T_{rt}}$, т.е. $\Psi_i(z) \cdot z^{-1}$. При l-ой попытке передачи станция не ожидает время T_{rt}, поэтому производящая функция длительности $l-$ой попытки равна $\Psi_l(z) z^{-T_{rt}}$. Так как длительности попыток являются независимыми случайными величинами, то производящая функция времени передачи ЗПП, измеренного в целых кадрах, при условии успеха с l-ой попытки является произведением производящих функций длительностей попыток

$$\Omega_l(z) = z^{-T_{rt}-1} \cdot \prod_{i=1}^{l} \Psi_i(z).$$

Учитывая вероятности успеха при различных попытках передачи, получим производящую функцию времени передачи ЗПП, измеренного в целых кадрах:

$$\Omega(z) = (1-p_c) \sum_{l=0}^{\infty} p_c^l \Omega_l(z) = (1-p_c) z^{-T_{rt}-1} \left\{ \sum_{l=0}^{m} p_c^l \prod_{i=1}^{l} \Psi_i(z) + \frac{p_c^m}{1 - p_c \Psi_{m+1}(z)} \prod_{i=1}^{m+1} \Psi_i(z) \right\},$$

из которой находим искомые вероятности передачи ЗПП за j целых кадров:

$$p_j = \frac{1}{j!} \left. \frac{d^j \Omega(z)}{dz^j} \right|_{z=0}.$$

Найдем математические ожидания числа пакетов, запросы полосы для которых передаются одним ЗПП, и суммарного времени их регистрации:

$$E\{n(x,j)\} = \sum_{j=0}^{\infty}\left[\frac{\lambda p_j}{1-e^{-\lambda}}\int_0^1 [1+\lambda(x+j)]\,e^{-\lambda x}dx\right] = 2-\lambda\frac{e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}}+\lambda\sum_{j=0}^{\infty} jp_j,$$

$$E\{G(x,j)\} = \sum_{j=0}^{\infty}\left[\frac{\lambda p_j}{1-e^{-\lambda}}\int_0^1 \left[x+j+\frac{\lambda(x+j)^2}{2}\right]e^{-\lambda x}dx\right] =$$
$$= \frac{2}{\lambda}-\frac{e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}}\left(\frac{\lambda}{2}+2\right)+\left(2-\lambda\frac{e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}}\right)\sum_{j=0}^{\infty} jp_j+\frac{\lambda}{2}\sum_{j=0}^{\infty} j^2p_j.$$

С учетом известных свойств производящих функций:

$$\sum_{j=0}^{\infty} jp_j = \Omega'(1) \text{ и } \sum_{j=0}^{\infty} j^2p_j = \Omega''(1)+\Omega'(1),$$

а также вида производной $d\Psi_i/dz|_{z=1} = T_{rt}+(W_{i-1}+1)/2$ преобразуем полученные формулы:

$$E\{n(x,j)\} = 2-\lambda\frac{e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}}+\lambda\Omega'(1), \tag{9}$$

где

$$\Omega'(1) = -1+\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{m-1}(W_i+1)\,p_c^i+\frac{T_{rt}p_c}{1-p_c}+\frac{p_c^m(W_m+1)}{2(1-p_c)}$$

(формула для $\Omega''(1)$ значительно сложнее и здесь не приводится), и

$$E\{G(x,j)\} = \frac{2}{\lambda}-\frac{e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}}\left(\frac{\lambda}{2}+2\right)+\left(2-\lambda\frac{e^{-\lambda}}{1-e^{-\lambda}}+\frac{\lambda}{2}\right)\Omega'(1)+\frac{\lambda}{2}\Omega''(1). \tag{10}$$

Подставляя (9) и (10) в (8), находим среднее время регистрации пакета посредством конкурентного доступа.

Для нахождения среднего времени отправки зарегистрированных пакетов требуется получить распределение $\{f_k\}$ числа пакетов, запросы полосы для которых были успешно переданы в данном ЗПП. Распределение количества пакетов, приходящих за первый кадр, включая первый пакет, равно условному распределению числа пришедших пакетов при условии, что пришел хотя бы один: $f_{0\_frame}(k+1) = \dfrac{\lambda^k\cdot e^{-\lambda}}{(1-e^{-\lambda})\cdot k!}$ $(k=0,1,\ldots)$, и производящая функция этого распределения равна $\theta_0(z) = \dfrac{ze^{-\lambda+\lambda z}}{1-e^{-\lambda}}$.

Далее определим производящую функцию числа пакетов, пришедших за время передачи ЗПП за исключением первого кадра. Это число является суммой независимых случайных величин (числа пакетов, пришедших за очередной целый кадр) с одинаковым распределением, причем количество слагаемых суммы случайно и имеет производящую функцию $\Omega(z)$, а производящая функция числа пакетов, пришедших за очередной кадр, равна $e^{-\lambda+\lambda z}$. Согласно [7], производящая функция такой суммы есть сложная функция производящих функций, то есть $\Omega(e^{-\lambda+\lambda z})$. Следовательно, производящая функция числа пакетов, запросы полосы для которых были успешно переданы в данном ЗПП, равна

$$\theta(z) = \theta_0(z)\Omega(e^{-\lambda+\lambda z}).$$

Найдем распределение количества станций, успешно передавших ЗПП в течение произвольно выбранного кадра при условии, что всего $N-m$ неактивных станций. Вероятность того, что определенная ОС из числа неактивных ОС выбрала данный кадр для отправки ЗПП, равна τ_{fr} и определена в (7). Так как ОС выбирают слоты для передачи ЗПП независимо друга от друга, то найдем по формуле Бернулли вероятность того, что l станций из $N-m$ выбрали данный кадр:

$$P_{tr}(l) = C_{N-m}^{l} \tau_{fr}^{l} (1-\tau_{fr})^{N-m-l}.$$

Воспользуемся подходом, описанным в [9], для определения вероятности k успешных передач ЗПП в данном кадре при условии, что ровно l станций пыталось передать ЗПП при наличии слотов для передачи:

$$P_{s\_tr}(k|l) = \sum_{\nu=1}^{]\frac{l-k}{2}[} C_K^{\nu+k} \cdot C_{\nu+k}^{k} \cdot V(\nu, l-k),$$

где $]\dfrac{l-k}{2}[$ - означает наибольшее целое число, не превышающее $\frac{l-k}{2}$,

$$V(\nu,x) = 1 - v^{-x}\left\{\sum_{y=1}^{v-1} C_y^v V(y,x) + \sum_{u=1}^{v-1} C_u^v \frac{x!}{(x-u)!} \sum_{y=1}^{v-1} C_y^{v-u} V(y, x-u)\right\}$$

– число способов разместить x ЗПП по ν слотам так, чтобы в каждом оказалось не меньше двух ЗПП, – определяется рекурсивно с начальным условием.

Следовательно, вероятность k успешных передач ЗПП в одном кадре равна

$$P_{s\_tr}(k) = \sum_{l=k}^{N-m} P_{s\_tr}(k|l) \cdot P_{tr}(l).$$

Пусть $p_{s\_tr}(s)$ – производящая функция распределения $\{P_{s\_tr}(k)\}$. Тогда, воспользовавшись теоремой из [7] и предполагая, что количества пакетов, запросы полосы для которых передаются в ЗПП разными станциями, одинаково распределены и независимы друг от друга, находим производящую функцию $p_{s\_tr}(\theta(s))$ распределения суммарного числа пакетов, зарегистрированных в данном кадре всеми станциями.

Таким образом, получены вероятности

$$f_{BEB}(k, N-m) = \frac{1}{k!} \left. \frac{d^k p_{s\_tr}(\theta(s))}{ds^k} \right|_{z=0}$$

регистрации k пакетов в одном кадре посредством механизма конкурентного доступа при условии, что $N-m$ в этом кадре станций неактивны. Распределение количества пакетов $f_{BEB}(k, N-m)$ позволяет определить $g(k,i)$ через P_0 и решить систему уравнений (2) относительно π_j.

Для определения составляющих формулы (1) будем использовать модель изменения очереди зарегистрированных пакетов и модель конкурентного доступа итеративно: модель изменения очереди позволяет определить вероятность P_0 и среднюю длину очереди L_Q на основе распределения $f_{BEB}(k, N-m)$, которое находится из модели конкурентного доступа, параметры которой, в свою очередь, полностью определяется по заданной вероятности P_0. Таким образом, подставляя P_0 из модели изменения очереди пакетов в модель конкурентного доступа, получаем распределение $f_{BEB}(k, N - m)$, подстановка которого в модель изменения очереди пакетов дает уточнение P_0. Многочисленные эксперименты с данными моделями при различных параметрах показали быструю сходимость итеративного метода вычислений. Результаты экспериментов представлены в следующей главе.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В ходе численных экспериментов, на основе описанного выше итеративного использования моделей, получены графики зависимостей средней длины очереди и вероятности нулевого числа зарегистрированных пакетов у станции в конце кадра P_0 от нормированной интенсивности поступления пакетов, измеренной в процентах от ширины восходящего канала (т.е. от количества пакетов данных S, которые могут переданы за один кадр), $\lambda_n = N\lambda/S$. Эксперименты проводились при следующих фиксированных параметрах: $N = 10$, $S = 50$, $K = 20$, $T_{rt} = 0$.

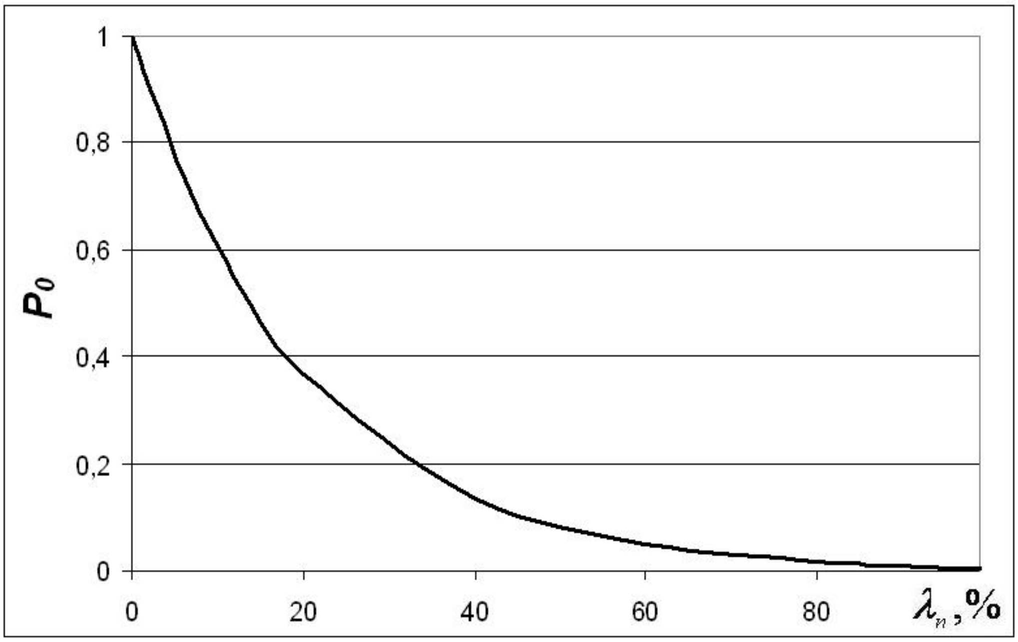

Рис. 2. Зависимость вероятности нулевого числа зарегистрированных пакетов у станции в конце кадра P_0 от нормированной интенсивности λ_n.

Как показано на рис 2, с увеличением интенсивности входного потока уменьшается вероятность P_0, того что произвольно выбранная станция неактивна, то есть ОС переходят из режима конкурентного доступа в режим передачи ЗПП с прикреплением (piggy-backing).

При дальнейшем увеличении интенсивности входной поток становится практически равным ширине восходящего канала, и очередь резко возрастает (а следовательно и время передачи пакета), как изображено на рис. 3.

Рис. 4 демонстрирует результаты оценки среднего времени обслуживания пакета T_{serv} в зависимости от нормированной интенсивности λ_n. По рисунку видно, что при приближении нормированной интенсивности λ_n к крайним точкам 0 и 100% время обслуживания пакета возрастает, что при приближении к 100% объясняется увеличением длины очереди и соответствующим увеличением времени отправки T_{send}, а при приближении к 0 – переходом из режима передачи ЗПП с прикреплением (piggy-backing) в режим конкурентного доступа, при котором время регистрации T_{reg} существенно больше.

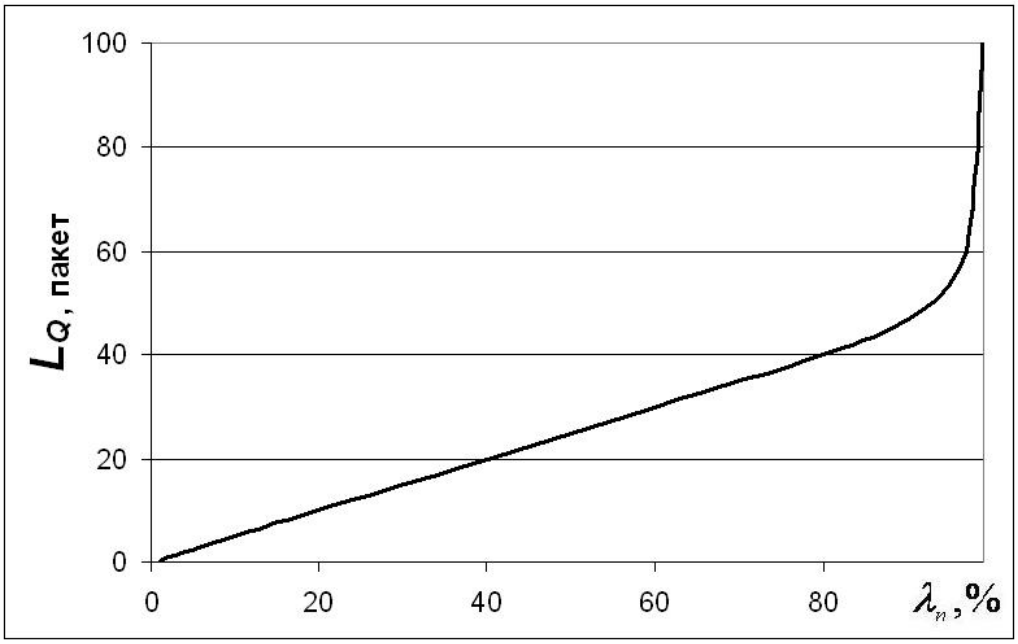

Рис. 3. Зависимость средней длины очереди зарегистрированных пакетов от нормированной интенсивности λ_n.

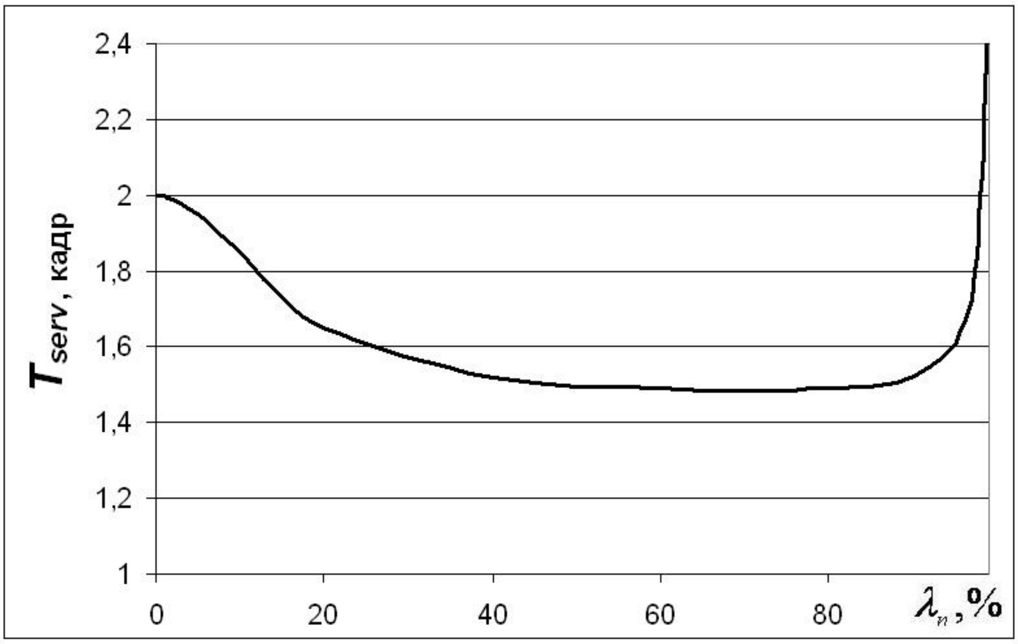

Рис. 4. Зависимость времени обслуживания пакетов (T_{serv}) от нормированной интенсивности λ_n.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Протокол IEEE 802.16 является одним из наиболее перспективных стандартов в области широкополосной связи, так как предоставляет достаточную скорость и обеспечивает требуемое качество обслуживания для передачи мультимедийной информаци в реальном времени. Время обслуживания пакета является одним из ключевых параметров качества обслуживания при передаче таких данных. В работе построена аналитическая модель сети под управлением протокола IEEE 802.16, позволяющая оценить суммарное время обслуживания пакета и выгодно отличающаяся от предыдущих моделей тем, что учитывает возможность прикреплением запросов полосы пропускания к данным и не содержит существенных ограничений на количество ОС и количество пакетов в очередях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. IEEE Std 802.16-2004 (Revision of IEEE Std 802.16-2001), IEEE Standard for Local and metropolitan area networks, part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems.
2. A. Vinel, Y. Zhang, M. Lott, and A.Turlikov, Performance analysis of the random access in IEEE 802.16, *In Proc. of IEEE PIMRC*, P. 1596 – 1600, September 2005.
3. A. Vinel, Y. Zhang, Q. Ni, A. Lyakhov, Efficient Request Mechanism Usage in IEEE 802.16. *Proc. 49th IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2006)*, San Francisco, California, USA, November 27 - December 1, 2006.
4. Ляхов А.И., Лукин Д.В. Оценка производительности конкурентого доступа в сети IEEE 802.16. М.: *Труды семинара Распределенные Компьютерные и Телекомуникационные Сети: теория и приложения (DCCN-2007)*, 2007.
5. A. Vinel, Q. Ni, D. Staehle, A. Turlikov. Capacity Analysis of Reservation-Based Random Access for Broadband Wireless Access Networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 27, N2, 2009.
6. Ляхов А.И., Лукин Д.В. Аналитическая модель передачи данных в сети IEEE 802.16. *Автоматика и телемеханика.* 2009. N11. С. 87-100.
7. W. Feller. *An Introduction to Probability Theory and Its Applications. Vol.1*, N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1952.
8. Bianchi G. Air Performance Analysis of the IEEE 802.11 Distributed Coordination Function. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 18, N3, 2000. P. 535-548.
9. Вишневский В.М., Ляхов А.И., Сафонов А.А. Исследование эффективности механизмов синхронизации в беспроводных персональных сетях со сложной структурой. *Информационные технологии и вычислительные системы.* 2008. N3. С. 63-77.