ПЕРЕДАЧА ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СЕТЯХ _____

Символьная синхронизация системы множественного доступа на базе OFDM-MFSK

В. Г. Потапов, Д. К. Зигангиров, В. В. Зяблов

Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия Поступила в редколлегию 21.4.2015

Аннотация—В работе изучается динамический диапазон децентрализованной широкополосной системы связи с множественным доступом и кодовым разделением абонентов на базе OFDM-FSK модуляции и некогерентым приемом в зависимости от точности опорного генератора, джиттера опорного генератора, изучаются вопросы, связанные с символьной синхронизации приемника и передатчика, а также динамический диапазон принимаего сигнала. В качестве моделей канала связи рассматриваются стандартные унифицированные модели распространения радиоволн COST 207 и COST 231.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: синхронизация, динамический диапазон АЦП/ЦАП, модель канала, Глонас/GPS, OFDM-MFSK, множественный доступ, некогерентный прием

1. ВВЕДЕНИЕ

Большинство современных систем беспроводной связи, используемых на практике, строятся на основе схем модуляции с когерентным приемом. Это означает, что приемник такой системы связи должен обладать достаточно точными данными об импульсной характеристики канала сязи. Эта задача является довольно трудоемкой. Для оценки импульсной характеристике канала в структуру передаваемого сигнала периодически встраиваются так называемые пилот-сигналы, амплитуда, фаза и положение которых приемнику известны. По этим сигналам приемник делает оценку передаточной функции канала. Однако, из-за временного непостоянства канала связи, коэффициенты передаточной функции канала меняются довольно быстро, что приводит либо к ухудшению характеристик системы связи, либо требует увеличение числа пилотов, что уменьшает,в свою очередь, количество передаваемой полезной информации. С другой стороны, в каналах мобильной беспроводной связи присутствуют частотные селективные замирания, вызванные многолучевым распространением. В [1] показано, что система передачи, построенная на базе OFDM модуляции, позволяет эффективно бороться с быстрыми замираниями в мобильном канале.

В работе исследуются вопросы построения децентрализованных (без базовых станций) широкополосных систем профессиональной связи с множественным доступом и кодовым разделением абонентов с использованием некогерентного приема и OFDM-MFSK [7] модуляции.

Все абоненты системы связи S являются равноправными с радиусом радиовидимости R_p , определяемым: частотным диапазоном, мощностью передатчика, чувствительностью приемника и условиями распространения радиоволн. Абоненты системы связи образуют мобильную беспроводную одноранговую децентрализованную сеть передачи данных (см. рис.1). В случае, если получатель информации находится вне зоны радиовидимости отправителя, рассматриваемая сеть предусматривает многошаговую передачу информации, т.е. ее ретрансляцию через



Рис. 1. Система связи с зонами радиовидимости

промежуточные абонентские устройства сети, например, через абонентов, находящихся в пересечении зон радиовидимости (через абонента, помеченного на рис.1 штриховкой).

Необходимым условием работоспособности рассматриваемой беспроводной сети является синхронность работы приемо-передатчиков абонентов, достигаемая путем введения единой временной сетки сети (1)

$$T(t) = \delta(t - kT_F), k = 0, \dots, \infty,$$
(1)

где

– $\delta(t)$ – дельта-функция Дирака,

– T_F — шаг временной сетки.

и поддерживаемая по временным сигналам систем глобального позиционировния ГЛОНАС/GPS.

Отправители информации - абоненты, у которых активирован режим передачи информации, независимо друг от друга формируют и передают OFDM-MFSK сигналы получателям (см. рис.1). Передача сигналов ведется в соответствии с формулой (2) (см. рис. 2)

$$s^{a_j}(t) = \sum_{l=1}^{L_l} s^{a_j}_{a_l}(t) \left[\delta \left(t - kT_F \right) - \delta \left(t - kT_F - T_{Symb} \right) \right],$$
(2)

где

 $-a_j \neq a_l,$

- $-k=0,\ldots,\infty,$
- *a_i* номер абонента-отправителя данных,
- *a*_l номер абонента-получателя данных,
- *L_r* длина списка абонентов-получателей данных,
- *T_F* шаг временной сетки системы связи,
- T_{Symb} длительность OFDM-MFSK символа и $T_{Symb} \leq T_F$,
- $\delta(t) = \begin{cases} 0, t < 0 \\ 1, t \geq 0 \end{cases}$ функция Хевисайда.



Рис. 2. Передача OFDM-MFSK символов

Получатели информации - абоненты с активированным режимом приема, принимают суперпозицию индивидуальных сигналов OFDM-MFSK передатчиков отправителей (см. рис.1). Прием сигналов осуществляется в соответствии с формулой (3) (см. рис. 2)

$$\tilde{s}_{a_{j}}(t) = \sum_{l=1}^{L_{l}} \tilde{s}_{a_{j}}^{a_{l}}(t) \left\{ \delta\left(t - kT_{F}\right) - \delta\left[t - (k+1)T_{F}\right] \right\},\tag{3}$$

где

- $-a_j \neq a_l,$
- *а*_{*j*}- номер абонента-получателя данных,
- *a*_l номер абонента-отправителя данных,
- *L*_t длина списка абонентов-отправителей данных.

Пусть сигнал, принимаемый a_i абонентом описывается формулой (3)

$$\tilde{s}_{a_{j}}^{a_{l}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{a_{j}}^{a_{l}}\left(t - \tau_{a_{j}}^{a_{l}}\right) h_{a_{j}}^{a_{l}}(t, \tau_{a_{j}}^{a_{l}}) d\tau + n\left(t\right),$$
(4)

где

- $h_{a_j}^{a_l}(t, \tau_{a_j}^{a_l})$ меняющаяся во времени импульсная характеристика канала передачи между a_j и a_l абонентами сети внутри a_j -ой зоны радиовидимости,
- n(t) аддитивный белый гауссовский шум.

Пусть длительность импульсной характеристики в зоне радиовидимости всех абонентов сети $\tau_{a_i}^{a_l}$ ограничена и $\tau_{a_i}^{a_l} < \tau_p$, где

 $\tau_p = \frac{R_p}{C}$ - время распространения электромагнитных колебаний на равнинной местности, C - скорость света.

Обозначим через τ_c - максимальную длительность импульсной характеристики канала внутри всех зон и по всем зонам радиовидимости, тогда очевидно (см. рис 3), что шаг временной сетки сети должен удовлетворять следующему неравенству (4),

$$T_F \ge T_N + 2\left(\tau_c + \tau_p\right),\tag{5}$$

где



Рис. 3. Приём OFDM-MFSK символов

 $-T_N = \frac{N}{B}$ - время интервала ортогональности,

- N - размерность дискретного преобразования Фурье комплексного сигнала (ДПФ),

- *В* - полоса частот, соответствующая размерности ДПФ.

При $T_F = T_N + 2(\tau_c + \tau_p)$ интервал ортогональности удовлетворяет формуле (6).

$$\tilde{s}_{a_j}(t) = \{\delta(t - kT_F - \tau_c - \tau_p) - \delta[t - kT_F - T_N - \tau_c - \tau_p]\},$$
(6)

откуда

$$T_{Symb} = T_N + \tau_c + \tau_p. \tag{7}$$

Рассмотрим построение OFDM-FSK символа (см. рис. 4) с частотно-позиционным кодированием абонентом a_i для передачи данных абоненту a_l .

Пусть для каждого абонентского устройства генератор дискретных псевдослучайных чисел (ГДПЧ) имеет вид:

$$\xi_i^{j+1}\left(kT_F\right) = \psi\left(\xi_i^j, kT_F\right),\tag{8}$$

где начальное значения ξ_i^0 задано и известно каждому абонентскому устройству сети, при этом:

 ξ - дискретная случайная величина с конечным числом значений $\{x_1, x_2, ..., x_N\}$, таких что $x_i = i - 1$ и распределением вероятностей Р $(\xi = x_i) = p_i, \, p_i = \frac{1}{N}, \, \sum_{i=1}^N p_i = 1.$ Для ξ_i^0 справедливо следующее утверждение: $\xi_i^0 \neq \xi_j^0$ для $\forall \{i, j\}$, таких что $i \neq j$.

Для передачи данных абоненту a_l абонент a_j в момент времени kT_F ГСПЧ в соответствии с $\psi\left(\xi_i^j, kT_F\right)$ генерирует вектор $v_i(kT_F) = (v_0, v_1, ..., v_{q-1})$ (возможных частотных позиций *N*-мерного БПФ), индексам которого ставятся в соответствие элементы поля $GF(2^q)$. Для передачи абоненту a_l символа $c \in GF(2^q)$ в частотную позицию v_c формируется комплексный вектор $X_i(kT_F)$ элементы которого строятся в соответствии с:

$$X_{l} = e^{2\pi j\varphi_{l}} \,\forall l \in v_{i}\left(kT_{F}\right) \cap \left\{0, 1, ..., N-1\right\}, X_{l} = 0 \,\forall l \in \left\{0, 1, ..., N-1\right\} \setminus v_{i}\left(kT_{F}\right), \tag{9}$$

где

 $-i=\sqrt{-1},$

– φ_i - выборочные значения генератора случайных чисел (ГСЧ) случайной величины φ равномерно распределенной в интервале (0,1).



Рис. 4. Принцип построения OFDM-FSK символов с частотно-позиционным кодированием

Далее обратное БПФ (ОБПФ) порождает комплексный вектор $x_i(kT_F) = (x_0, x_1, ..., x_{N-1})$, элементы которого вычисляются по формуле:

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{\frac{2\pi j nk}{N}}, n = 0, 1, ..., N - 1.$$
(10)

На рис.4 графически вертикально изображены вектора $X_i(kT_F)$, где заштрихованными квадратами показаны элементы вектора $v_i(kT_F)$, а заштрихованными стрелками отмечены позиции v_c передаваемого символа $c \in GF(2^q)$ для q = 4. Как видно из рис.4 рассматриваемая система связи допускает пересечение элементов векторов $v_i(kT_F)$, т.е. $v_i(kT_F) \cap v_l(kT_F) \neq \emptyset$ для $\forall \{i, l\}$, таких что $i \neq l$.

2. МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ НА БАЗЕ ОFDM С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

Рабочую полосу частот B_0 системы связи со многими несущими (OFDM) при заданной размерности N БПФ определяют: шаг сетки частот между несущими, равный $\Delta F = \frac{B_0}{N}$, частота дискретизации полосового сигнала, равная $F_s = B_0$, период дискретизации - $T_s = \frac{1}{F_s}$ и интервал ортогональности $T_N = NT_s$. Для устранения разрыва фазы между сигналом на интервале ортогональности и циклическим префиксом (7), а также между стыками соседних OFDM символов применяется выходной фильтр нижних частот (см. рис.5 и рис.6) с полосой пропускания f_{cof} , что приводит к уменьшению рабочей полосы частот до $B_w = 2f_{cof} < B_0$. Как правило в качестве выходного фильтра реализуется фильтр с конечной импульсной характеристикой типа "приподнятый косинус", при этом количество несущих становится равным

$$Q = \left\lfloor \frac{B_w}{\Delta F} \right\rfloor + 1 < N. \tag{11}$$

Т.к. выходной фильтр не является идеальным, то перед выполнением ОБПФ выполняется коррекция элементов вектора

$$X_i(kT_F) \circ G_P$$
, где (12)



Рис. 5. Система связи со многими несущими



Рис. 6. Амплитудно-частотная характеристика выходного фильтра $B_0 = 20$ МГц

- $G_P = H_{out}^{-1}$ вектор предыскажений,
- $H_{out}\mathchar`$ амплитудная характеристика выходного фильтра,
- (\circ) произведение Адамара $(a \circ b)_i = a_i b_i$.



Рис. 7. Характеристика предыскажений для выходного фильтра (см. рис.6)

В приемнике синфазная и квадратурные составляющие принимаемого сигнала фильтруются фильтром нижних частот с полосой пропускания $f_{cif} \approx f_{cof}$ (см. рис.6). Входной фильтр используется в качестве регуляризатора по типу А. Н. Тихонова [15], в котором ограничение накладывается на оценку импульсной характеристики канала $h(\tau, t)$.

Таким образом формулы (5 и 6) для канала с дискретным временем преобразуются соответственно в:

$$T_F \ge T_N + 2T_s \left[\frac{\tau_c + \tau_p}{T_s} \right] + \tau_{out} + \tau_{in}, \tag{13}$$

$$T_{Symb} = T_N + T_s \left[\frac{\tau_c + \tau_p}{T_s} \right] + \frac{\tau_{out} + \tau_{in}}{2}, \tag{14}$$

где

- $-\tau_{out} = T_s l_{out} \leq \tau_c,$
- $-\tau_{out} = T_s l_{out} \le \tau_c,$

- *lout*, *lin*- длины выходного и входного КИХ фильтров.

Последовательность элементов $\{x_n\}, n = 0, 1, ..., N - 1$ вектора **x** (10) будет соответствовать временному сигналу

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{\frac{2\pi jkt}{T_N}}, 0 < t < T_N,$$
(15)

взятые в моменты времени $t = n \frac{T_N}{N}$, где n = 0, 1, ..., N - 1.

Для обеспечения ортогональности суперпозиции принимаемых сигналов (3) и устранения влиянием межсимвольной интерференции (МСИ) длительность циклического префикса, как следует из (14), равна

$$T_e = T_s \left[\frac{\tau_c + \tau_p}{T_s} \right] + \frac{\tau_{out} + \tau_{in}}{2}$$
(16)

или, в отсчетах

$$N_e = \left\lceil \frac{\tau_c + \tau_p}{T_s} \right\rceil + l_{out} + l_{in},\tag{17}$$

а сам префикс из $x_{N-N_e}, x_{N-N_e+1}, ..., x_{N-1}$. На приемной стороне первые N_e отсчетов отбрасываются за ненадобностью.

Если импульсная характеристика канала связи h_k^{ji} , $k = 0, 1, ..., \left\lceil \frac{\tau_c}{T_s} \right\rceil$ между передатчиком абонента a_i , то коэффициент передачи на *n*-ой поднесущей равен

$$H_n^{ji} = \sum_{k=0}^{\left\lceil \frac{\tau_c}{T_s} \right\rceil} h_k^{ji} e^{-\frac{2\pi j k n}{N}}$$
(18)

Благодаря префиксу суммированные на входе приемника сигналы от разных передатчиков не интерферируют как и их смежные символы и, следовательно, сигнал на выходе БПФ приемника может быть представлен в виде

$$\tilde{X}_n = \sum_j H_n^{ji} X_n^{ji} + \eta_n, n = 0, 1, ..., N - 1$$
(19)

3. МОДЕЛЬ КАНАЛА СВЯЗИ

Канал, как среда распространения между передающей и приемной антенами, характеризуемая коэффициентами передачи включает в себя три основных фактора (компоненты), приводящие к уменьшению или увеличению мощности принятого сигнала: затухание сигнала при распространении, затухание при затенении, например строениями или деревьями на пути распространения сигнала, и многолучевости, т.е. объекты на пути распространения создают копии переданного сигнала, принимаемые приемником с некоторой задержкой и ослаблением.

3.1. Статистическая модель затухания в стандарте COST-231[14]

В 1968 г. Ү.Окитига предложил эмпирическую модель распространения радиоволн, основанную на результатах измерений, проведенных в нескольких районах г.Токио (Япония). Первоначально модель представляла собой набор кривых распространения для различных частот излучения и типов местности. В 1980 г. М.Наta, исследуя модель Окумуры, аппроксимировал кривые распространения математическим выражением. Расширенная модель Хата вычисляет энергетические потери при распространении:

$$f_{prop}(F_c, h_1, h_2, R, env) = E_R + T(G(\sigma))$$

где E_R - напряженность электромагнитного поля

T(G(s)) - мгновенное отклонение от среднего значения

*F*_c - частота излучения, МГц;

*h*₁ - эффективная высота подвеса антенны передатчика БС на расстоянии 3-15 км, м;

 h_2 - высота подвеса антенны приемника над поверхностью земли, м;

 $H_{Ms} = \min(h1, h2)$

 $H_{Bs} = \max(h1, h2)$

 $R\mathchar`-$ расстояние до передатчика, км. ;

env - параметр, характеризующий условия передачи (в помещении/в открытом пространстве), (сельская, городская или пригородная местность), распространение выше или ниже крыш

Случай 1 $~R \leq 0.04 km$

$$E_R = 32.4 + 20\log_{10}F_c + 10\log_{10}\left[R^2 + \frac{(H_{BS} - H_{MS})^2}{10^6}\right]$$

Случай 2

$$a(H_{Ms}) = (1.1\log(f_c) - 0.7) - \min(10; H_{Ms}) - (1.56\log(f_c) - 0.8) + \max(0; 20\log(H_{Ms}/10))$$

 $b(H_{Bs}) = \min(0; 20\log(H_{Bs}/30))$

$$\alpha = \begin{cases} 1, R \leq 20km \\ 1 + (0.14 + 1.87 \cdot 10^4 f_c + 1.07 \cdot 10^3 H_{Bs}) (\log R/20)^{0.8}, 20km < R < 100km \end{cases}$$

Городская застройка

 $30 \mathrm{M} \Gamma$ ц $< F_c \leq 150 \mathrm{M} \Gamma$ ц

$$E_R = 69.6 + 26.2 \log(150) - 20 \log(\frac{150}{f_c}) - 13.82 \log(\max(30; H_{Bs})) + \alpha(44.9 - 6.55 \log(\max(30; H_{Bs}))) \log(R) - a(H_{Ms}) - b(H_{Bs})$$

150МГ
ц $< F_c \leq 1500$ МГц

$$E_R = 69.6 + 26.2 \log(f_c) - 13.82 \log(\max(30; H_{Bs})) + \alpha(44.9 - 6.55 \log(\max(30; H_{Bs}))) \log(R) - \alpha(H_{Ms}) - b(H_{Bs})$$

1500 МГ
ц $< F_c \leq 2000$ МГц

$$E_R = 69.6 + 26.2 \log(150) - 13.82 \log(\max(30; H_{Bs})) + \alpha(44.9 - 6.55 \log(\max(30; H_{Bs}))) \log(R) - \alpha(H_{Ms}) - b(H_{Bs})$$

2000 МГ
ц $< F_c \leq 3000$ МГц

$$E_R = 46.3 + 33.9 \log(2000) + 10 \log(\frac{f_c}{2000}) - 13.82 \log(\max(30; H_{Bs})) + \alpha(44.9 - 6.55 \log(\max(30; H_{Bs}))) \log(R) - a(H_{Ms}) - b(H_{Bs})$$

Пригородная местность

$$E_R = E_{R \text{ город}} - 2\left(\log\frac{\left(\min(\max(150; f_c); 2000)\right)}{28}\right)^2 - 5.4$$

Открытое пространство

$$E_R = E_{R \text{ город}} - 4.78 \left(\log \frac{(\min(\max(150; f_c); 2000))}{28}\right)^2 + 18.33 \log(\min(150; f_c)) - 40.94$$

Случай З $\ 0.04 < R < 0.1$

$$E_R = E_R(40) + \frac{\log(R) - \log(40)}{\log(100) - \log(40)} (E_R(100) - E_R(40))$$

3.2. Модель многолучевого канала с замираниями COST-207[13]

Модель канала подвижной связи COST207 была разработана для сетей GSM и определяет профили мощности каналов и допплеровские спектры отводов при различных условий распространения радиоволи: равнины, города, холмистой местности.

В дальнейшем будем предполагать, что в качестве среды распространения рассматривается модель многолучевый канал с селективными замираниями COST207 программная реализация которой входит в состав MATLAB. COST207 определяет четыре доплеровских спектра (CLASS, GAUSS1, GAUSS2, RICE) и четыре профиля мощности [4].

1. Для равнинной местности (RA), с длиной импульсного отклика $\tau_{max} \leq 0.7$ мс.

- RAx4 -с четырьмя отводами
- RAx6 -с шестью отводами

2. Для типичной городской (TU, $\tau_{max} \leq 0.5$ мс), плохой городской (BU, $\tau_{max} \leq 10$ мс), холмистой (HT, $\tau_{max} \leq 20$ мс)

- TUx6, BUx6, HTx6 -с шестью отводами
- TUx6alt, BUx6alt, HTx6alt с шестью отводами альтернатива
- TUx12, BUx12, HTx12 с двенадцатью отводами
- TUx12alt, BUx12alt, HTx12alt- с двенадцатью отводами альтернатива

HOLLOP	Papuruung Moemucem RA		Tunung poponerog TI		Hover poporered BU		YOUNDER HT	
номер	гавнинная местность пА		типичная городская 10		похая городская во		лолмистая п1	
луча	Задержка	Мощность	Задержка	Мощность	Задержка	Мощность	Задержка	Мощность
	(мкс)		(мкс)		(мкс)		(мкс)	
1	0	0	0	-3	0	-2.5	0	0
2	0.1	-4	0.2	0	0.3	0	0.1	-1.5
3	0.2	-8	0.5	-2	1.0	-3	0.3	-4.5
4	0.3	-12	1.6	-6	1.6	-5	0.5	-7.5
5	0.4	-16	2.3	-8	5.0	-2	15.0	-8.0
6	0.5	-20	5.0	-10	6.6	-4	17.2	-17.7

Таблица 1. Параметры для модели канала COST 207 с 6 отводами [13]

4. ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКОГО ДИАПАЗОНА СИСТЕМЫ

При построении приемника/передатчика OFDM-MFSK требуется ориентироваться на множество факторов, с одной стороны экономического характера, т. е. минимизация цены и физического размера конечного изделия, с другой стороны АЦП-ЦАП должны обеспечивать требуемую вероятность ошибки демодуляция при заданном отношении сигнал/шум во всем диапазоне расстояний между передатчиками [9].

4.1. Динамический диапазон АЦП-ЦАП

Шум квантования возникает при округлении значений выборки аналогового сигнала. Обозначим через A_{clip} уровень клипирования *n*-битного ЦАП, тогда шаг квантования

$$\Delta u = \frac{2A_{clip}}{2^n - 1} \approx \frac{A_{clip}}{2^{n-1}},$$

Средний уровень шума квантования в предположении о том, что он равномерно распределен в интервале от $\frac{-\Delta u}{2}$ до $\frac{\Delta u}{2}$:

$$\sigma_{dac}^2 = \frac{1}{\Delta u} \int_{-\frac{\Delta u}{2}}^{\frac{\Delta u}{2}} x^2 dx = \frac{\Delta u^2}{12}$$

. Обозначим через SQNR отношение средней энергии сигнала E_s к шуму квантования, тогда

$$SQNR = \frac{E_s}{\sigma_{dac}^2} = \frac{12E_s}{\Delta u^2} \approx 3\frac{2^{2n}E_s}{A_{clip}^2} = 3\frac{2^{2n}}{PAPR},$$

где

 $PAPR = \frac{A_{clip}^2}{E_s}$ - отношение пиковой мощности к средней мощности сигнала (пик-фактор).

Шум квантования может быть уменьшен за счет избыточной дискретизации (увеличения частоты квантования по сравнению с частотой Найквиста) и дополнительной фильтрации сигнала полосовым фильтром шириной равной рабочей полосе, тогда

$$SQNR(dB) \approx 6.02n + 4.76 - 10 \log_{10}(PAPR) + 10 \log_{10}(OSR),$$

где

 $OSR = rac{F_{sample}}{F_N},$ F_{sample} - частота квантования,

*F*_N - частота Найквиста.

Мощность теплового шума рассчитывается по формуле Найквиста в рабочей полосе частот B:

$$e_t^2 = 4k_B T R B,$$

где

 $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана,

Т - температура в Кельвинах,

R - активное сопротивление.

Спектральная мощность теплового шума находится как

$$s^2 = e_t^2 / B = 4k_B T R$$

На рис.8 показан динамический диапазон передатчика и приемника рассматриваемой системы из которого видно, что для реализации передатчика требуется 8-ми разрядный ЦАП, когда для реализации приемника необходимо использование 15-ти разрядного АЦП.

4.2. Динамический диапазон БПФ

Динамический диапазон БПФ для чисел с плавающей запятой

Динамический диапазон БПФ с прямоугольным окном и прореживанием по времени для чисел с плавающей запятой IEEE 754.

Допустим, что необходимо выполнить операцию ОБПФ:

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{\frac{2\pi j n k}{N}}, n = 0, 1, ..., N - 1,$$

где X(k) - элементы вектора $X \in \mathbb{R}^N, i = \sqrt{-1}.$



Рис. 8. Динамический диапазон передатчика и приемника системы

Пусть комплексный вектор \hat{y} является представлением вектора y в формате представления чисел с плавающей запятой IEEE 754. Введем оператор $float(\bullet)$ такой, что $\hat{y} = float(y)$. Оценим следующие величины отношения энергии шума к энергии сигнала (NSR) как:

$$NSR = \frac{\|x - \hat{x}\|_{RMS}}{\|x\|_{RMS}}$$
$$NSR_{\max} = \frac{\|x - \hat{x}\|_{max}}{\|x\|_{RMS}},$$

И

где

 $||z||_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{N-1} |z(k)|^2}{N}}, a ||z||_{\max} = \max_k |z(k)|.$

В монографии [10] показано, что если представления с плавающей запятой float(a) и float(b) чисел a и b, то их сумму и произведение можно представить, как

$$float (a + b) = a (1 + \varepsilon \theta) + b (1 + \varepsilon \theta),$$

a

$$float(ab) = ab(1 + \varepsilon\theta),$$

где

при вычислении БП Φ с расширением аккумулятора на 1 знак (t + 1 знак в мантиссе):

 $-\varepsilon = 0.5\beta^t$ (суммирования с округлением); $-\varepsilon = \beta^t$ (суммирование с отбрасыванием),

при вычислении БПФ без расширения (t знаков в мантиссе):

- $\varepsilon = 0.5 \left(1 + \frac{1}{\beta} \right) \beta^{1-t}$ (суммирование с округлением); $-\varepsilon = \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\beta^{1-t}$ (суммирование с отбрасыванием),

- $-1 \le \theta \le 1$, переменная,
- β основание системы счисления,
- t количество разрядов в мантиссе в представлении с плавающей запятой по основанию β.

Введем константу $\gamma \ge 0$ такую, что

$$float (sin (float (a))) = sin (a) + \gamma \theta \varepsilon$$

И

$$float\left(\cos\left(float\left(a\right)\right)\right) = \cos\left(a\right) + \gamma\theta\varepsilon.$$

Тогда, как следует из [11]

$$\frac{\left\|y - \hat{y}\right\|_{RMS}}{\left\|y\right\|_{RMS}} < K\left(N, \gamma\right)\varepsilon + \mathcal{O}\left(\varepsilon^{2}\right),$$

a

$$\frac{\left\|y-\hat{y}\right\|_{max}}{\left\|y\right\|_{RMS}} < \sqrt{N} K\left(N,\gamma\right)\varepsilon + \mathcal{O}\left(\varepsilon^{2}\right),$$

где

- $K(2^M, \gamma) = (3 + \sqrt{2} + 2\gamma) M - (3 + 2\gamma)$ для БПФ по основанию 2, - $K(4^M, \gamma) = (8 + 2\gamma) M - (3 + 2\gamma)$ для БПФ по основанию 4.

Согласно стандарта IEEE 754:

 $\beta = 2,$

t=52для чисел с двойной точностью
иt=23для чисел с одинарной точностью, т.е.
 $\varepsilon=\beta^t=2^{-52}$ для чисел с двойной точностью
и $\varepsilon=2^{-23}$ для чисел с одинарной точностью,
 $\theta=1.$

На рис.9 представлены нижняя и верхняя границы динамического диапазона БПФ для плавающих чисел с одинарной и двойной (см. рис.10) точностью из которых следует, что для реализации приемника системы достаточно использования алгоритмов с одинарной точностью.

Динамический диапазон БПФ для чисел с фиксированной точкой

Динамический диапазон БПФ с прямоугольным окном и прореживанием по времени для чисел с фиксированной точкой.

Пусть БПФ вычисляется устройством с фиксированной запятой в формате (b,1), b – количество двоичных разрядов после запятой и

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k) e^{\frac{-2\pi j nk}{N}}, n = 0, 1, ..., N - 1,$$

Для выполнения операции БПФ необходимо последовательно вычислить $M = \log_2 N$ векторов X_m при этом вектор X_m вычисляется из вектора X_{m-1} . Умножение двух комплексных чисел производятся над числами с фиксированной запятой, то каждый результат арифметической операции должен быть либо округлен до целого (b - бит), либо дробная часть должна быть отброшена. При вычислении элементов вектора X_m чтобы избежать переполнения при



Рис. 9. Характеристика ОШС для операции БПФ над числами с плавающей запятой IEEE 754 одинарной точности в зависимости от γ



Рис. 10. Характеристика ОШС для операции БПФ над числами с плавающей запятой IEEE 754 двойной точности в зависимости от γ

сложении двух комплексных чисел с фиксированной запятой элементы вектора X_{m-1} должны быть сдвинуты на один разряд вправо, т.е. $X_{m-1}(n) = \frac{X_{m-1}(n)}{2}$

Следовательно, в результате вычислений БП
Ф получим вектор ошибкиE,где

$$E(n) = X(n) - \hat{X}(n), n = 0, 1, ..., N - 1$$

Определим отношение энергии шума к энергии сигнала (ОШС), как

$$NSR_{\min} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} E|E(n)|^2}{\max \sum_{n=0}^{N-1} |X(n)|^2} = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} E|E(n)|^2}{2}$$

В работе [12] показано, что при реализации алгоритма: с округлением и сдвигом элементов вектора:

$$NSR_{\min} = \frac{2^{-2b} \left[\left(2 + \frac{\alpha}{6} \right) N^3 - \left(2 + M + \frac{\alpha}{3} M \right) N^2 \right]}{2}$$

с округлением, но без сдвига элементов вектора:

$$NSR_{\min} = \frac{\alpha}{2} \frac{2^{-2b}}{12} \left(\frac{N^2}{6} - N + \frac{4}{3}\right)$$

На рис.11 представлены оценки динамического диапазона БПФ для чисел с фиксированной запятой из которых следует, что для реализации приемника системы необходимо использования чисел формата (32,31).



Рис. 11. Характеристика ОШС для операции БПФ размерности $N=2^M$ над числами с фиксированной запятой в зависимости от M

4.3. Стабильность частоты и шум (jitter) опорного генератора

Воздействие внешних (шумы источника питания, температура и пр.) и внутренних (старение элементов) дестабилизирующих факторов на генератор опорной частоты (ГОЧ) приводит

к тому, что амплитуда и фаза сигнала ГОЧ $S(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t), 0 \le t \le \infty$ со временем изменяется

$$S(t) = A(t) \cos \left[2\pi f(t)t\right], 0 \le t \le \infty,$$

где

$$A\left(t\right) = A_0 + A_r\left(t\right),$$

 $A_r(t)$ - случайные изменения амплитуды ГОЧ,

$$f(t) = f_0 [1 + \eta(t)] + f_r(t),$$

где

 $\eta(t)$ - относительная (медленная) нестабильность частоты ГОЧ за заданный период времени (день, месяц, год и т.п.),

 $f_r(t)$ - случайные быстрые изменения частоты (кратковременная нестабильность).

Например, малогабаритный термокомпенсированный управляемый напряжением кварцевый генератор ГК176-УНТК фирмы "Морион" имеет следующие характеристики:

точность настройки - $f_0 (1 \pm 0.5 \cdot 10^{-6}),$

температурная нестабильность в диапазоне $-20...+70^{\circ}C - f_0 (1 \pm 0.1 \cdot 10^{-6}),$

нестабильность частоты при изменении напряжения питания, $\pm 5\%$ - $f_0 (1 \pm 0.2 \cdot 10^{-6})$,

нестабильность частоты при изменении нагрузки, $\pm 5\%$ - $f_0 (1 \pm 0.1 \cdot 10^{-6})$,

спектральная плотность мощности фазовых шумов, для частоты 12.8 МГц при отстройке на:

100 Гц - -120 дБ/Гц,

1000 Гц – -140 дБ/Гц,

10 к Γ ц – -150 д B/Γ ц.

Следовательно, при использовании кварцевого генератора ГК176-УНТК и частоте дискретизации 20 МГц из-за набега фазы расхождение двух устройств на один отсчет (50 нс) произойдет через 100 мс. Использование ультрапрецизионного генератора ГК142-ТС (точность настройки - $f_0 (1 \pm 1.0 \cdot 10^{-10}))$ с двойным термостатированием увеличивает этот интервал времени до 8 с. Из этих двух примеров следует, что реализация рассматриваемой системы при использовании стандартных генераторов невозможна. Рассмотрим возможность реализации системы при синхронизации опорного генератора от спутниковых навигационных систем (CHC).

Стабильность частоты при синхронизации от GPS/ГЛОНАС

Синхронизация опорного генератора по сигналам спутниковых навигационных систем ГЛО-НАСС и GPS.

Смещение бортовой шкалы времени определяется двумя факторами: стабильностью частоты бортового опорного эталона частоты и задержками в бортовой аппаратуре. Изменение дисперсии ошибки формирования бортовой шкалы времени между моментами коррекции аппроксимируется следующими формулами:

для цезиевого эталона - $\delta^2(t) = 2.5 \cdot 10^{-21} (t - t_k) + 5.76 \cdot 10^{-26} (t - t_k) (c^2);$ для рубидиевого эталона - $\delta^2(t) = 10^{-20} (t - t_k) + 1.44 \cdot 10^{-24} (t - t_k) (c^2),$ где

t - текущее время,

 t_k - время коррекции.

На рис.12 представлены зависимости дисперсии ошибки бортовой шкалы времени от времени для цезиевого и рубидиевого эталонов.



Рис. 12. Дисперсия ошибки бортовой шкалы времени

Наземный командно-измерительный комплекс корректирует бортовую шкалу времени, чтобы $\delta(t) \leq 10$ нс. Из рис.12 видно, что временной интервал коррекции бортовых эталонов частоты составляет для:

цезиевого эталона – 140 мин;

рубидиевого эталона – 90 мин.

В промежутках между коррекцией на борту формируется модель ухода бортовой шкалы времени и ее параметры передаются потребителям в служебном сообщении. Непрогнозируемые отклонения бортовой шкалы времени могут достигать 1 нс на интервале 1 ч. Для компенсации релятивистских уходов бортового времени частоту эталона уменьшают относительно номинала на 4.55 · 10⁻¹⁰ Гц. Коррекция остаточного влияния эффектов гравитационного сдвига частоты осуществляется потребителем с помощью поправки на основе получаемых служебных данных

$$\Delta t_p = -\frac{\sqrt{\mu}}{c^2} e \sqrt{a} \sin\left(E\right)$$

где

а - большая полуось орбиты спутника,

е - эксцентриситет орбиты спутника,

E - эксцентрическая аномалия,

Рассмотрим две станции A и B [16], оснащенные приемником временных меток СНС, тогда по локальному времени приема меток для стации A составит T_A , а для B- T_B . Обозначим через:

 r_A -расстояние между спутником и станцией A;

 r_B -расстояние между спутником и станцией B;

 $\tau_A = \frac{r_A}{c}$ - время распространения радиоволн от спутника до станции A;

 $\tau_B = \frac{r_B}{c}$ - время распространения радиоволн от спутника до станции B;

 $\Delta \tau_A, \Delta \tau_B$ - ошибка во времени распространения радиоволн до станции A и B;

c - скорость света.

Тогда разность времен составит

$$\tau_{AB} = (T_A - \tau_A - \Delta\tau_A) - (T_B - \tau_B - \Delta\tau_A) = (T_A - T_B) - (\tau_A - \tau_B) - (\Delta\tau_A - \Delta\tau_B).$$

 $\Delta \tau = \Delta \tau_{eph} + \Delta \tau_{trop} + \Delta \tau_{ion} + \Delta \tau_{mpp},$

где

 $\Delta \tau_{eph}$ - эфемеридная составляющая;

 $\Delta \tau_{trop}$ - тропосферная составляющая;

 $\Delta \tau_{ion}$ - ионосферная составляющая;

 $\Delta \tau_{mpp}$ - составляющая, обусловленная многолучевостью распространения радиоволн.

При радиусе радиовидимости $R_p = 5$ км разность времен распространения сигнала 1pps составляет 2.1 нс. Среднеквадратичное значение эфемеридной компоненты не превышает 3 нс, однако достоверность передаваемых со спутника частотно-временных поправок и эфемерид зависит от срока, прошедшего с момента из закладки в память бортового компьютера и среднеквадратичная погрешность зависит от <возраста> данных:

3 мкс – при <возрасте> 1 день,

4 мкс – при <возрасте> 1 неделя.

Вторая группа погрешностей связана с эффектом рефракции сигнала от спутника в тропосфере и ионосфере Земли и зависит от широты наземной станции приема. При компенсации атмосферной рефракции в тропосферном слое скорость изменения задержек не превышает 33 нс/ч. Задержка в ионосферном слое на частоте 1.6 ГГц изменяется в широких пределах от 5 до 500 нс в зависимости от района Земли, времени суток, времени года, солнечной и геомагнитной активности и ее необходимо учитывать, если требуется получить точность не хуже 27 нс.

Погрешность из-за многолучевости распространения сигнала со спутника в среднем находится в пределах 3-10 нс, но не превышает 27 нс.

На рис.13 представлены зависимости дисперсии Аллана [17] (среднеквадратическое относительное двухвыборочное отклонение) от времени усреднения опорных генераторов засинхронизованных системой фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) от временного сигнала 1pps и по алгоритму PPP (Precise Point Positioning) [18].

Из рис.13 видно, что используя стандартную ситему ФАПЧ от сигнала 1pps CHC можно добится стабильности 10^{-12} через 12 суток, при этом набег фазы расхождение двух устройств на один отсчет (50 нс) произойдет через 14 часов, однако при работе ФАПЧ по алгоритму PPP стабильность 10^{-13} достигается через 3 минуты и увеличивает интервал до 6-ти дней.

Таким образом, с точки зрения синхронизации абонентов рассматриваемой беспроводной сети от систем СНС становится практически реализуемой.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

На основе вышеизложенного была построена иммитационная модель физического уровня сети и определен динамический диапазон принимаего сигнала, а также определены вероятностные параметры приемника сигналов со списком (рангами) Рассматривается многопользовательская система связи из S = 100 пользователей на несушей $f_c = 800$ МГц при ширине полосы B = 20 МГц и q=64. На рисунке 14 изменение отношения сигнал шум на входе приемника при изменении расстояния между приемником и передатчиком при OFDM-MFSK при



Рис. 13. Дисперсия Аллана для ФАПЧ, реализованных по сигналу 1ррѕ и по алгоритму РРР



Рис.14. Отношение сигнал/шум на входе прриемника в зависимости от расстояния по модели Хата (COST231)



Fc = 800MHz, Channel - AWGN, Vmax = 100 km/h, # abonents = 100, Po = 5.0W, q = 64 out of Q = 6654

Рис. 15. Зависимость вероятности ошибки на символ и на бит от расстояния

Q = 6654 в (11) и q = 64. При некоординированной передаче со случайным распределением абонентов в зоне обслуживани, происходит ослабление полезного сигнала, и усиление сигнала от других пользователей, что приводит к возникновению списка величин возможных решений демодулятора

Из рисунка 17 видно, что при расстоянии между приемником и передатчиком < 2.3 км полезный сигналал будет обладать большей мощностью и будет находиться в среднем во главе списка, при большем расстоянии он опустится на вторую позицию, но длина списка L_r , как показано на рисунке 18 при числе пользователей S = 100 должна быть $L_r = 9$, а распределение вероятностей нахождения полезного сигнала в списке показано на рисунке 19.

При уменшении размерности M в MFSK M = 16, аналог рисунков 16-19 см. 20-24

При многопользовательском приеме в многолучевом канале по стандарту COST207 RA аналог рисунков 16–19 представлен на рисунках 25–29

6. ВЫВОДЫ

В работе показана принципиальная возможность построения мобильной беспроводной одноранговой децентрализованной сети передачи данных на основе OFDM-MFSK, определены вероятностные характеристики демодулятора такой системы, и определены требования к сигнальнокодовой конструкции, выявлены проблемы синхронизации и определены требования к спутниковой навигации для их решения. Для реализации передатчика требуется 8-ми разрядный ЦАП, а для реализации приемника необходимо использование 15-ти разрядного АЦП.



Рис. 16. Вероятность того, что в списке нет полезного сигнала и вероятность списка нулевой длины в зависимости от расстояния в АБГШ и COST231



Рис. 17. Усредненнное положение полезного сигнала в списке в зависимости от расстояния в АБГШ и COST231



Рис. 18. Средняя длина списка в завиимости от расстояния в канале с АБГШ и COST231



Рис. 19. Вероятность появления полезного сигнала на позиции в списке для расстояния 0,45 и 4,772 километров в канале с АБГШ и COST231



Рис. 20. Вероятность того, что в списке нет полезного сигнала и вероятность списка нулевой длины в зависимости от расстояния в канале с АБГШ и COST231



Рис. 21. Зависимость вероятности ошибки на символ и на бит от расстоянияв в канале с АБГШ и COST231



Рис. 22. Усредненнное положение полезного сигнала в списке в зависимости от расстояния в канале с АБГШ и COST231



Рис. 23. Средняя длина списка в завиимости от расстояния в канале с АБГШ и СОЅТ231



Рис. 24. Вероятность появления полезного сигнала на позиции в списке для расстояния 0,45 и 4,772 километров в канале с АБГШ и COST231



Channel -3gppRAx Number of users=100 P0 = 5BT q=64 Q = 6654

Рис. 25. Вероятность того, что в списке нет полезного сигнала и вероятность списка нулевой длины в зависимости от расстояния в COST207 и COST231



Рис. 26. Зависимость вероятности ошибки на символ и на бит от расстояния в COST207 и COST231



Рис. 27. Усредненнное положение полезного сигнала в списке в зависимости от расстояния в COST207 и COST231



Рис. 28. Средняя длина списка в завиимости от расстояния в COST207 и COST231



Рис. 29. Вероятность появления полезного сигнала на позиции в списке для расстояния 0,45 и 4,772 километров в COST207 и COST231

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Proakis J. Digital communication McGraw-Hill Science/Engineering 2007
- 2. Фролов А.А., Зяблов В.В. Метод кодирования для Q-частотного гауссовского канала с S пользователями, Информационные процессы, 2014, т. 14 № 2, стр. 151–159.
- Nakache Y.-P., Molisch A., OFDM transmitter for generating FSK modulated signals, Patent, June 2007, United States Patent US7227903.
- Жилин И. В., Потапов В. Г. О методах моделирования канала COST 207, Сборник трудов 35-й конференции молодых ученых и специалистов
 «Информационные технологии и системы» 2012, (19 - 25 августа, Петрозаводск, Россия).
- 5. C.-D. Chung and F.-C. Hung, Noncoherent maximum-likelihood block detection of orthogonal NFSK-LDPSK signals, IEEE Transactions on Vehicular Technology, March 2002, vol. 51, no. 2, pp. 283-292.
- D. Divsalar and M. K. Simon, Multiple-symbol differential detection of MPSK, IEEE Transactions on Communications, March 1990, vol. 38, no. 3, pp. 300-308.
- M. Wetz, I. Perišs, W. G. Teich, and J. Lindner, OFDM-MFSK with differentially encoded phases for robust transmission over fast fading channels, in Proc. 11th International OFDM-Workshop, Hamburg, Germany, August 2006.
- 8. M. Wetz, I. Periša, W. G. Teich, and J. Lindner, Robust transmission over fast fading channels on the basis of OFDM-MFSK, Wireless Personal Communications, vol. 47, no. 1, pp. 113-123, October 2008.
- 9. Lydi Smaini, RF Analog Impairments Modeling for Communication Systems Simulation: Application to OFDM-based Transceivers Hoboken, NJ,USA: Wiley, 2012.
- 10. L. H. Wilkinson Rounding Errors in Algebraic processes, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.1963
- 11. G.U. Ramos Roundoff Error Analysis of the Fast Fourier transform, Math. Comp 25,757-768 1971
- T. Thong, D. Liu Fixed-Point Fast Fourier Transform Error Analysis, IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Proc., Vol. ASSP-24, No. 6, 563-573 1976
- COST 207 Digital Land Mobile RadioCommunications Final Report, 14 March 1984, 13 September 1988. Information Technologies and Sciences Series. Office for Office Publ. of the European Communities, 1989.
- 14. COST 231, Digital mobile radio towards future generation systems, Final Report, 1996. Information Technologies and Sciences Series. Office for Office Publ. of the European Communities,
- 15. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974, 222 с.
- D. Allan, M. Weiss, Accurate time and frequency transfer during common-view of GPS satellite, Proc. 34th Ann. Freq. Symposium, USAERADCOM, May, 1980, pp. 334-346
- D. Allan, J. Barnes, A modified "Allan Variance" with increased oscillator characterization ability, Proc. 34th Ann. Freq. Symposium, USAERADCOM, May, 1981, pp. 470-475
- D. Orgiazzi, P. Tavella, F. Lahaye, Experimental Assessment of the Time Transfer Capability of Precise Point Positioning (PPP), Proc. Frequency Control Symposium and Exposition, 337-345, 2005

Symbol synchronisation in multiple access scheme based on OFDM-MFSK

Potapov V. G., Zigangirov D. K., Zyablov V. V.

In this paper we study the dynamic range of the decentralised wideband code division multiple access communication system based on OFDM-MFSK modulation and noncoherent detection depending on the accuracy of the reference clock oscillator, reference clock oscillator jitter, we study issues related to the symbol timing of the receiver and transmitters, as well as the dynamic range of the received signal. The unified standard propagation models COST 207 and COST 231 are considered as models of the communication channel.

KEYWORDS: synchronisation, ADC/DAC dynamic range, channel model, Glonas/GPS, OFDM-MFSK, multiple access, noncoherent detection