Информационные процессы, Том 10, № 3, 2010, стр. 237–244.

Выбор состояний источника при сжатии томограмм

Д. В. Сушко

Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия
Поступила в редколлегию 14.09.2010

Аннотация—Предложен алгоритм нахождения порогов, определяющих множество состояний источника в методе сжатия томограмм. Алгоритм предполагает последовательное решение одномерных экстремальных задач, и его реализация в процессе сжатия не приводит к большим временны́м затратам. Проведенный численный эксперимент показывает, что соответствующая этому алгоритму минимальная скорость кодирования практически не отличается от скорости кодирования, соответствующей использованию при сжатии оптимального множества состояний, нахождение которого требует решения многомерной экстремальной задачи и, следовательно, больших временных затрат.

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] был предложен и исследован метод обратимого сжатия (сжатия без искажений) компьютерных томограмм посредством универсального арифметического кодирования ошибок предсказания соответствующих изображений (томограмм). Суть метода составляет универсальное кодирование, т.е. построение вероятностей для данных с неизвестной статистикой, а арифметическое кодирование [2], использующее построенные вероятности в качестве кодовых вероятностей, обеспечивает сжатие данных. В основе универсального кодирования лежит использование статистической модели "источника изображений" с вычислимой последовательностью состояний, т.е. предполагается, что распределение вероятностей значений очередной ошибки предсказания зависит только от контекста, т.е. от значений некоторого числа предшествующих (в соответствии с принятым способом упорядочивания) отсчетов изображения.

В работе [3] предложенный метод сжатия был модифицирован таким образом, чтобы приспособить его для кодирования значений компонент обратимого дискретного вейвлет-преобразования (ДВП). В результате был построен метод универсального арифметического кодирования компонент ДВП компьютерных томограмм.

Как в случае кодирования ошибок предсказания, так и в случае кодирования значений ДВП получение эффективного сжатия связано с необходимостью кардинально уменьшить число неизвестных параметров используемой статистической модели (см. [1]). Одним из способов уменьшения числа неизвестных параметров является объединение различных контекстов источника в "укрупненные" состояния и последующее описание значений, попадающих в одно состояние, одним общим распределением вероятностей. При этом минимальная скорость кодирования достигается при замене неизвестных вероятностей значений нормированными частотами их появления в данном состоянии.

Коэффициент сжатия метода зависит от выбора множества состояний. Желательно, чтобы каждому состоянию соответствовало как можно более неравномерное частотное распределение, а распределения, соответствующие разным состояниям, отвечали бы разным "типам поведения", т.е. максимально отличались друг от друга. Цель настоящей работы — предложить эффективный алгоритм построения множества состояний, реализация которого в процессе кодирования томограммы обеспечивала бы высокую степень сжатия, не приводя при этом к большим временны́м затратам.

2. УНИВЕРСАЛЬНОЕ КОДИРОВАНИЕ ТОМОГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Напомним общую схему предложенного в [1], [3] метода универсального кодирования и некоторые результаты, которые потребуются нам далее.

Компьютерная томограмма представляет собой квадратное полутоновое изображение **X** размером 512×512 пикселей, состоящее из области восстановления (обычно это круг, вписанный в квадрат) и ее дополнения, в котором восстановление не производилось (будем называть его областью фона). Яркость в области восстановления принимает значения в диапазоне шириной 4096 (12 бит), отдельное значение вне этого диапазона приписывается точкам фона. Далее мы будем считать, что значение фона равно 0, диапазон яркости в области восстановления — от 1 до 4096 и, таким образом, весь диапазон значений — [0, 4096].

Начнем с рассмотрения универсального кодирования ошибок предсказания. Пусть x — некоторый элемент исходного изображения, u и l — соседние к нему сверху и слева элементы. Если x — элемент первой строки и/или первого столбца, т.е. верхний и/или левый соседний элемент отсутствует, то будем полагать $u = 0$ и/или $l = 0$ (что согласуется со спецификой томографических изображений). Величина $(u + l)/2$ — простейшее предсказание для элемента x (использование более сложных предсказаний не приводит к заметному увеличению коэффициента сжатия). При естественном построчном кодировании отсчетов к моменту рассмотрения очередного элемента x элементы u и l уже известны как кодеру, так и декодеру, и, следовательно, известно предсказание. Поэтому описание исходных значений эквивалентно описанию ошибок предсказания $e = x - (u + l)/2$. Заметим, что в целом ошибки предсказания образуют изображение **E** того же размера, что и исходное изображение, и с диапазоном значений, равным $[-4096, 4096]$.

Будем считать, что распределение значений очередной ошибки предсказания e зависит только от текущего контекста, который представляет собой известные к этому моменту элементы u и l исходного изображения (использование более "длинных" контекстов не приводит к заметному увеличению коэффициента сжатия). Функция контекста $\sigma_1(u, l) = |u - l|$ характеризует изменение значений элементов в окрестности рассматриваемой точки. Примем гипотезу, согласно которой чем ближе значения функции σ_1 для разных рассматриваемых точек, тем меньше различие соответствующих распределений, измеряемое избыточностью их совместного кодирования. Данная гипотеза, справедливость которой подтверждена экспериментом, приводит к следующему способу построения множества состояний $\{s\}$ источника. Прежде всего, учитывая специфику томограмм, определим фоновое состояние s_0: источник находится в фоновом состоянии тогда и только тогда, когда $u = l = 0$. Далее, выберем множество порогов $\{t\} = \{t_1, \ldots, t_T\}$, состоящее из T различных упорядоченных по возрастанию натуральных чисел. Если источник не находится в фоновом состоянии s_0 и выполнено условие

$$t_{k-1} \leqslant \sigma_1(u, l) < t_k\,, \qquad k = 1, \ldots, T\,, \tag{1}$$

то источник находится в состоянии s_k. Если, наконец,

$$t_T \leqslant \sigma_1(u, l)\,, \tag{2}$$

то источник находится в состоянии s_{T+1}. Таким образом, функция σ_1 и значения порогов $\{t_k\}$ определяют множество состояний источника, которое состоит из $T + 2$ состояний (считая фоновое).

В дальнейшем мы будем говорить, что элемент изображения принадлежит тому или иному состоянию. С точки зрения используемой статистической модели это означает, что данный элемент был “порожден” источником, находящимся в соответствующем состоянии. Очевидно, что каждый элемент изображения **E** принадлежит одному и только одному состоянию.

Нормированному частотному распределению значений ошибок предсказания $f(e|s)$ для элементов, попадающих в состояние s, соответствует квазиэнтропия состояния — нижняя граница средних затрат $R(s)$ на описание одного такого значения:

$$H(s) = \sum_{e \in s} f(e|s)\left[-\log_2 f(e|s)\right]. \tag{3}$$

Взвешенная сумма квазиэнтропий всех состояний с весами, равными нормированным частотам состояний $F(s)$,

$$H = \sum_{k=0}^{T+1} F(s_k)H(s_k)\,, \tag{4}$$

— это квазиэнтропия значений ошибок предсказания для всего изображения, т.е. нижняя граница средних затрат R на описание одной ошибки для элемента изображения или нижняя граница скорости кодирования. При заданном способе построения состояний и фиксированном общем числе порогов T квазиэнтропия H зависит от выбранных значений порогов, входящих в условия (1) и (2). Единица измерения квазиэнтропии (и скорости кодирования) — бит/пиксель (б/п). Заметим, что равенства (3) и (4) остаются в силе и для самих значений x изображения, но для них частотное распределение отличается от частотного распределения для значений ошибок e.

Частоты $F(s)$ и $f(e|s)$ могут быть вычислены кодером в результате просмотра всего изображения, и при их использовании в качестве вероятностей в процессе арифметического кодирования декодеру нужно передавать их значения. Если используемое число состояний мало, передача частот состояний $F(s)$ практически не увеличивает скорости кодирования R. Однако число частот $f(e|s)$ исчисляется тысячами, и их непосредственная передача привела бы к значительным издержкам. Чтобы избежать этого, нужно аппроксимировать соответствующие распределения функциями из заранее выбранного класса, такого, что каждая функция класса однозначно определяется значениями некоторого небольшого числа параметров. Кодер использует значения построенных аппроксимирующих функций в качестве вероятностей, а для передачи необходимой информации декодеру достаточно передать значения параметров, определяющих эти функции. Обозначенный подход позволяет достигнуть скорости кодирования, которая превышает квазиэнтропию на пренебрежимо малую величину. Во всех рассмотренных случаях относительная избыточность кодирования $(R - H)/H$ не превышала 0.005.

Обратимся к методу сжатия с использованием ДВП. Напомним, что представляет собой ДВП изображения, подробности можно найти, например, в книге [4]. Результатом применения прямого ДВП является разложение исходного изображения (томограммы) **X** размера 512×512 на четыре отдельных изображения (компоненты) размера 256×256: приближение **A** и вертикальные **V**, горизонтальные **H** и диагональные **D** детальные составляющие. Первое из них — результат низкочастотной фильтрации (сглаживания) элементов исходного изображения по строкам и столбцам, следующие два получены сглаживанием по одной координате и высокочастотной фильтрацией по другой, а последняя — результат высокочастотной фильтрации по обеим координатам (в каждом случае фильтрация сопровождается прореживанием, уменьшающим размер вдвое по каждой координате). Эффективность применения ДВП для сжатия данных обусловлена тем, что при “удачном” выборе фильтров разложения значения детальных составляющих распределены значительно более неравномерно, чем значения исходного сигнала. Обратное ДВП позволяет по набору компонент восстановить исходное изображение.

Требование точной обратимости (отсутствия ошибок округления) приводит к существенному ограничению наборов фильтров (вейвлетов), которые можно использовать в преобразовании. Наилучшим выбором является использование фильтров [5], при этом диапазоны значений яркости компонент разложения $\mathbf{A}$, $\mathbf{V}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{D}$ равны, соответственно, $[-2560,\, 6656]$, $[-6144,\, 6144]$, $[-6144,\, 6144]$ и $[-8192,\, 8192]$.

Обсудим теперь, какие изменения претерпевает изложенная выше схема при универсальном кодировании компонент ДВП. Несмотря на расширение диапазона значений в 2.25 раза и появление отрицательных значений, статистические свойства приближения $\mathbf{A}$ и исходного изображения $\mathbf{X}$ близки. Поэтому для сжатия приближения можно прямо использовать описанный выше метод. Детальные составляющие $\mathbf{V}$, $\mathbf{H}$ и $\mathbf{D}$ описывают отличие элементов исходного изображения от сглаженных значений. Отсчеты детальных составляющих принимают значения в симметричных относительно нуля диапазонах, которые для компонент $\mathbf{V}$, $\mathbf{H}$ в три раза, а для компоненты $\mathbf{D}$ в четыре раза шире, чем диапазон исходных значений, а функции распределения значений концентрируются в небольших окрестностях нуля. Поэтому будем кодировать непосредственно значения этих составляющих. Теперь значения элементов u и l, соседних по отношению к текущему элементу рассматриваемой детальной составляющей, характеризуют скорость изменения значений исходного изображения, по крайней мере, по одной координате. Поэтому при построении состояний в формулах (1) и (2) вместо функции σ_1 будем использовать функцию $\sigma_2 = |u| + |l|$. Замена функции, используемой при построении состояний для детальных составляющих, — это главное изменение, которое необходимо внести в общую схему универсального кодирования значений ДВП. В остальном схема не претерпевает существенных изменений, в частности по-прежнему справедливы формулы (3) и (4) для квазиэнтропии, которые теперь должны применяться к каждой из компонент ДВП по отдельности. Квазиэнтропия всего исходного изображения равна, очевидно, среднему арифметическому значений квазиэнтропии всех компонент.

3. МИНИМИЗАЦИЯ КВАЗИЭНТРОПИИ И ВЫБОР ПОРОГОВ ДЛЯ СОСТОЯНИЙ

Как указано в предыдущем разделе, квазиэнтропия H изображения — это нижняя граница средних затрат на описание одной ошибки для элемента изображения или нижняя граница скорости кодирования. Она зависит от выбранного множества состояний или, при используемом способе построения состояний, от выбранного множества порогов $H = H(\{t\})$. Кроме того, как показывает эксперимент, при небольшом числе порогов эта нижняя граница лишь немного превышает скорость кодирования, которая достигается при использовании рассматриваемого метода сжатия.

Рассмотрим квазиэнтропию $H = H^T(t_1, \ldots, t_T)$ при фиксированном общем числе порогов T. Естественно выбирать пороги таким образом, чтобы минимизировать значение квазиэнтропии:

$$\hat{H}^T = \min_{0<t_1<\cdots<t_T} H^T(t_1, \ldots, t_T)\,. \tag{5}$$

Для обозначения порогов, реализующих минимум (5), будем использовать запись $\hat{t}_1^T, \ldots, \hat{t}_T^T$.

Как известно, квазиэнтропия состояния (3) является выпуклой функцией. Это значит, что если разложить состояние s на два состояния s' и s'', то

$$H(s) \geqslant F(s'|s)H(s') + F(s''|s)H(s'')\,,$$

где $F(s'|s)$ и $F(s''|s)$ — условные частотные вероятности состояний s' и s'', т.е. нормированные частоты состояний s' и s'' в состоянии s. Отсюда следует, что при добавлении дополнительного порога квазиэнтропия (4) не возрастает. Это, в свою очередь, означает, что минимальная квазиэнтропия (5) как функция общего числа порогов T является невозрастающей функцией.

При выборе общего числа порогов будем исходить из следующих соображений. Как показывает эксперимент, величина (5) монотонно убывает с ростом T. Поэтому увеличение числа порогов уменьшает нижнюю оценку для скорости кодирования. Однако уже при малых значениях T наступает насыщение: дальнейшее увеличение числа порогов приводит лишь к незначительному уменьшению минимальной квазиэнтропии. С другой стороны, увеличение числа состояний сопровождается увеличением избыточности кодирования. Поэтому использование большого числа порогов не имеет смысла. Для любой томограммы разность $\hat{H}^2 - \hat{H}^3$ уже находится в пределах нескольких сотых бит/пиксель, а $\hat{H}^3 - \hat{H}^4$ не превышает тысячных долей. Поэтому целесообразно выбирать число порогов $T = 3$.

Квазиэнтропия $H = H^T(t_1, \ldots, t_T)$ зависит от значений порогов сложным нерегулярным образом, и единственным способом решения экстремальной задачи (5) является прямой перебор. При этом вычисление квазиэнтропии для каждого набора порогов связано с просмотром значений всего изображения. Поэтому нахождение оптимальных значений порогов представляет собой трудную вычислительную задачу, которая не может быть решена за приемлемое на этапе сжатия время уже в двумерном пространстве параметров, т.е. для двух порогов. Решение же задачи (5) в трехмерном пространстве параметров $T = 3$ при использовании современной вычислительной техники занимает десятки часов.

Для решения указанной проблемы предлагается при построении состояний вместо трех оптимальных порогов $\{\hat{t}_1^3, \hat{t}_2^3, \hat{t}_3^3\}$ использовать три квазиоптимальных порога $\{\tilde{t}_1^3, \tilde{t}_2^3, \tilde{t}_3^3\}$, которые находятся следующим образом. Сначала находится порог $\tilde{t}_2^3$ как решение задачи (5) при $T = 1$: $\tilde{t}_2^3 = \hat{t}_1^1$. Далее находятся пороги $\tilde{t}_1^3$, $\tilde{t}_3^3$ как решения экстремальных задач

$$\hat{H}^2(\tilde{t}_1^3, \tilde{t}_2^3) = \min_{t_1 :\, t_1 < \tilde{t}_2^3} H^2(t_1, \tilde{t}_2^3)\,, \qquad \hat{H}^2(\tilde{t}_2^3, \tilde{t}_3^3) = \min_{t_3 :\, \tilde{t}_2^3 < t_3} H^2(\tilde{t}_2^3, t_3)\,, \tag{6}$$

соответственно. Таким образом, нахождение трех квазиоптимальных порогов предполагает последовательное решений трех одномерных оптимизационных задач, что может быть сделано за приемлемое время порядка нескольких секунд.

Поскольку, как указано выше, добавление порогов может приводить только к уменьшению квазиэнтропии, квазиэнтропия $\tilde{H}^3$ трех квазиоптимальных порогов не превышает оптимальной квазиэнтропии $\hat{H}^1$ одного порога:

$$\tilde{H}^3 = H^3(\tilde{t}_1^3, \tilde{t}_2^3, \tilde{t}_3^3) = H^3(\tilde{t}_1^3, \hat{t}_1^1, \tilde{t}_3^3) \leqslant H^1(\hat{t}_1^1) = \hat{H}^1\,.$$

Кроме того, если выполнено условие $\hat{t}_1^2 \leqslant \hat{t}_1^1 \leqslant \hat{t}_2^2$, т.е. значение оптимального порога при $T = 1$ расположено между значениями оптимальных порогов при $T = 2$, то квазиэнтропия $\tilde{H}^3$ не превышает оптимальной квазиэнтропии $\hat{H}^2$ двух порогов. Действительно,

$$\tilde{H}^3 = H^3(\tilde{t}_1^3, \tilde{t}_2^3, \tilde{t}_3^3) \leqslant H^3(\hat{t}_1^2, \hat{t}_1^1, \hat{t}_2^2) \leqslant H^2(\hat{t}_1^2, \hat{t}_2^2) = \hat{H}^2\,,$$

причем первое неравенство справедливо, поскольку пороги $\tilde{t}_1^3$, $\tilde{t}_3^3$ суть решения экстремальных задач (6), а второе — поскольку при добавлении порогов квазиэнтропия не возрастает. Приводимые в следующем разделе экспериментальные данные показывают, что условие $\hat{t}_1^2 \leqslant \hat{t}_1^1 \leqslant \hat{t}_2^2$ всегда выполняется и использование трех квазиоптимальных порогов всегда обеспечивает выигрыш по сравнению с использованием двух оптимальных. Кроме того, эти же данные показывают, что разность $\tilde{H}^3 - \hat{H}^3$ невелика и использование квазиоптимальных порогов не приводит к заметным издержкам по сравнению с использованием оптимальных порогов. Таким образом, предложенный способ нахождения квазиоптимальных порогов полностью решает основную поставленную задачу, т.е. дает эффективный алгоритм построения множества состояний.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В настоящей работе в качестве исходного материала используются шесть томограмм трех видов тканей: брюшной полости $(1, 2)$, легких $(3, 4)$ и головного мозга $(5, 6)$. Эти же томограммы, предоставленные Отделением лучевой диагностики Клиники пропедевтики внутренних болезней им. В.Х. Василенко (томограф HiSpeed CT/i компании General Electric), были использованы в работах [1], [3].

Значения оптимальных и квазиоптимальных порогов и соответствующие значения квазиэнтропии находились для самих томограмм $\mathbf{X}_i$, $i = 1, \ldots, 6$, и компонент их ДВП $\mathbf{A}_i$, $\mathbf{V}_i$, $\mathbf{H}_i$, $\mathbf{D}_i$ (приближения и вертикальных, горизонтальных и диагональных составляющих, соответственно). Всего, таким образом, в эксперименте участвовало 30 различных изображений. Полученные результаты приведены в Таблице.

Таблица. Экспериментальные данные

	$\hat{t}_1^1$ $\hat{H}^1$	$\hat{t}_1^2,\ \hat{t}_2^2$ $\hat{H}^2$	$\hat{t}_1^3,\ \hat{t}_2^3,\ \hat{t}_3^3$ $\hat{H}^3$	$\tilde{t}_1^3,\ \tilde{t}_2^3,\ \tilde{t}_3^3$ $\tilde{H}^3$	$\hat{H}^2 - \tilde{H}^3$	$\tilde{H}^3 - \hat{H}^3$
$\mathbf{X}_1$	37 4.564031	23, 101 4.507584	15, 37, 114 4.486921	15, 37, 114 4.486921	0.020663	0.000000
$\mathbf{A}_1$	29 4.979876	23, 182 4.880032	20, 73, 271 4.847027	14, 29, 182 4.853077	0.026955	0.006050
$\mathbf{V}_1$	28 4.034217	12, 34 4.010317	9, 21, 42 3.997519	12, 28, 87 3.998197	0.012120	0.000678
$\mathbf{H}_1$	41 4.576809	20, 81 4.523917	11, 30, 115 4.489731	12, 41, 116 4.490816	0.033101	0.001085
$\mathbf{D}_1$	19 4.040295	13, 27 4.018969	13, 26, 52 4.008997	11, 19, 49 4.010081	0.008888	0.001084
$\mathbf{X}_2$	41 4.835185	29, 113 4.790141	16, 37, 117 4.771703	17, 41, 117 4.771758	0.018383	0.000055
$\mathbf{A}_2$	35 5.206538	28, 175 5.124079	23, 85, 312 5.087575	13, 35, 175 5.096258	0.027821	0.008683
$\mathbf{V}_2$	26 4.276930	17, 42 4.242733	13, 30, 69 4.227881	13, 26, 69 4.228058	0.014675	0.000177
$\mathbf{H}_2$	51 4.771809	17, 63 4.725712	17, 51, 150 4.696555	17, 51, 150 4.696555	0.029157	0.000000
$\mathbf{D}_2$	21 4.319881	15, 36 4.292950	11, 21, 43 4.281943	11, 21, 43 4.281943	0.011007	0.000000
$\mathbf{X}_3$	149 6.335030	101, 257 6.309464	87, 175, 468 6.294528	70, 149, 419 6.295014	0.014450	0.000486
$\mathbf{A}_3$	115 6.575176	56, 241 6.491513	51, 193, 584 6.449757	42, 115, 428 6.454966	0.036547	0.005209
$\mathbf{V}_3$	104 6.099596	68, 191 6.064261	58, 148, 335 6.045233	51, 104, 205 6.046978	0.017283	0.001745
$\mathbf{H}_3$	155 6.267844	78, 229 6.223272	61, 155, 318 6.199585	61, 155, 318 6.199585	0.023687	0.000000
$\mathbf{D}_3$	99 6.143912	64, 145 6.119812	61, 117, 233 6.105214	61, 99, 217 6.106998	0.012814	0.001784

В соответствии с описанным в разделе 2 методом универсального кодирования для томограмм $\mathbf{X}_i$ и их приближений $\mathbf{A}_i$ оптимизировалась квазиэнтропия ошибки предсказания, состояния строились с использованием функции σ_1. Для вертикальных $\mathbf{V}_i$, горизонтальных $\mathbf{H}_i$ и диагональных $\mathbf{D}_i$ детальных составляющих оптимизировалась квазиэнтропия их значений, а состояния строились с использованием функции σ_2.

Каждая строка таблицы содержит результаты расчетов для изображения, указанного в первом столбце. Во втором, третьем и четвертом столбцах приведены значения оптимальных порогов и соответствующие значения квазиэнтропии для общего числа порогов $T = 1, 2, 3$. Эти данные взяты из работ [1], [3]. В пятом столбце приведены значения квазиоптимальных порогов и соответствующие значения квазиэнтропии. Наконец, в шестом и седьмом столбцах приведены значения разностей $\hat{H}^2 - \tilde{H}^3$ и $\tilde{H}^3 - \hat{H}^3$.

Таблица (продолжение)

	$\hat{t}_1^1$ $\hat{H}^1$	$\hat{t}_1^2,\ \hat{t}_2^2$ $\hat{H}^2$	$\hat{t}_1^3,\ \hat{t}_2^3,\ \hat{t}_3^3$ $\hat{H}^3$	$\tilde{t}_1^3,\ \tilde{t}_2^3,\ \tilde{t}_3^3$ $\tilde{H}^3$	$\hat{H}^2 - \tilde{H}^3$	$\tilde{H}^3 - \hat{H}^3$
$\mathbf{X}_4$	161 6.250491	87, 270 6.218691	1, 87, 270 6.199943	69, 161, 429 6.204381	0.014310	0.004438
$\mathbf{A}_4$	150 6.535230	62, 276 6.448976	53, 166, 577 6.406838	48, 150, 562 6.408289	0.040687	0.001451
$\mathbf{V}_4$	107 6.020123	68, 203 5.985891	48, 107, 283 5.967160	48, 107, 283 5.967160	0.018731	0.000000
$\mathbf{H}_4$	140 6.179699	78, 230 6.130190	57, 140, 347 6.103864	57, 140, 347 6.103864	0.026326	0.000000
$\mathbf{D}_4$	83 6.047968	69, 147 6.024354	63, 133, 321 6.011689	42, 83, 175 6.012719	0.011635	0.001030
$\mathbf{X}_5$	19 4.381157	1, 21 4.276768	1, 14, 61 4.215797	1, 19, 79 4.219947	0.056821	0.004150
$\mathbf{A}_5$	22 5.060107	12, 92 4.942235	1, 16, 100 4.856658	1, 22, 116 4.863834	0.078401	0.007176
$\mathbf{V}_5$	21 3.944496	13, 39 3.891974	10, 24, 87 3.866175	10, 21, 71 3.867450	0.024524	0.001275
$\mathbf{H}_5$	17 3.674564	11, 32 3.636817	6, 17, 60 3.614506	6, 17, 60 3.614506	0.022311	0.000000
$\mathbf{D}_5$	12 3.112635	8, 17 3.092293	8, 15, 35 3.082019	6, 12, 35 3.082257	0.010036	0.000238
$\mathbf{X}_6$	16 4.023612	12, 44 3.976094	12, 39, 274 3.957160	9, 16, 57 3.959734	0.016360	0.002574
$\mathbf{A}_6$	22 4.746241	16, 87 4.661787	15, 47, 163 4.627884	12, 22, 89 4.640066	0.021721	0.012182
$\mathbf{V}_6$	15 3.729080	11, 39 3.686671	9, 20, 79 3.664356	8, 15, 63 3.666472	0.020199	0.002116
$\mathbf{H}_6$	12 3.507688	10, 26 3.474091	7, 13, 41 3.458590	7, 12, 41 3.458997	0.015094	0.000407
$\mathbf{D}_6$	8 2.884031	5, 10 2.865786	5, 8, 20 2.855021	5, 8, 20 2.855021	0.010765	0.000000

Анализ приведенных данных позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, в полном соответствии с утверждениями раздела 3, условие $\hat{t}_1^2 \leqslant \hat{t}_1^1 \leqslant \hat{t}_2^2$ всегда выполняется, и $\tilde{H}^3 < \hat{H}^2$, т.е. использование трех квазиоптимальных порогов всегда обеспечивает выигрыш по сравнению с использованием двух оптимальных. Во-вторых, величина отношения $(\tilde{H}^3 - \hat{H}^3)/\hat{H}^3$ не превышает 0.0027 (наихудшая ситуация отвечает изображению $\mathbf{A}_6$), и, следовательно, использование квазиоптимальных порогов не приводит к заметным издержкам по сравнению с использованием трех оптимальных порогов. Более того, в 8 случаях из 30 квазиоптимальные пороги совпадают с оптимальными порогами (при этом $(\tilde{H}^3 - \hat{H}^3) = 0$), а еще в 13 случаях разность $(\tilde{H}^3 - \hat{H}^3)$ не превышает 0.0005. Наконец, выигрыш, достигаемый при переходе от двух оптимальных порогов к трем квазиоптимальным, существенно превышает выигрыш, которого можно достичь при переходе от трех квазиоптимальных порогов к трем оптимальным.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работах [1], [3] были предложены различные модификации метода обратимого сжатия изображений, ориентированные на сжатие томографических данных. Проведенные в этих работах исследования продемонстрировали потенциальную эффективность метода в задаче сжатия компьютерных томограмм: при использовании оптимальных параметров алгоритм обеспечивал высокий коэффициент сжатия. Вместе с тем, вопросы о нахождении оптимальных параметров, к числу которых относятся, во-первых, значения порогов для построения множества состояний источника и, во-вторых, параметры аппроксимирующих функций (см. раздел 2), оставались открытыми. Действительно, в упомянутых работах оптимальные параметры находились в результате прямого перебора, что требует большого времени счета, а потому неприменимо в случае реальных алгоритмов сжатия. Данная работа ликвидирует указанный пробел в части нахождения порогов для состояний. Именно, в работе предложен эффективный алгоритм нахождения квазиоптимальных порогов, реализация которого не требует больших временны́х затрат, а степень сжатия, которая достигается при использовании этих порогов, практически не отличается от степени сжатия, обеспечиваемой использованием оптимальных порогов. Разработка эффективного алгоритма нахождения оптимальных параметров аппроксимирующих функций — тема отдельного исследования.

Автор выражает благодарность Ю. М. Штарькову за полезные обсуждения предмета работы и полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Д. В. Сушко, Ю. М. Штарьков. О сжатии томографических данных. *Информационные процессы*, 2008, т. 8, № 4, стр. 240–255.

2. I. H. Witten, R. M. Neal, and J. G. Cleary. Arithmetic Coding for Data Compression. *Commun. of the ACM*, 1987, vol. 30, no. 6, pp. 520–540.

3. Д. В. Сушко, Ю. М. Штарьков. Вейвлет-преобразования и сжатие компьютерных томограмм. *Информационные процессы*, 2009, т. 9, № 2, стр. 105–111.

4. Р. Гонсалес, Р. Вудс. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005.

5. D. Le Gall and A. Tabatabai. Sub-band Coding of Digital Images Using Symmetric Short Kernel Filters and Arithmetic Coding Techniques. *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust. Signal Speech Process*, New York, 1988, pp. 761–765.