

Обнаружение вызванных потенциалов с использованием стохастической теории фильтрации¹

Ф.Н. Григорьев, Н.А. Кузнецов

*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова, Российская академия наук,
Москва, Россия*
e-mail: grigor@cplire.ru, kuznetsov@cplire.ru

Поступила в редколлегию 6.06.2013

Аннотация—Для обнаружения вызванных потенциалов (ВП) в сигналах электроэнцефалограмм (ЭЭГ) построена математическая модель ЭЭГ без ВП, синтезированы уравнения стохастической фильтрации. На основе анализа обновляющихся последовательностей сформулирован критерий обнаружения ВП. Разработан и исследован алгоритм обнаружения ВП. Проведено моделирование, подтверждающее его работоспособность.

Ключевые слова: вызванные потенциалы, электроэнцефалография, корреляционные функции, моделирование, фильтрация стохастических процессов

1. ВВЕДЕНИЕ

Метод вызванных потенциалов (ВП) используется, преимущественно, в медицине для объективного тестирования сенсорных систем, изучения состояния проводящих путей мозга, получения данных о локализации органических церебральных поражений, а также в близких дисциплинах – нейролингвистике, психологических исследованиях восприятия, распознавания образов, уровней функциональной активности мозга [1–6].

ВП генерируется несколькими типами активности с различными временными и, возможно, пространственными характеристиками. В итоге образуется ВП сложной волновой конфигурации.

Разнообразие сфер возможного применения ВП, сложность их надежного обнаружения и последующей расшифровки энцефалограмм требуют использования комплекса методов анализа, в том числе математических. Более детально трудности и особенности выявления ВП в записях ЭЭГ описаны в [1, 2].

Ранее нами была решена задача обнаружения ВП с помощью критерия Неймана–Пирсона [1]. В данной работе рассматривается метод обнаружения ВП с использованием стохастической теории фильтрации.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При постановке задачи учитывались следующие факты. Многолетние исследования позволили получить надежные данные для конкретных ВП как по продолжительности во времени, так и по изменению величины сигнала в течение эпохи анализа. Врач, наблюдая реализацию случайного процесса, которая может представлять как сумму сигналов ВП на фоне помехи в виде сигнала ЭЭГ, так и только сигнал ЭЭГ без ВП, на основании заранее выработанного правила должен вынести решение о наличии или отсутствии сигнала ВП в данной реализации.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 13-01-00885.

Очевидно, что подобные задачи обнаружения сигнала на фоне помех относятся к классу задач проверки статистических гипотез.

Обозначим через $x(t)$ реализацию случайного процесса $X(t)$, наблюдаемую на временном отрезке эпохи анализа $[0, T]$. Выдвигается гипотеза H_0 о том, что $x(t) = \xi(t)$ – случайная помеха, а именно, сигнал ЭЭГ без ВП против альтернативной гипотезы H_1 , что $x(t) = \xi(t) + s(t)$, где $s(t)$ – полезный сигнал ВП. $s(t)$ предполагается детерминированным.

Наблюдения реализации $x(t)$ производятся в дискретные моменты времени с шагом временной дискретизации $\Delta t = h$. Эпоха анализа содержит n измерений, что соответствует T с реального времени. В этом случае наблюдение можно представить выборкой заданного размера

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_n), \quad x_i = x(t_i), \quad \vec{x} \in X^n, \quad t_i \in [0, T], \quad i = \overline{1, n}.$$

На основании определенного правила необходимо принять решение γ_1 о наличии ВП (гипотезу H_1) или решение γ_0 об отсутствии ВП (гипотезу H_0).

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЭЭГ БЕЗ ВП

Проведенные исследования показали, что в качестве математической модели процесса ЭЭГ с достаточной степенью адекватности для решения ряда практических задач может быть принят стохастический процесс

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) + y_4(t), \quad (1)$$

представляющий сумму трех стохастических установившихся решений следующей системы стохастических дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} dy_1(t) &= -ay_1(t) \times dt + a\sqrt{q_1} \times dw_1(t), \\ dy_2(t) &= y_3(t) \times dt, \\ dy_3(t) &= -\omega_1^2 y_2(t) \times dt - 2\xi_1 \omega_1 y_3(t) \times dt + \omega_1^2 \sqrt{q_2} \times dw_2(t), \\ dy_4(t) &= y_5(t) \times dt, \\ dy_5(t) &= -\omega_2^2 y_4(t) \times dt - 2\xi_2 \omega_2 y_5(t) \times dt + \omega_2^2 \sqrt{q_3} \times dw_3(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $w_1(t), w_2(t), w_3(t)$ – независимые стандартные винеровские процессы. Начальным условием системы (2) является гауссовский вектор $Y(0) = (y_1(0), y_2(0), \dots, y_5(0))^T$ с независимыми компонентами, не зависящими также и от $w_1(t), w_2(t), w_3(t)$. Параметры системы (2) $a, q_1, \xi_1, a, q_2, \xi_2, \omega_1, q_3$ – постоянные положительные числа.

Из независимости $w_1(t), w_2(t), w_3(t)$ и начальных условий системы (2) следует независимость случайных процессов $y_1(t), y_2(t), y_4(t)$. В этом случае автокорреляционная функция установившегося процесса (1) имеет вид [7]

$$\begin{aligned} C(\tau) &= \frac{1}{2} q_1 a e^{-a|\tau|} + \frac{\omega_1 q_2 e^{-\xi_1 \omega_1 |\tau|}}{4\xi_1} \left[\cos \beta_1 |\tau| + \frac{\xi_1 \omega_1}{\beta_1} \sin \beta_1 |\tau| \right] \\ &+ \frac{\omega_2 q_3 e^{-\xi_2 \omega_2 |\tau|}}{4\xi_2} \left[\cos \beta_2 |\tau| + \frac{\xi_2 \omega_2}{\beta_2} \sin \beta_2 |\tau| \right], \end{aligned} \quad (3)$$

где $\beta_1 = \omega_1 \sqrt{1 - \xi_1^2}, \beta_2 = \omega_2 \sqrt{1 - \xi_2^2}$.

В систему (2) и в выражение автокорреляционной функции (3) входят восемь неизвестных параметров $a, q_1, \xi_1, \omega_1, q_2, \xi_2, \omega_2, q_3$. Для получения оценок этих параметров по записи ЭЭГ строится последовательный набор значений корреляционной функции

$$C^*(i \times h), \quad i = 0, 1, 2, \dots, N,$$

где h – шаг временной дискретизации записи ЭЭГ.

Далее, минимизируя по перечисленным выше параметрам сумму квадратов разностей значений корреляционной функции ЭЭГ и значений автокорреляционной функции процесса (1), полученных из выражения (3) для соответствующих значений аргумента $\tau = i \times h$,

$$\min_{a, \dots, q_3} \sum_{i=0}^N (C^*(i \times h) - C(i \times h))^2, \quad (4)$$

находим оценки параметров для системы (2).

Измерения процесса $x(t)$ и запись значений ЭЭГ производятся в дискретные моменты времени. Поэтому для системы (2) с полученными оценками входящих в нее параметров запишется дискретный аналог в векторном виде

$$\tilde{Y}_{n+1} = \tilde{a}(h)\tilde{Y}_n \times h + \tilde{b}(h)\Delta w_{n+1}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad \tilde{Y}_0 = Y(0), \quad (5)$$

где $\tilde{a}(h) = e^{\tilde{a} \times h}$, $\tilde{b}(h)\tilde{b}^T(h) = e^{\tilde{a} \times h} \left\{ \frac{1}{h} \int_0^h e^{-\tilde{a}s} b \times b^T (e^{-\tilde{a}s})^T \times ds \right\} (e^{\tilde{a}h})^T$,

$$\tilde{a} = \begin{pmatrix} -\hat{a} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\hat{\omega}_1^2 & -2\hat{\xi}_1\hat{\omega}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\hat{\omega}_2^2 & -2\hat{\xi}_2\hat{\omega}_2 \end{pmatrix} : b = \begin{pmatrix} \hat{a}\sqrt{\hat{q}_1} \\ 0 \\ \hat{\omega}_1^2\sqrt{\hat{q}_2} \\ 0 \\ \hat{\omega}_2^2\sqrt{\hat{q}_3} \end{pmatrix},$$

$\hat{a}, \hat{q}_1, \hat{\xi}_1, \hat{\omega}_1, \hat{q}_2, \hat{\xi}_2, \hat{\omega}_2, \hat{q}_3$ – оценки соответствующих параметров, полученные при минимизации (4).

4. ОЦЕНИВАНИЕ КООРДИНАТ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЭГ (ЗАДАЧА ФИЛЬТРАЦИИ)

В соответствии с математической моделью ЭЭГ (5) запишем математическую модель измерений в виде

$$x_n = Z_n = H\tilde{Y}_n + B\nu_n, \quad n = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где $H = (1; 1; 0; 1; 0)$ – матрица-строка, ν_n – независимая нормированная гауссовская последовательность, не зависящая от Δw_i и \tilde{Y}_0 , B – постоянная величина.

Из (5) и (6) следует, что оценки координат вектора состояния математической модели ЭЭГ удовлетворяют соотношениям [7]

$$\hat{Y}_i = \bar{Y}_i + K_i (Z_i - H \times \bar{Y}_i), \quad i = 0, \dots, l, \quad l \leq N, \quad (7)$$

$$\bar{Y}_{i+1} = \tilde{a}(h) \times \bar{Y}_i, \quad \bar{Y}_0 - \text{задано}, \quad (8)$$

$$K_i = P_i \times H^T B^{-2}, \quad (9)$$

$$P_i = M_i - M_i \times H^T (H M_i H^T + B^2)^{-1} H M_i, \quad (10)$$

$$M_{i+1} = \tilde{a}(h) P_i \tilde{a}^T(h) + \tilde{b}(h) \times \tilde{b}^T(h). \quad (11)$$

Обновляющая последовательность

$$Z_i - H\bar{Y}_i, \quad i = 0, \dots, l, \quad (12)$$

будет использована ниже для построения алгоритма обнаружения ВП.

5. КРИТЕРИЙ ОБНАРУЖЕНИЯ ВП

По записи ЭЭГ без ВП описанным выше способом строится дискретная математическая модель ЭЭГ для данного пациента. Решается задача оценивания вектора состояния математической модели ЭЭГ (задача фильтрации).

После окончания переходных процессов в решении задачи фильтрации, т.е. когда вектор коэффициентов (9) принимает значения, близкие к постоянному вектору, производится суммирование значений модулей элементов обновляющей последовательности (12). Суммирование производится на временном отрезке, равном продолжительности нескольких эпох анализа.

Оно повторяется несколько раз на последовательных участках ЭЭГ с целью получения оценок математических ожиданий и среднеквадратических отклонений сумм для различных по продолжительности отрезков.

Учитывая большое количество элементов обновляющей последовательности, входящих в рассматриваемые суммы их модулей, на основе центральной предельной теоремы [8] будем считать, что указанные суммы имеют гауссовские распределения.

Для получения аналогичного результата, когда в модель измерений (6) добавляется ВП, описанная выше процедура отличается лишь тем, что после каждого суммирования значений модулей элементов обновляющей последовательности в течение эпохи анализа необходимо решать задачу фильтрации на некотором временном отрезке без ВП с целью ликвидации систематической погрешности в элементах обновляющей последовательности к началу очередной эпохи анализа.

За счет систематической погрешности в элементах обновляющей последовательности при наличии ВП, математическое ожидание сумм модулей элементов будет больше по сравнению с той же величиной в отсутствии ВП.

Оценки же среднеквадратических отклонений позволяют определять значения порогов для различного количества суммирований эпох анализа и ошибок первого рода принятия статистических гипотез. Таким образом, получается следующий **критерий**:

если сумма модулей элементов на выбранном числе суммирований эпох анализа получается меньше “пороговой”, то ВП отсутствует. В противном случае фиксируется наличие ВП в записанном сигнале.

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ

В качестве конкретного примера, иллюстрирующего полученные результаты, приведены результаты моделирования зрительных ВП здорового человека в ответ на вспышку света при бинокулярной стимуляции. В качестве активного использовался электрод 02 согласно международной схеме 10–20%, а в качестве референтного – ушной электрод А2. Шаг временной дискретизации сигнала составлял $\Delta t = 10$ мс.

На рис. 1 представлены значения ВП (mkV) в пятидесяти моментах времени, составивших эпоху анализа.

Для сравнения на рис. 2 представлен один из отрезков ЭЭГ (mkV) без наложения ВП. Очевидно, что сколь-либо надежно выявить ВП без дополнительной обработки исходных данных невозможно даже опытному врачу-практику.

На рис.3 представлены корреляционная функция ЭЭГ – сплошная линия, и отдельные значения автокорреляционной функции (3) – точки, при следующих значениях параметров $a = 8.6623$, $q_1 = 6.4120$, $\xi_1 = 0.0112$, $\omega_1 = 65.1847$, $q_2 = 0.0148$, $\xi_2 = 0.0417$, $\omega_2 = 59.8533$, $q_3 = 0.1182$.

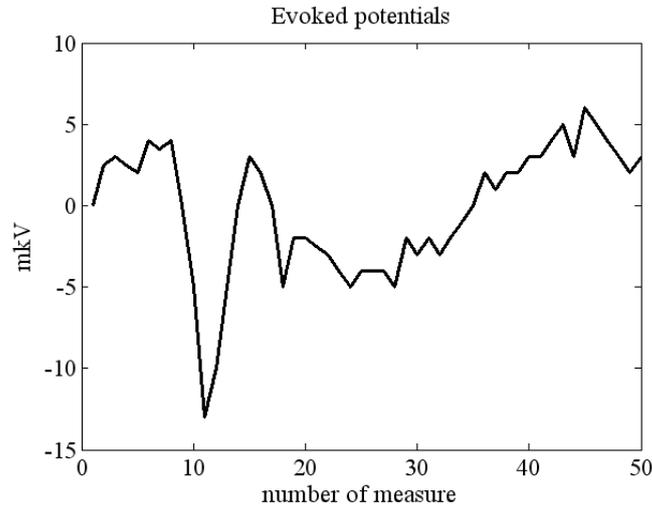


Рис. 1. Значения зрительных ВП, mkV, в пятидесяти моментах времени эпохи анализа.

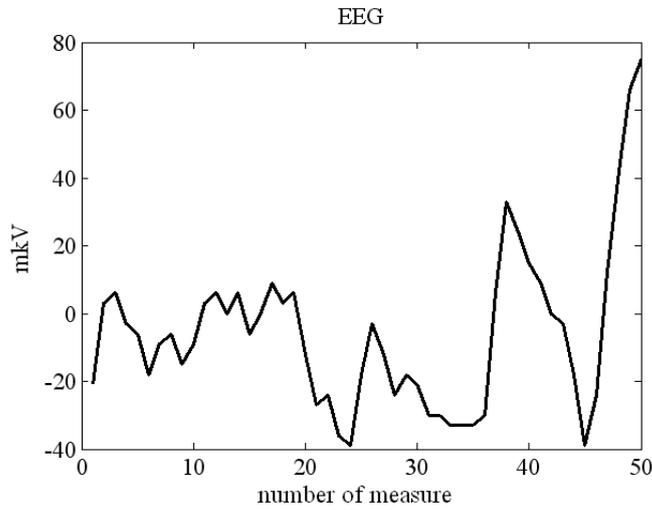


Рис. 2. Значения ЭЭГ, mkV, в пятидесяти моментах времени без наложения зрительных ВП.

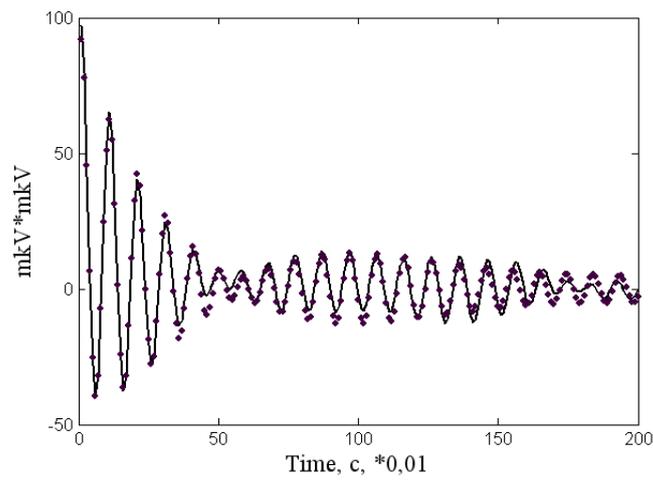


Рис. 3. Корреляционная функция ЭЭГ (—), автокорреляционная функция (3) – (●●●).

Как видно из графиков, автокорреляционная функция (3) хорошо приближается к корреляционной функции ЭЭГ.

Продолжительность переходного процесса фильтрации иллюстрируется графиками временных изменений коэффициентов фильтра (9) и графиками условных дисперсий (10), рис. 4–5.

Как явствует из графиков время переходного процесса можно принять равным 0.4с.

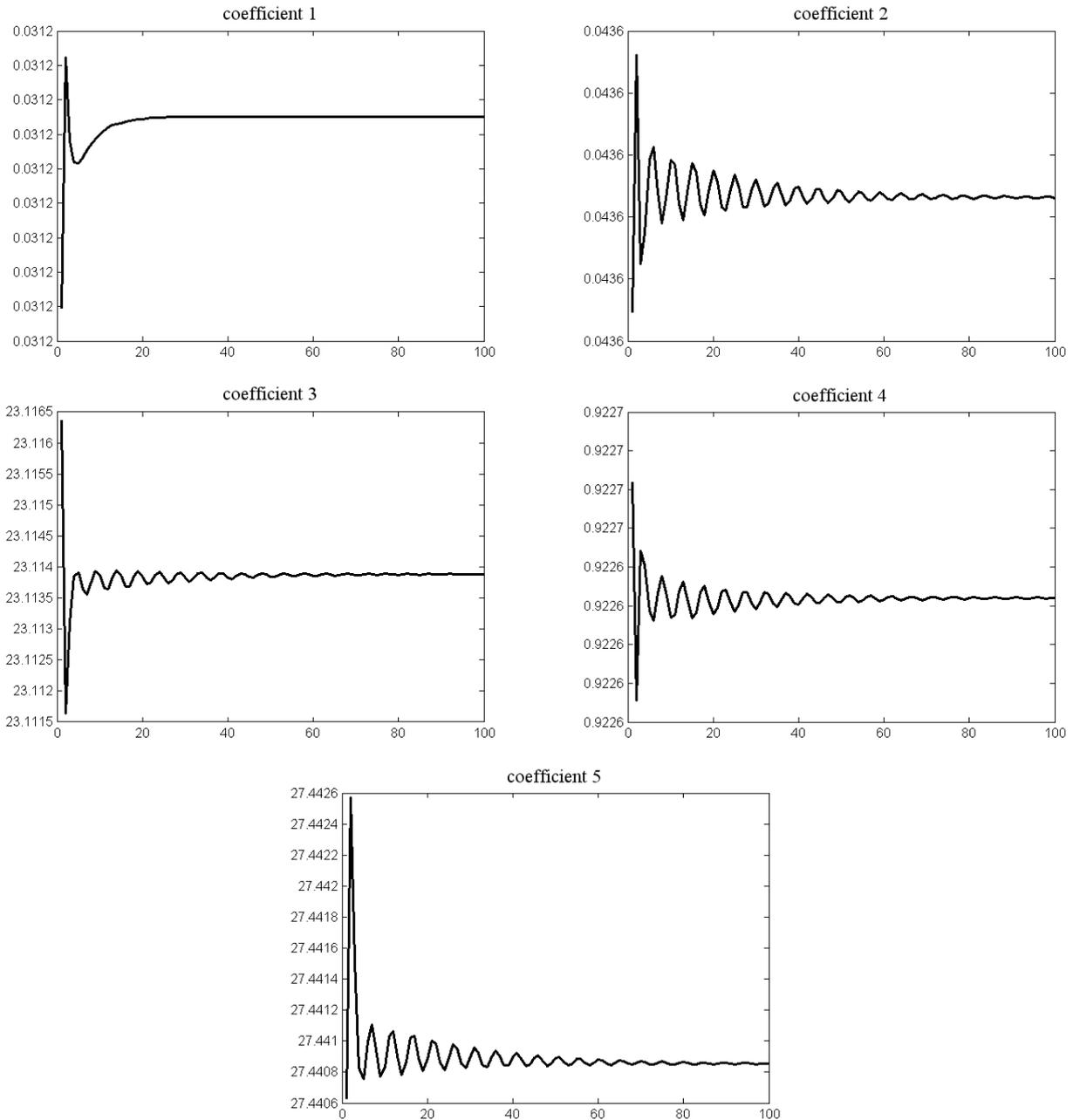


Рис. 4. Временные изменения коэффициентов фильтра.

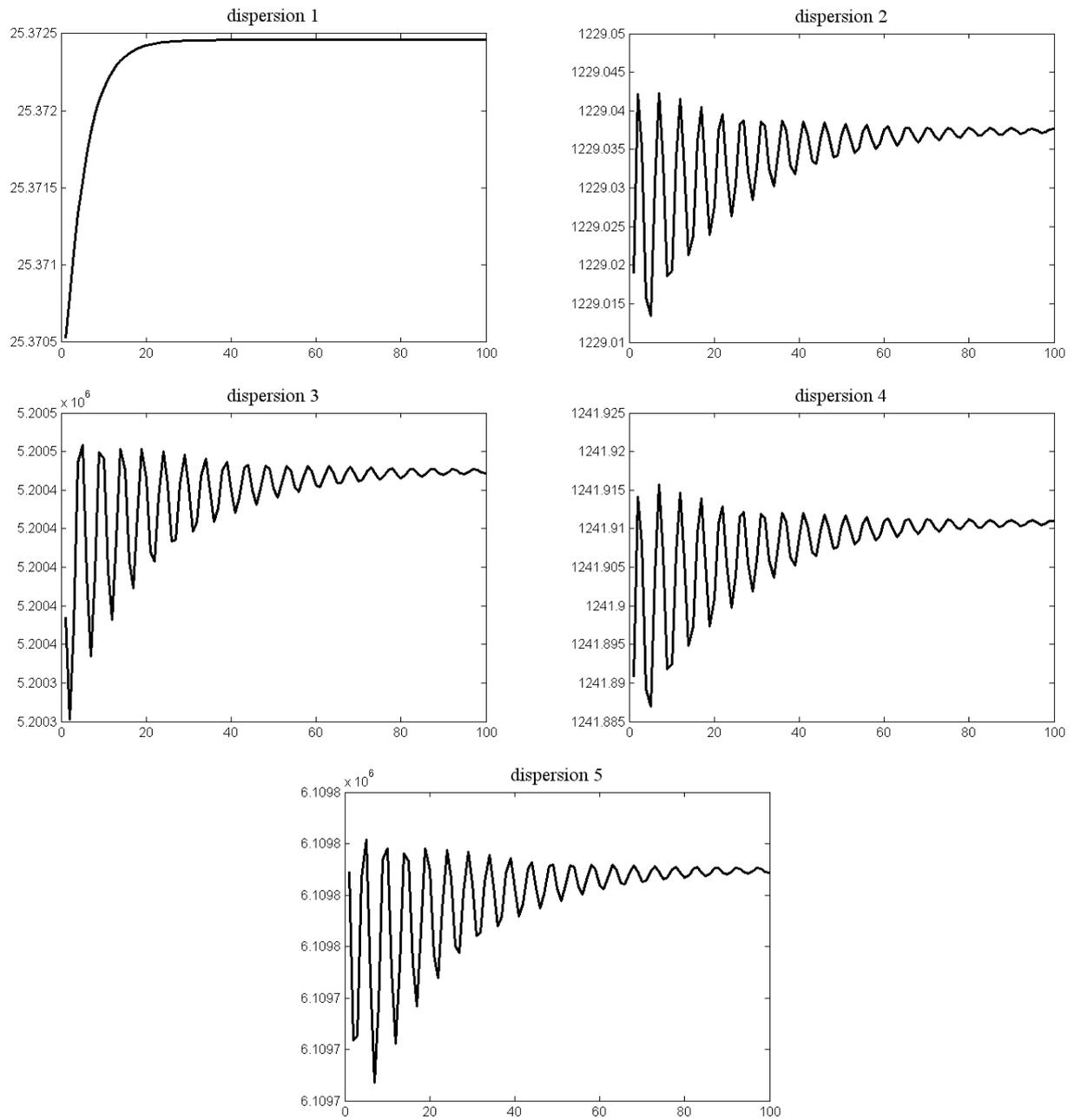


Рис. 5. Условные дисперсии элементов вектора состояния математической модели ЭЭГ.

На рис. 6 представлены графики изменения оценок математических ожиданий сумм значений модулей элементов обновляющей последовательности: при наличии и отсутствии ВП, расположенных, соответственно, выше и ниже порогового значения ВП.

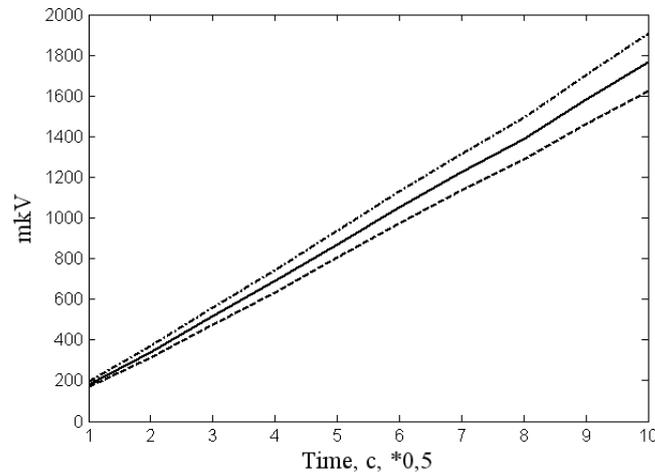


Рис. 6. Графики изменения оценок математических ожиданий сумм значений модулей элементов обновляющей последовательности: наличие ВП (---), отсутствие ВП (---), пороговый график (—).

Если при обследовании пациента сумма значений модулей элементов обновляющей последовательности меньше значения порога, то принимается решение об отсутствии ВП в анализируемом сигнале. В ином случае принимается решение, что ВП присутствует.

Верхний график описывается уравнением прямой $m_1 = 191 \times k$, нижний график — $m_2 = 162 \times k$, а средний, пороговый график — $m = 176.5 \times k$. Здесь и далее k — количество эпох анализа в данном эксперименте.

Полученные данные демонстрируют удовлетворительное разделение математических ожиданий сумм с ВП и без него пороговым значением. Следует отметить, что с увеличением количества эпох анализа разделение существенно улучшается.

Для среднеквадратических отклонений сумм значений модулей элементов обновляющей последовательности при моделировании получены следующие оценки — $\sigma_1 = 43 \times \sqrt{k}$ при отсутствии ВП, и $\sigma_2 = 33 \times \sqrt{k}$ при наличии ВП.

Вероятность ошибки первого рода $\alpha \leq 0.05$ соответствует условию

$$m - m_2 = 176.5 \times k - 162 \times k = 14.5 \times k \geq u_{1-\alpha} \times \sigma_1 = 1.65 \times 43 \times \sqrt{k},$$

где $u_{1-\alpha}$ — квантиль нормального распределения порядка $1 - \alpha$. Неравенство справедливо при наименьшем значении $k = 24$.

В этом случае вероятность ошибки второго рода β определяется из соотношения

$$m_1 - m = 191 \times k - 176.5 \times k = 14.5 \times k = 14.5 \times 24 = \sigma_2 \times u_{1-\beta} = 33\sqrt{24} \times u_{1-\beta},$$

что соответствует $\beta = 0.016$.

Таким образом, в рассматриваемом примере при обследовании пациентов необходимо выполнить 24 эпохи анализа для надежного определения наличия ВП, т.е. лишь в 1.6% случаев принимается решение, что ВП отсутствует, в то время как он есть.

Из представленных данных видно, что рассмотренный критерий может быть успешно использован для разделения ЭЭГ с ВП и ЭЭГ без ВП.

7. ВЫВОДЫ

Для обнаружения вызванных потенциалов в сигналах ЭЭГ предложено использовать критерий, основанный на фильтрации стохастических последовательностей.

Показано, что для обнаружения вызванных потенциалов в сигналах ЭЭГ требуется 20–25 суммированных выборок из ЭЭГ, что существенно меньше обычно используемых 50–100, но выше определенных нами с использованием метода Неймана – Пирсона – 3–5 [1].

Синтезирован алгоритм обнаружения вызванных потенциалов на фоне сильных шумов.

Проведено моделирование, подтверждающее на конкретных примерах надежное обнаружение вызванных потенциалов с помощью синтезированного алгоритма.

Разработанный метод выявления вызванных потенциалов может успешно применяться практикующими специалистами в клиниках.

Оценки вектора состояния математической модели ЭЭГ могут быть успешно использованы при диагностике разнообразных заболеваний центральной нервной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев Ф.Н., Кузнецов Н.А. Статистический критерий обнаружения вызванных потенциалов. // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2013, №3. // [Электронный ресурс] URL: <http://jre.cplire.ru>.
2. Нейрофизиологические исследования в клинике. Ред. Щекутъев Г.А. М.: Антидор, 2001.
3. Иванов-Муромский К.А., Заславский С.Я. Применение ЭВМ для анализа электрограмм мозга. Киев: Наукова Думка, 1968.
4. Гнездицкий В.В. Обратная задача ЭЭГ и клиническая электроэнцефалография (картирование и локализация источников электрической активности мозга). – М.: МЕДпресс-информ, 2004.
5. И. А. Секерина Метод вызванных потенциалов мозга в американской психолингвистике и его использование при решении проблемы порядка слов в русском языке. Труды международной конференции Диалог'2002 "Компьютерная лингвистика и интеллектуальные технологии". М.: Наука, 2002, <http://www.dialog-21.ru/digest/archive/2002/>.
6. Кандель Э. В поисках памяти. Возникновение новой науки о человеческой психике. М.: Астрель: Согрус, 2012.
7. Брайсон А., Хо Ю-Ши Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972.
8. Крамер Г. Математические методы статистики. М.-Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2003.

Detection of Evoked Potentials Using the Stochastic Theory of Filtration**F.N. Grigoriev, N.A. Kuznetsov***Kotel'nikov Institute of Radio-engineering and Electronics of RAS, Moscow, Russia*

Mathematical model of the EEG without evoked potentials (EP) was synthesized, stochastic filtering equation for the detection of EP in the electroencephalogram (EEG) have been discharged. The EP detection criterion was formulated on the basis of the analysis of innovation processes. The EP detection algorithm was developed and investigated. The simulation confirms its performance was conducted.

KEYWORDS: evoked potentials, electroencephalography, correlation functions, modeling, filtering of stochastic processes.