Информационные процессы, Том 13, № 4, 2013, стр. 338–352.
© 2013 Амелин, Миллер.

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Алгоритм уточнения местонахождения легкого БПЛА на основе калмановской фильтрации измерений пеленгационного типа.[1]

К.С. Амелин*, А.Б. Миллер**

** Санкт-Петербургский государственный университет, Россия*

*** Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия*

Поступила в редколлегию 25.11.2013

Аннотация—В работе рассматривается задача определения координат легкого БПЛА по пеленгационным измерениям на наблюдаемый объект с известными координатами. Такой тип задач присутствует при выполнении БПЛА разведывательной миссии, в рамках которой применение активных средств измерения невозможно. Для уточнения собственных координат БПЛА используется привязка к наземным ориентирам - сети радиолокационных вышек, пеленгующих положение БПЛА и сообщающих ему пеленг на определенной заранее фиксированной частоте. В рамках данной работы рассмотрен двумерный случай, т.е. плоское движение БПЛА на постоянной высоте.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: БПЛА, пеленгационные измерения, калмановская фильтрация, управление.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время, беспилотные летательные аппараты (БПЛА) находят широкое применение как для решения военных задач, так и в гражданских целях. Например, БПЛА используются в задачах картографирования, патрулирования заданных зон, контроля за лесными хозяйствами, задачах по противодействию браконьерам и многих других. Независимо от области применения, полномасштабное выполнение миссий БПЛА может включать такие подзадачи как обнаружение, локализация и идентификация целей, сопровождение и целеуказание. Обычно они выполняются с помощью комплекса активных и пассивных средств наблюдения: сверхточной инерциальной системой, приемниками ГЛОНАСС/GPS с возможностью получения поправок от наземной станции, детекторов излучения, оптических и инфракрасных камер, дальномеров и т.п. Полный комплекс оборудования как правило ставится на средние (от 50 кг до 500 кг) и тяжелые БПЛА (свыше 500 кг), которые имеют большую стоимость и не доступны для гражданского применения. В связи с активным наращиванием производительности микропроцессоров, уменьшением размеров электронных компонент и ростом их доступности, все чаще применяют легкие БПЛА (до 50 кг весом). Небольшой вес и небольшая стоимость таких БПЛА с одной стороны залог доступности таких технологий, а с другой стороны не позволяют устанавливать сверх точное оборудования инерциальной системы для позиционирования в пространстве. Активные средства наблюдения (лазерные дальномеры, детекторы излучений и т.п.) на легких БПЛА также не применяются, т.к. они не обладают достаточной грузоподъемностью и энерговооруженностью. Ввиду отсутствия прямых измерений дальности до цели, возникает задача определения ее координат только на основе угловых измерений

[1] Работа выполнена при поддержке грантов Российского фонда фундаментальных исследований № 13-01-90705 и № 13-07-00250-а.

(пеленгации). Следующим этапом является привязка координат цели к карте местности, для чего необходимо точное определение положения самого БПЛА и в целом реализация метода одновременной локализации и картографирования (SLAM от англ. Simultaneous Location and Mapping), выполняемого в условиях автономной миссии одним или несколькими БПЛА. Задача локализации цели по пеленгационным измерениям является первым этапом разработки алгоритма управления БПЛА, осуществляющим миссию пассивной разведки над районом сосредоточения предполагаемых целей. Предварительно положение целей предполагаются неизвестными. Целью миссии является наиболее точное определение координат целей. В качестве целей рассматриваются изображения неподвижных объектов с известными или неизвестными координатами. Впервые решение задачи определения координат неподвижных источников радиоизлучения по наблюдаемым углам на него с помощью методов математической статистики было представлено в 1947 году. На сегодняшний день данная задача подробно исследована в отечественной и зарубежной литературе применительно к различным системам воздушного и морского базирования [1], [2], [3], [4]. Известен целый ряд алгоритмов, используемых для локализации целей по пеленгу. Наиболее распространенный алгоритм использует расширенный фильтр Калмана (extended Kalman filter) или даже набор таких фильтров, соответствующих различным диапазонам дальности [5]. Применение специального рандомизированного тестового сигнала во входном канале дает возможность определить параметры объекта управления, когда рассматривается модель объекта с почти произвольными аддитивными помехами. Процедура, предложенная в [6,7], работает для любых помех и не требует априорных знаний об их характеристиках. Помехи могут быть не случайными, либо типа белого или коррелированного шума с нулевым средним или со смещением, отношение сигнал/шум может быть высоким или низким. Восстановление неизвестных значений параметров обеспечивается свойствами рандомизированных тестовых сигналов, которые добавляются в контуре управления к собственным сигналам адаптивного управления, поступающим от обратной связи. Такой подход был предложен А. А. Фельдбаумом в своей концепции дуального управления [8]. Пример применения такого подхода к управлению легкого БПЛА описан в [9]. Возможно использование Байесовского подхода [10], метода Монте-Карло (particle filter) и наиболее простого в реализации калмановского фильтра, использующего метод псевдоизмерений (pseudomeasurements) [11], [12]. Последний метод оценивания сводится к рекуррентному решению системы линейных уравнений с шумами, зависящими от оцениваемых координат. Эта задача может быть приведена к задаче линейной калмановской фильтрации, решение которой дает несмещенные оценки координат целей и значения их ковариационной матрицы, которые пересчитываются рекуррентно аналогично стандартному фильтру Калмана. Наличие текущих оценок матрицы ковариаций позволяет сформулировать задачу планирования траектории БПЛА, обеспечивающей минимизацию ошибок оценивания координат в условиях ограниченных полетных ресурсов.

В последнее время, начинают активно развиваться системы управления группой роботов и в том числе БПЛА [13,14,15,16,17,18,19,20,21,22]. Использование группы БПЛА открывает новые перспективы, т.к. одновременное наблюдение идентичных целей несколькими разнесенными в пространстве датчиками создает необходимую триангуляционную базу, что значительно повышает точность оценивания по угловым измерениям. Для возможности обмена информацией в воздухе в автономном режиме возможно применения алгоритма перераспределения заданий и специализированные протоколы общения между БПЛА [22, 23, 24, 25] Кроме того, допустимо использование прямых измерений собственных координат с помощью использования средств позиционирования типа GPS, которые, как правило, используются достаточно редко и вносят собственные погрешности, обладающие значительным смещением.

В данной работе рассматривается, схожая с описанной выше, задача определения координат легкого БПЛА по пеленгационным измерениям на наблюдаемый объект с известными координатам. Такая задача может формироваться, например, при выполнении БПЛА разве-

дывательной миссии, в рамках которой применение активных средств измерения невозможно. Для уточнения собственный координат БПЛА необходима привязка к каким-либо наземным ориентирам. Это может быть сеть радиолокационных вышек, пеленгующих положение БПЛА и сообщающих ему пеленг на определенной заранее фиксированной частоте, либо набор характерных элементов ландшафта с точно известными координатами, которые БПЛА распознает и определяет углы на элемент, относительно своего положения в пространстве. В обоих вариантах возможность позиционирование БПЛА сводится к задаче восстановления координат по пеленгационным измерениям. В данной работе для её решения развит метод псевдоизмерений на задачу "наблюдения - управления".

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу пеленгационной фильтрации, целью которой является определение координат летящего легкого БПЛА. В зависимости от установленного оборудования на земле и на БПЛА данный для решение поставленной задачи можно использовать либо данные с сети вышек, установленных на исследуемой территории, либо данные с бортового фоторегистратора и заранее записанными на борт БПЛА данными о местности. Опишем основные предположения для постановки задачи по используемой информации:

1. На территории с заданными размерами устанавливается сеть вышек. Точно определены координаты каждой вышки. На каждой вышке установлен модуль радиосвязи, который работает на частоте 2.4 Ггц. К каждому модулю привязано уникальное имя. В памяти микрокомпьютера БПЛА содержится список уникальных имен вышек и их координаты. На БПЛА также установлен модуль радиосвязи с направленной антенной, с помощью которой реализуется запрос на измерение пеленга и получаются данные со стороны вышки. Как только БПЛА входит в зону покрытия радиосвязи одной или нескольких вышек, микрокомпьютер отправляет данные со своей инерциальной системы, в которые входят скорость движения относительно земли, оценки текущих координат, оценки матриц ковариации. На вышке происходит пеленг направления откуда появился сигнал от БПЛА, рассчитываются уточненные координаты БПЛА и отправляются на микрокомпьютер БПЛА.
2. *Замечание 1.* Аналогично БПЛА может самостоятельно производить обработку данных только на основе пеленга.В этом случае дополнительно на БПЛА может быть установлена камера, привязанная к углам его инерциальной системы. Например, камера устанавливается так, что когда она смотрит вертикально вниз (под углом 90 градусов к Земле), углы БПЛА по инерциальной системе показывают значения около нуля. Т.к. началом координат кадра мы считаем центр изображения, то по положению изображений в кадре можно определить угловое положение точек кадра, представляющих интерес с точки зрения определения ориентации. Установка камеры, даже если она фиксирована внутри БПЛА позволяет осуществлять дополнительные измерения. Если ось камеры направлена по местной вертикали, то результаты измерений можно использовать для определения абсолютной скорости, так как знание текущей высоты полета и скорости сдвига изображение позволяет определить скорость движение аппарата относительно подстилающей поверхности. Если, например, ось камеры совпадает с осью аппарата, и имеется программное обеспечение, идентифицирующее объекты с известными координатами, то положение этих объектов в поле зрения камеры, вместе с углами ориентации аппарата можно использовать для определения и уточнения координат самого аппарата. Наконец, если камера помещается в двухосевом подвесе и стабилизирована в пространстве, то она может работать как многофункциональное измерительное средство так же для измерения скоростей подвижных наземных объектов.

   Следующие предположения общие для двух случаев:

3. Инерциальная система легкого БПЛА содержит:
   - 3-х осный гироскоп, измеряющий углы относительно Земли - рыскание (курс), тангаж и крен;
   - 3-х осный акселерометр, измеряющий ускорения вращения относительно каждой оси;
   - магнитометр, измеряющий азимут движения БПЛА;
   - барометр - датчик давления, измеряющий высоту;
4. Измерение азимута означает, что БПЛА знает угол θ между направлением своей скорости и осью OX. На данном этапе собственную скорость БПЛА V полагаем известной и постоянной. Дополнительно считаем, что высота полета постоянная, т.е. движение БПЛА осуществляется в одной плоскости параллельной плоскости $y0x$.

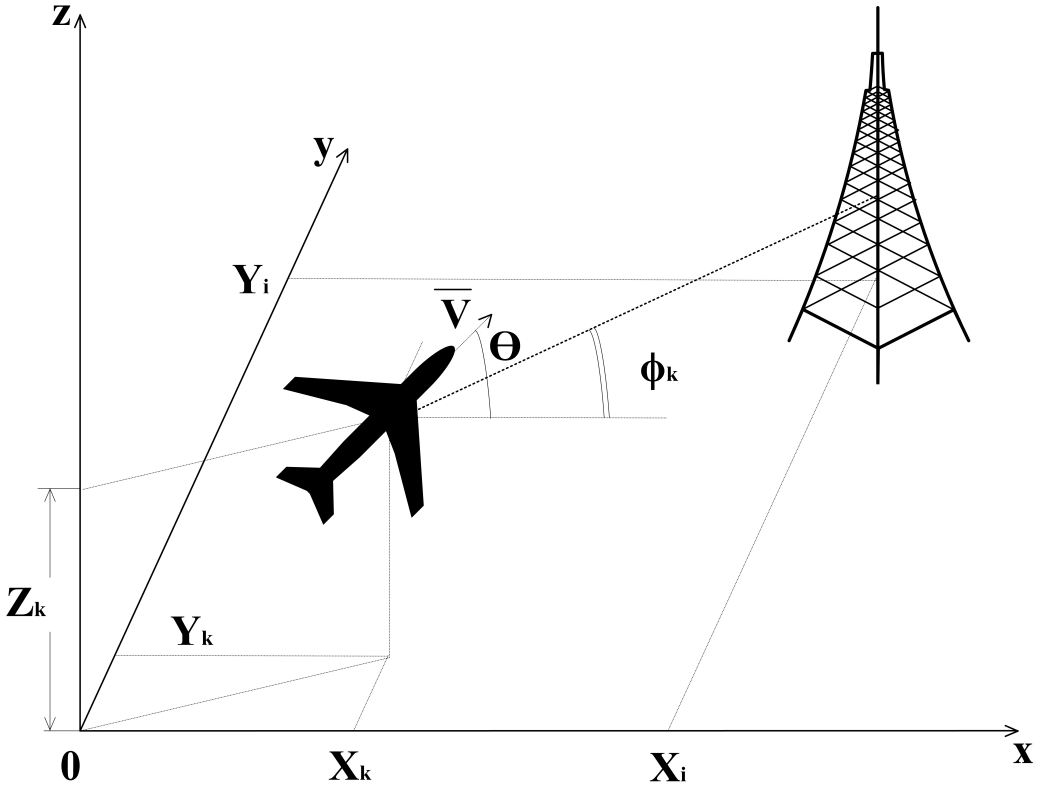

Рис. 1. БПЛА и вышка

3. ОЦЕНКА ПОЛОЖЕНИЯ БПЛА ПО ПСЕВДОИЗМЕРЕНИЯМ

Далее в работе мы будем рассматривать задачу с использованием данных с сети вышек, но задача с позиционированием по камере может быть сформулирована схожим образом (см. Замечание 1). В данном разделе используется подход, известный в теории пеленгационных измерений, как метод псевдоизмерений [11], [12]. БПЛА, двигаясь по заданной траектории, в момент времени $t = 0$ входит в область покрытия i-ой вышки (или же входит в зону, где объект с характерными координатами легко идентифицируется и система управления БПЛА может определить его координаты на матрице приемника излучения). Далее в моменты времени $t_k = k\Delta t, \quad k = 1, 2, ...$ осуществляются акты обмена информацией между вышкой и БПЛА. Сложность использования пеленгационных измерений состоит в том, что они не дают

информации о дальности до объекта наблюдения, которая может быть восстановлена только в результате многократных измерений с учетом дополнительной информации о смещении наблюдаемого объекта. В данной модели предполагается, что собственное смещение БПЛА оценивается им самим по измерениям, производимым его навигационной системой. Предполагая движение БПЛА в дискретном времени, используем обозначения:

– $(X(t_k), Y(t_k), Z(t_k))$ – координаты БПЛА в моменты времени t_k, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{aligned} X(t_{k+1}) &= X(t_k) + V\cos\theta(t_k)\Delta t + W_k^x, \\ Y(t_{k+1}) &= Y(t_k) + V\sin\theta(t_k)\Delta t + W_k^y, \\ Z(t_{k+1}) &= Z(t_k) + W_k^z, \end{aligned} \tag{1}$$

где (W_k^x, W_k^y, W_k^z) – некоррелированные случайные возмущения по осям (OX, OY, OZ), имеющие нулевые средние и дисперсии $(\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2)$, соответственно.

– $(X_i, Y_i, 0)$ – координаты i-ой вышки

– θ – угол между вектором скорости V осью OX (заданный угол, определяющий номинальное движение БПЛА)

Замечание 2. Для упрощения последующих выкладок полагаем, что относительная высота установки вышки равна нулю. Однако, если предположить возможность определения двух углов (пеленга и возвышения), то знание высоты вышки можно использовать и для оценки текущей высоты полета БПЛА.

– $\phi_i(t_k)$ – угол между осью OX и направлением на i-ую вышку, измеряемый i-ой вышкой и передаваемый на борт БПЛА

Измеряемый угол $\phi_i(t_k)$ удовлетворяет соотношению

$$\frac{Y_i - Y(t_k)}{X_i - X(t_k)} I_i(t_k) = \tan\phi_i(t_k) + \varepsilon_k \tag{2}$$

где можно предположить, что $\varepsilon_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ – гауссовская случайная величина с нулевым средним и дисперсией σ^2, определяемая ошибками измерения угла ϕ.

Замечание 3. Индикаторная функция $I_i(t_k)$ равна 1 если в момент времени t_k осуществляется обмен информацией с i-ой вышкой и нулю в противном случае. Эти обозначения имеют смысл если происходит переключение контакта с одной вышки на другую и тогда эта индикаторная функция может служить дополнительным управлением, на первом этапе мы рассматриваем лишь контакт с одной вышкой поэтому полагаем $I_i(t_k) = 1$.

Таким образом в момент времени t_k осуществляется измерение угла $\phi_i(t_k)$, связанного с неизвестными координатами БПЛА $(X(t_k), Y(t_k))$ соотношением

$$(Y_i - Y(t_k))\cos\phi_i(t_k) - (X_i - X(t_k))\sin\phi_i(t_k) = \varepsilon_k(X_i - X(t_k))\cos\phi_i(t_k) = \tilde{\varepsilon_k}, \tag{3}$$

Идея метода псевдоизмерений состоит в том, чтобы разделить в уравнении (3) наблюдаемые и ненаблюдаемые величины, что дает следующее уравнение наблюдений (в дальнейшем мы опускаем индекс i, считая, что данная модель действует до момента прерывания контакта с i-ой вышкой)

$$z_k = Y_i\cos\phi_i(t_k) - X_i\sin\phi_i(t_k) = Y(t_k)\cos\phi_i(t_k) - X(t_k)\sin\phi_i(t_k) + \varepsilon_k(X_i - X(t_k))\cos\phi_i(t_k) \tag{4}$$

Далее мы решаем следующую задачу: Предположим, что в момент времени t_k имеются несмещенные оценки положения БПЛА $\hat{X}(t_k), \hat{Y}(t_k)$, удовлетворяющие соотношениям

$$E(\hat{X}(t_k), \hat{Y}(t_k)) = (X(t_k), Y(t_k)), \tag{5}$$

и характеризующиеся матрицей среднеквадратических погрешностей

$$\hat{P}(t_k) = E\left[\begin{pmatrix} X(t_k) - \hat{X}(t_k) \\ \\ Y(t_k) - \hat{Y}(t_k) \end{pmatrix} (X(t_k) - \hat{X}(t_k), Y(t_k) - \hat{Y}(t_k))\right] = \\ = \begin{bmatrix} \hat{P}^{xx}(t_k)\ \hat{P}^{xy}(t_k) \\ \\ \hat{P}^{xy}(t_k)\ \hat{P}^{yy}(t_k) \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Задача: получить оценки положения БПЛА в момент t_{k+1} на основе предыдущих оценок $(\hat{X}(t_k), \hat{Y}(t_k), \hat{P}(t_k))$, наблюдений $\phi(t_{k+1})$, известного положения i-ой вышки (X_i, Y_i) и известных параметров уравнений движения (1) на интервале времени $[t_k, t_{k+1}]$. Более точно, найти несмещенные оценки $(\hat{X}(t_{k+1}), \hat{Y}(t_{k+1})$ и среднеквадратичную характеристику их погрешности в форме матрицы $\hat{P}(t_{k+1}))$, удовлетворяющие соотношениям (5),(6).

Решение этой задачи в форме оценок, линейно зависящих от совокупности измерений до текущего момента времени t_{k+1} : то есть

$$z_1, ..., z_k, z_{k+1},$$

известно и задается линейным фильтром Калмана в форме **алгоритма прогноза-коррекции** [26].

Прогноз: строится в предположении, что в момент времени t_{k+1} значение угла $\phi(t_{k+1})$ будет измерено

$$\tilde{X}(t_{k+1}) = \hat{X}(t_k) + V\cos\theta(t_k)\Delta t,$$

$$\tilde{Y}(t_{k+1}) = \hat{Y}(t_k) + V\sin\theta(t_k)\Delta t, \tag{7}$$

$$\tilde{z}_{k+1} = \tilde{Y}(t_{k+1})\cos\phi(t_{k+1}) - \tilde{X}(t_{k+1})\sin\phi(t_{k+1}).$$

Если предположить некоррелированность возмущений движения и положения БПЛА и полученных ранее оценок положения цели, то

$$\tilde{P}^{xx}(t_{k+1}) = E\left[(X(t_{k+1}) - \tilde{X}(t_{k+1}))^2\right] = \hat{P}^{xx}(t_k) + \sigma_x^2$$

$$\tilde{P}^{xy}(t_{k+1}) = E\left[(X(t_{k+1}) - \tilde{X}(t_{k+1}))(Y(t_{k+1}) - \tilde{Y}(t_{k+1}))\right] = \hat{P}^{xy}(t_k) \tag{8}$$

$$\tilde{P}^{yy}(t_{k+1}) = E\left[(Y(t_{k+1}) - \tilde{Y}(t_{k+1}))^2\right] = \hat{P}^{yy}(t_k) + \sigma_y^2.$$

Далее для вычисления следующих прогнозируемых характеристик

$$\tilde{P}^{xz}(t_{k+1}) = E\left[(X(t_{k+1}) - \tilde{X}(t_{k+1}))(z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1})\right]$$

$$\tilde{P}^{yz}(t_{k+1}) = E\left[(Y(t_{k+1}) - \tilde{Y}(t_{k+1}))(z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1})\right]$$

$$\tilde{P}^{zz}(t_{k+1}) = E\left[(z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1})^2\right]$$

используем соотношения

$$z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1} = (Y(t_{k+1}) - \tilde{Y}(t_{k+1}))\cos\phi_i(t_{k+1}) - (X(t_{k+1}) - \tilde{X}(t_{k+1}))\sin\phi_i(t_{k+1}) + \\ +\varepsilon_{k+1}(X_i - X(t_{k+1}))\cos\phi_i(t_{k+1}),$$

следующее тождество, где считаем положение i-ой вышки, с которой установлена связь точно известным,

$$X_i - X(t_{k+1}) = X_i - \tilde{X}(t_{k+1}) - (X(t_{k+1}) - \tilde{X}(t_{k+1}))$$

и некоррелированность ε_{k+1} и разностей $(X(t_{k+1}) - \tilde{X}(t_{k+1}))$ и $(Y(t_{k+1}) - \tilde{Y}(t_{k+1}))$.

В итоге получаем

$$\tilde{P}^{xz}(t_{k+1}) = E\left[(X(t_{k+1}) - \tilde{X}(t_{k+1}))(z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1})\right] = \\ = \tilde{P}^{xy}(t_{k+1})\cos\phi_i(t_{k+1}) - \tilde{P}^{xx}(t_{k+1})\sin\phi_i(t_{k+1}) \tag{9}$$

$$\tilde{P}^{yz}(t_{k+1}) = E\left[(Y(t_{k+1}) - \tilde{Y}(t_{k+1}))(z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1})\right] = \\ = \tilde{P}^{yy}(t_{k+1})\cos\phi_i(t_{k+1}) - \tilde{P}^{xy}(t_{k+1})\sin\phi_i(t_{k+1}) \tag{10}$$

$$\tilde{P}^{zz}(t_{k+1}) = E\left[(z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1})^2\right] = \\ = \tilde{P}^{yy}(t_{k+1})\cos^2\phi_i(t_{k+1}) - \tilde{P}^{xy}(t_{k+1})\sin 2\phi_i(t_{k+1}) + \\ +\tilde{P}^{xx}(t_{k+1})\sin^2\phi_i(t_{k+1}) + \sigma^2((X_i - \hat{X}(t_k))^2 + \tilde{P}^{xx}(t_{k+1}))\cos^2\phi_i(t_{k+1}) \tag{11}$$

Коррекция осуществляется после измерения z_{k+1} и дает оценку положения БПЛА в момент времени t_{k+1}, которая имеет вид:

$$\begin{pmatrix} \hat{X}(t_{k+1}) \\ \\ \hat{Y}(t_{k+1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{X}(t_{k+1}) \\ \\ \tilde{Y}(t_{k+1}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{P}^{xz}(t_{k+1}) \\ \\ \tilde{P}^{yz}(t_{k+1}) \end{pmatrix} (\tilde{P}^{zz}(t_{k+1}))^{-1}(z_{k+1} - \tilde{z}_{k+1}), \tag{12}$$

и выражение для матрицы среднеквадратических ошибок

$$\hat{P}^{xx}(t_{k+1}) = \tilde{P}^{xx}(t_{k+1}) - \tilde{P}^{xz}(t_{k+1})(\tilde{P}^{zz}(t_{k+1}))^{-1}(\tilde{P}^{xz}(t_{k+1}))^T$$

$$\hat{P}^{xy}(t_{k+1}) = \tilde{P}^{xy}(t_{k+1}) - \tilde{P}^{xz}(t_{k+1})(\tilde{P}^{zz}(t_{k+1}))^{-1}(\tilde{P}^{yz}(t_{k+1}))^T$$

$$\hat{P}^{yy}(t_{k+1}) = \tilde{P}^{yy}(t_{k+1}) - \tilde{P}^{yz}(t_{k+1})(\tilde{P}^{zz}(t_{k+1}))^{-1}(\tilde{P}^{yz}(t_{k+1}))^T,$$

или в общем виде

$$\hat{P}(t_{k+1}) = \tilde{P}(t_{k+1}) - \begin{pmatrix} \tilde{P}^{xz}(t_{k+1}) \\ \\ \tilde{P}^{yz}(t_{k+1}) \end{pmatrix} (\tilde{P}^{zz}(t_{k+1}))^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{P}^{xz}(t_{k+1}) \\ \\ \tilde{P}^{yz}(t_{k+1}) \end{pmatrix}^T. \tag{13}$$

Оценки, полученные по формулам (12), (13), являются несмещенными [26],[27] и дают "наилучшие" линейные оценки, они сохраняются постоянными до следующего измерения пеленга в момент времени $t_{k+1} > t_k$ и в этот момент производится пересчет по приведенным выше формулам.

4. ОЦЕНКА ПОЛОЖЕНИЯ БПЛА. МОДЕЛИРОВАНИЕ.

Заданы следующие начальные условия:

- Начало движения БПЛА из точки $(X_0, Y_0) = (0, 0)$
- Скорость БПЛА постоянна и равна $V = 50$
- Количество тактов Δt равно $n = 200$
- Длительность такта $\Delta t = 10$
- Дисперсия шума в уравнениях динамики БПЛА $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 100$
- Дисперсия шума измерения угла $\phi_i(t_k)$ равна $\sigma^2 = 0.003$
- Задан закон изменения угла между вектором скорости V осью OX вида $\theta_i = \frac{\pi \cos(\frac{i}{20})}{3}$
- Установлены три вышки, с непересекающимися зонами покрытия: первая с центром в точке $(10000, 8000)$ и радиусом действия $R_1 = 6000$, вторая с центром в точке $(25000, 0)$ и радиусом действия $R_2 = 6000$ и третья с центром в точке $(50000, 4000)$ и радиусом действия $R_3 = 6000$.
- Начальные условия для оценки $(\hat{X}(t_1), \hat{Y}(t_1)) = (X_0, Y_0)$ и ее ковариации $\hat{P}^{xx}(t_1) = \hat{P}^{xy}(t_1) = \hat{P}^{yy}(t_1) = 0$.

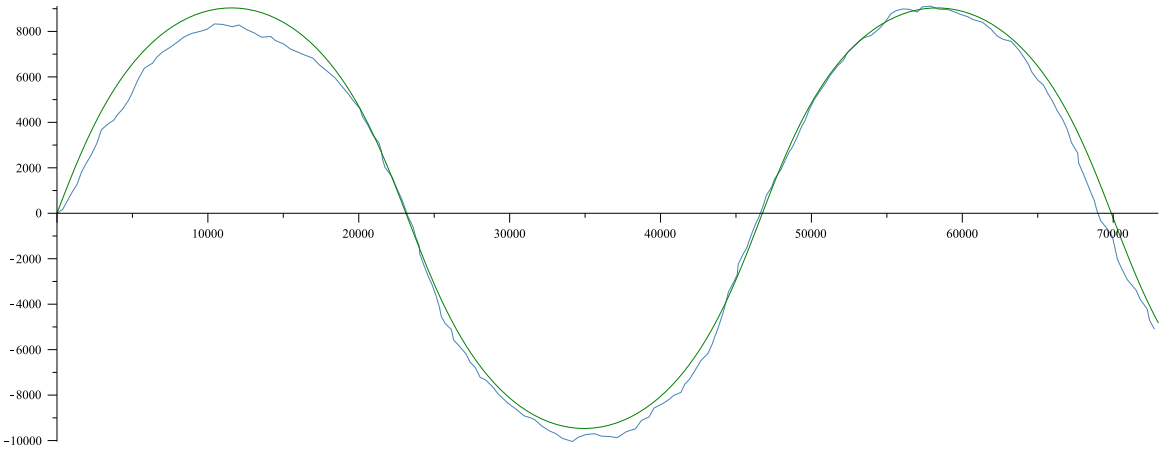

Рис. 2. Номинальная и реальная траектории БПЛА

Объединив уравнения 1, 2, 4, 7-13 в систему, находим оценку положения БПЛА $(\hat{X}, \hat{Y})$.

На рисунке 2 представлены номинальная и реальная траектории БПЛА. Номинальная траектория БПЛА обозначена зеленым цветом, это траектория заданная уравнениями 1 без возмущений:

$$X(t_{k+1}) = X(t_k) + V \cos\theta(t_k)\Delta t,$$

$$Y(t_{k+1}) = Y(t_k) + V \sin\theta(t_k)\Delta t,$$

$$Z(t_{k+1}) = Z(t_k),$$

Реальная траектория задана уравнениями 1 и обозначена синим цветом.

На рисунке 3 представлены номинальная и реальная траектории, проходящие через зоны покрытия трех вышек. Красным цветом обозначена оценка положения БПЛА $(\hat{X}, \hat{Y})$. Видно, что в зоне покрытия, точность оценки координат БПЛА весьма высокая.

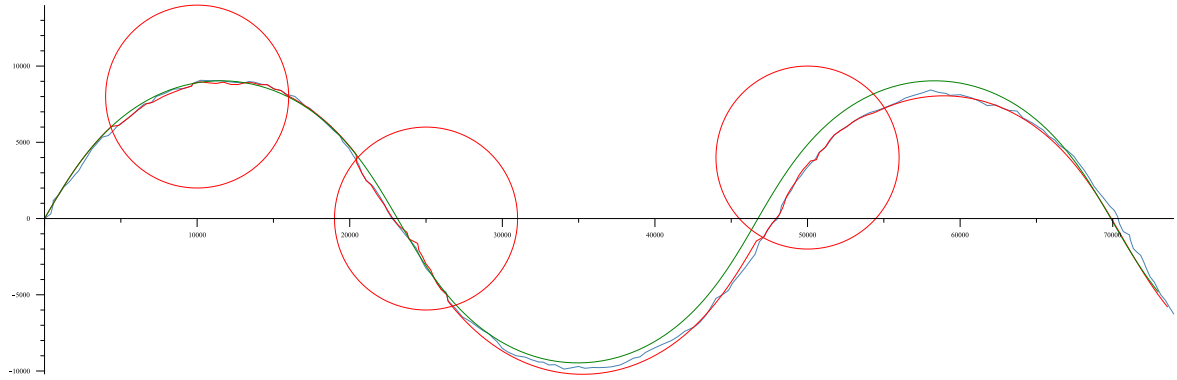

Рис. 3. Траектории, проходящие через зоны покрытия вышек. Зеленый цвет - номинальная, синяя - реальная, красная - оценочная траектории.

5. УПРАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИЕЙ БПЛА

Полученная оценка положения БПЛА позволяет найти управление, целью которого является движение БПЛА по номинальной траектории.

Таким образом, номинальная траектория задана следующими уравнениями:

$$X_{nom}(t_{k+1}) = X_{nom}(t_k) + V\cos\theta(t_k)\Delta t,$$

$$Y_{nom}(t_{k+1}) = Y_{nom}(t_k) + V\sin\theta(t_k)\Delta t,$$

Истинная траектория БПЛА отличается от номинальной из-за наличия шумов и управления $\theta_c(t_k)$:

$$X(t_{k+1}) = X(t_k) + V\cos\theta_c(t_k)\Delta t + W_k^x,$$

$$Y(t_{k+1}) = Y(t_k) + V\sin\theta_c(t_k)\Delta t + W_k^y$$

Управление $\theta_c(t_k)$ получается на основе текущих оценок $(\hat{X}, \hat{Y})$ так, чтобы минимизировать отклонение от номинальной траектории на следующем шаге, что приводит к минимизации следующей функции от угла θ_c:

$$E\{(X(t_{k+1}) - X_{nom}(t_{k+1}))^2 + (Y(t_{k+1}) - Y_{nom}(t_{k+1}))^2\} \to \min_{\theta_c(t_k)}$$

Рассмотрим первую часть этого выражения:

$$E\{(X(t_{k+1}) - X_{nom}(t_{k+1}))^2\} = E\{((X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1})) - (X_{nom}(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1})))^2\} =$$

$$= E\{(X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))^2 - 2(X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))(X_{nom}(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))+$$

$$+(X_{nom}(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))^2\} = \hat{P}^{xx}(t_{k+1}) - 2E\{(X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))(X_{nom}(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))\}+$$

$$+E\{X_{nom}(t_k) + V\cos\theta(t_k)\Delta t - \hat{X}(t_k) - V\cos\theta_c(t_k)\Delta t - W_k^x\}^2,$$

где

$$E\{(X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))(X_{nom}(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))\} =$$

$$= E\{E\{(X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))(X_{nom}(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))\}|F_{k+1}\},$$

где F_{k+1} – набор измерений до момента $k+1$.

$\hat{X}(t_{k+1}) - F_{k+1}$ измеримо, т.е. зависит от измерений до момента $k+1$.

По построению оптимальной несмещенной оценки:

$$E\{X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1})|F_{k+1}\} = 0$$

Таким образом:

$$E\{(X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))(X_{nom}(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))\} =$$

$$= E\{(X_{nom}(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1}))E\{X(t_{k+1}) - \hat{X}(t_{k+1})|F_{k+1}\}\} = 0.$$

Далее с учетом того, что $E\{W_k^x\} = 0$:

$$E\{X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k) + V\cos\theta(t_k)\Delta t - V\cos\theta_c(t_k)\Delta t - W_k^x\}^2 =$$

$$= E\{X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k\}^2 + 2E\{(X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k))(V\Delta t(\cos\theta(t_k) - \cos\theta_c(t_k)) - W_k^x)\}+$$

$$+E\{V^2\Delta t^2(\cos\theta(t_k) - \cos\theta_c(t_k))^2 - 2V\Delta t(\cos\theta(t_k) - \cos\theta_c(t_k))W_k^x + (W_k^x)^2\} =$$

$$= E\{X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k\}^2 + 2E\{(X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k))(V\Delta t(\cos\theta(t_k) - \cos\theta_c(t_k))\}+$$

$$+E\{V^2\Delta t^2(\cos\theta(t_k) - \cos\theta_c(t_k))^2 + (W_k^x)^2\}$$

Таким образом, на k-м шаге нужно минимизировать

$$2(X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k))(V\Delta t(\cos\theta(t_k) - \cos\theta_c(t_k))\} + V^2\Delta t^2(\cos\theta(t_k) - \cos\theta_c(t_k))^2+$$

$$+2(Y_{nom}(t_k) - \hat{Y}(t_k))(V\Delta t(\sin\theta(t_k) - \sin\theta_c(t_k))\} + V^2\Delta t^2(\sin\theta(t_k) - \sin\theta_c(t_k))^2 \to \quad (14)$$

$$\to \min_{\theta_c(t_k)}$$

Обозначим $\cos\theta_c(t_k) = u_k^1$ и $\sin\theta_c(t_k) = u_k^2$, для которых верно:

$$(u_k^1)^2 + (u_k^2)^2 = 1$$

Далее мы решаем задачу на минимум с ограничением. Запишем левую часть 14 по методу Лагранжа:

$$L(u_k^1, u_k^2, \lambda) =$$

$$= 2(X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k))(V\Delta t(\cos\theta(t_k) - u_k^1)\} + V^2\Delta t^2(\cos\theta(t_k) - u_k^1)^2+$$

$$+2(Y_{nom}(t_k) - \hat{Y}(t_k))(V\Delta t(\sin\theta(t_k) - u_k^2)\} + V^2\Delta t^2(\sin\theta(t_k) - u_k^2)^2+$$

$$+\lambda((u_k^1)^2 + (u_k^2)^2 - 1) \to \min_{u_k^1, u_k^2, \lambda}$$

Откуда следует, что $\frac{\partial L}{\partial u_k^1} = 0$, $\frac{\partial L}{\partial u_k^2} = 0$, $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0$.

Получаем систему уравнений:

$$-2(X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k))V\Delta t - 2V^2\Delta t^2(\cos\theta(t_k) - u_k^1) + 2\lambda u_k^1 = 0$$

$$-2(Y_{nom}(t_k) - \hat{Y}(t_k))V\Delta t - 2V^2\Delta t^2(\sin\theta(t_k) - u_k^2) + 2\lambda u_k^2 = 0$$

Откуда получаем:

$$(X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k))V\Delta t + V^2\Delta t^2\cos\theta(t_k) = u_k^1(\lambda + V^2\Delta t^2)$$

$$(Y_{nom}(t_k) - \hat{Y}(t_k))V\Delta t + V^2\Delta t^2\sin\theta(t_k) = u_k^2(\lambda + V^2\Delta t^2)$$

В итоге:

$$\frac{u_k^2}{u_k^1} = \frac{(Y_{nom}(t_k) - \hat{Y}(t_k)) + V\Delta t\sin\theta(t_k)}{(X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k)) + V\Delta t\cos\theta(t_k)}$$

Т.к. $\frac{u_k^2}{u_k^1} = \frac{\sin\theta_c(t_k)}{\cos\theta_c(t_k)}$, то

$$\theta_c(t_k) = \arctan\left(\frac{(Y_{nom}(t_k) - \hat{Y}(t_k)) + V\Delta t\sin\theta(t_k)}{(X_{nom}(t_k) - \hat{X}(t_k)) + V\Delta t\cos\theta(t_k)}\right)$$

6. МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОЙ ТРАЕКТОРИИ

Рассмотрим пример из раздела 3, но с учетом того, что используется управление траекторией БПЛА, полученное в предыдщуем разделе.

На следующем рисунке представлены номинальная и реальная траектории, проходящие через зоны покрытия трех вышек. Красным цветом обозначена оценка положения БПЛА $(\hat{X}, \hat{Y})$.

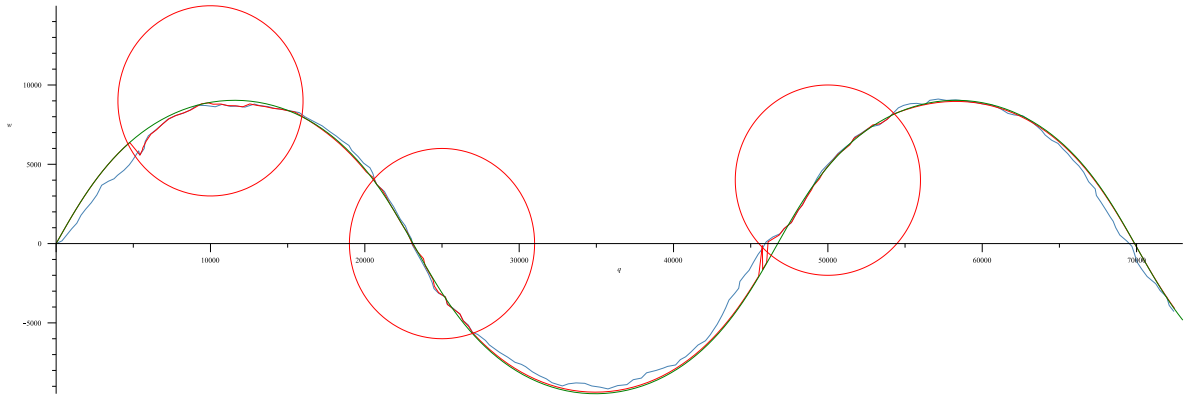

Рис. 4. Траектории, проходящие через зоны покрытия вышек. Зеленый цвет - номинальная, синяя - реальная, красная - оценочная траектории.

На рисунке 5 представлены зависимости координаты X от времени для номинальной, реальной и оценочной траекторий.

На рисунке 6 представлена зависимость угла $\phi_i(t_k)$ от времени. На грифке различимы три куска, которые соответствуют прохождению БПЛА через зоны покрытия каждой из вышек. Видно, что для каждой из зон угол меняется между $-\frac{\pi}{2}$ и $\frac{\pi}{2}$.

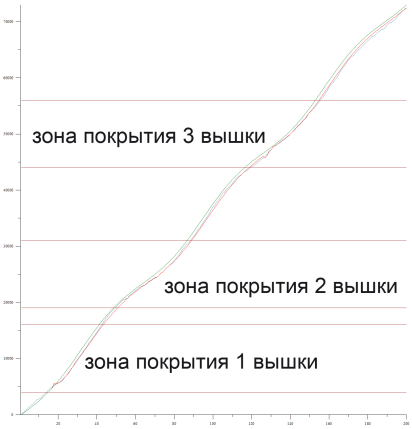

Рис. 5. Номинальная, реальная и оценочная траектории по оси абсцисс. Зеленый цвет - номинальная, синяя - реальная, красная - оценочная траектории.

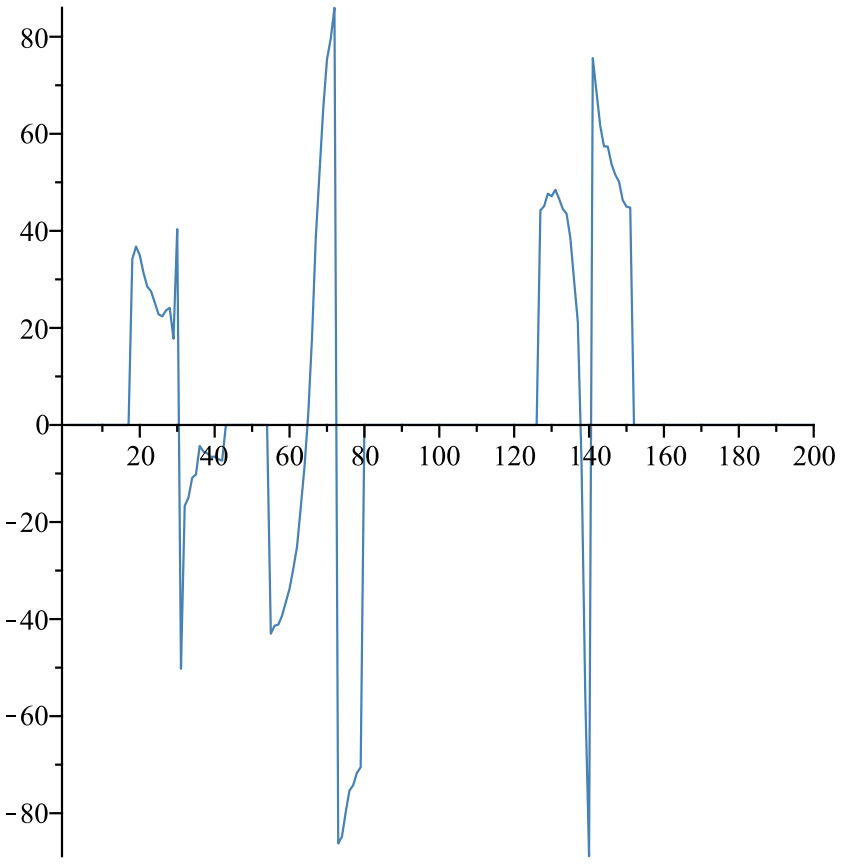

Рис. 6. Зависимость угла $\phi_i(t_k)$ от времени

7. ВЫВОДЫ

В данной работе мы продемонстрировали потенциальные возможности метода пеленгационных измерений в задаче управления легким БПЛА. Конечно, при проектировании реальной системы управления необходимо учитывать всю совокупность измерений, но важно, что для нелинейных измерений пеленгационного типа, удается сохранить универсальную структуру алгоритма фильтра Калмана с возможностью априорного оценивания точности измерений. Это является основой интеграции пеленгационных измерений с измерениями, осуществляемыми стандартной навигационной системой. Кроме того, применение пеленгационных измерений по наземным ориентирам позволяет либо отказаться, либо снизить зависимость от измерений, проводимых GPS системами, так как они содержат искусственно вносимые систематические погрешности и поэтому не применимы для некоторых областей использования БПЛА. Полученные результаты показывают, что пеленгационный метод измерений имеет достаточную потенциальную точность для управления движением БПЛА. Дальнейшее направление работ включает проектирование оптимальной номинальной траектории БПЛА, учитывающей взаимное расположение областей съемки и наземных ориентиров, так как в области измерений, ошибка положения БПЛА резко уменьшается, а при выходе из зоны измерений возрастает. Это задача оптимального управления и она должна решаться на этапе планирования полетного задания, аппарат же затем минимизирует отклонение от заданной траектории. Интересна задача с использованием управления по высоте и второго угла возвышения по отношению к наземным ориентирам, что позволяет контолировать высоту аппарата. Решение этой задачи также может быть получено методом, описанным в настоящей работе. В будущих работах мы планируем использовать полученные теоретические результаты в разработанном нами легком БПЛА. Для нашего БПЛА мы выбрали корпус летательного аппарата типа крыло длинной 500 мм, размахом крыла - 1900 м, полетной массой - 1500 - 2000 гр, из них полезная нагрузка - 600 гр, скоростью - 3-20 м/с, и дальностью полета до 20 км. Для возможности внедрения наших алгоритмов на борту БПЛА нами устанавливается дополнительный микрокомпьютер с размерами 30x40x10 мм, ARM Cartex-9 процессором и ОС Android. В качестве радиомодема нами установлен Xbee модем, который работает на частоте 2,4 Ггц и использует протокол общения 802.15.4. (см. [28]). Взлет легкого БПЛА производится с руки или с помощью переносной лебедки. Посадка осуществляется пилотом в ручном режиме или на парашуте.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Liu P.T. An optimum approach in target tracking with bearing measurements. *J. Opt. Theory and Appl.,* 1988, vol. 56, pp. 205–214.

2. Nardone S.C., Aidala V.J. Observability criteria for bearing-only target motion analysis. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.,* 1981, AES-17, pp. 162–166.

3. Rubinovich E. Y. Trajectory control over bearings-only observations in one *R*-encounter problem. *Proc. IFAC NOLCOS*, 2001, St.-Petersburg.

4. Musicki D. Bearings only single-sensor target tracking using Gaussian mixtures. *Automatica*, 2009, vol. 45, No. 9, pp. 2088–2092.

5. Peach N. Bearings-only tracking using a set of range-parameterised extended Kalman filters. *IEE Proceedings on Control Theory Appl.*, 1995, vol. 142, no. 1, pp. 73–80.

6. Граничин О.Н., Фомин В.Н. Адаптивное управление с использованием пробных сигналов. *Автоматика и телемеханика*, 1986, № 2, стр. 100–112.

7. Граничин О.Н., Поляк Б.Т. *Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах.* М.: Наука, 2003.

8. Фельдбаум А.А. *О проблемах дуального управления // Методы оптимизации автоматических систем: сб. статей [Посвящается памяти доктора техн. наук, лауреата Гос. премии, проф. А. А. Фельдбаума]; под. ред. Я. З. Ципкина.* М.: Наука, 1972. стр. 89–108.

9. Амелин К.С., Граничин О.Н. Возможности рандомизации в алгоритмах предсказания калмановского типа при произвольных внешних помехах в наблюдении. *Гироскопия и навигация,* 2011, № 2(73), стр. 38–50.

10. Bishop A.N., Fidan B., Anderson B., Dogancay K., Pathirana P.N. Optimality analysis of sensor-target localization geometries. *Automatica*, 2001, vol. 46, no. 3, pp. 479–492, 2010.

11. Lin X., Kirubarajan T., Bar-Shalom Y., Maskell S. Comparison of EKF, Pseudomeasurement and Particle Filters for a Bearing-only Target Tracking Problem. [www-sigproc.eng.cam.ac.uk]

12. Aidala V.J., Nardone S.C. Biased Estimation Properties of the Pseudolinear Tracking Filter. *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, 1982, vol. 18, no.4.

13. Амелин К.С., Граничин О.Н. Мультиагентное сетевое управление группой легких БПЛА. *Нейрокомпьютеры: разработка, применение,* 2011, № 6, стр. 64–72.

14. Амелин К.С., Антал Е.И., Васильев В.И., Граничина Н.О. Адаптивное управление автономной группой беспилотных летательных аппаратов. *Стохастическая оптимизация в информатике,* 2009, том 5, стр. 157–166.

15. Городецкий В.И., Грушинский М.С., Хабалов А.В. Многоагентные системы (обзор). *Новости искусственного интеллекта,* 1998, № 2, стр. 64–116.

16. Тимофеев А.В., Юсупов Р.М. Принципы построения интегрированных систем мульти-агентной навигации и интеллектуального управления мехатронными роботами. *Int. Journal "Information Technologies & Knowledge",* 2011, vol.5, no. 3, pp. 237–245.

17. Amelin K., Granichin O. Randomized controls for linear plants and confidence regions for parameters under external arbitrary noise. *Proc. of the 2012 American Control Conference,* 2012, Montreal, Canada, pp. 851-856.

18. Baxter J.W., Horn G.S., Leivers D.P. Fly-by-Agent: Controlling a Pool of UAVs via a Multi-Agent System. *The 27th SGAI International Conference on Artificial Intelligence,* 2008, vol. 21, no.3, pp. 232-237.

19. Brisset P., Hattenberger G. Multi-UAV control with the paparazzi system. *In Proc. of the 1-st Conf. on Humans Operating Unmanned Systems,* 2008.

20. Kothari M., Postlethwaite I., Gu D. Multi-UAV path planning in obstacle rich environments using rapidly-exploring random trees. *Proc. of the combined 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference,* 2009, pp. 3069–3074.

21. Koo T.J., Shahruz S.M. Formation of a group of unmanned aerial vehicles (UAVs). *American Control Conference (ACC),* 2001, pp. 69–74.

22. Амелин К.С., Баклановский М.В., Граничин О.Н., Иванский Ю.В., Корнивец А.Д., Мальковский Н.В., Найданов Д.Г., Шеин Р.Е. Адаптивная мультиагентная операционная система реального времени. *Стохастическая оптимизация в информатике,* 2013, том 9, стр. 3–16.

23. Амелина Н.О., Амелин К.С., Вергадос Д.Д. Планирование в стохастических беспроводных сетях с ретрансляторами. *Стохастическая оптимизация в информатике,* 2013, том 9, стр. 17–43.

24. Amelin K., Amelina N., Granichin O., Granichina O., Andrievsky B. Randomized Algorithm for UAVs Group Flight Optimization. *Proc. of 11th IFAC International Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing,* 2013, France, pp. 205–208.

25. Амелина Н. Применение протокола локального голосования для децентрализованной балансировки загрузки сети с переменной топологией и помехами в измерениях. *Вестник СПбГУ. Сер. 1: Математика. Механика. Астрономия,* 2013, № 3, стр. 12–20.

26. Миллер Б.М., Панков А.Р. *Теория случайных процессов.* М.: Физматлит, 2007.

27. Пугачев В.С. *Теория вероятностей и математическая статистика.* М.: Наука, 1979.

28. Амелин К.С. Легкий беспилотный летательный аппарат для автономной группы. *Стохастическая оптимизация в информатике,* 2010, том 6, стр. 117–126.

Algorithm of the UAVs location verifying using Kalman filtering of DF measurements

Amelin K.S., Miller A.B.

In this article we consider the problem of determining the coordinates of a light UAV using DF measurements on the observed object with known coordinates. This type of problem is present during the UAV reconnaissance mission , because in this case using of the active means of measurements is impossible. To clarify UAVs own coordinates reference to ground objects such as network of radar towers is used. This towers are bearing UAV position and sending him bearing on certain pre-fixed frequency. Present study examines the two-dimensional case , ie UAVs plane motion at a constant altitude.

KEYWORDS: UAV, DF measurements, Kalman filtering, control.