

## Отслеживание подводной цели с использованием пеленгационных измерений<sup>1</sup>

А.Б. Миллер, Б.М. Миллер

*Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия*

Поступила в редколлегию 07.04.2016

**Аннотация**—Цель данной работы заключается в получении оценок положения и скорости цели, преследуемой наблюдателем. Наблюдатель оснащен пеленгатором, который измеряет углы азимута и возвышения на цель, а так же дальность до нее. В виду нелинейности такого рода измерений подобные задачи обычно решаются с помощью нелинейных фильтров, однако большинство из этих фильтров производят оценку с неизвестным смещением и отсутствием оценок точности. Одной из важных проблем также является ненаблюдаемость цели. В работе мы предлагаем метод псевдо-измерений, преобразующий задачу оценивания к линейной, что дает возможность оценить координаты и скорость движущейся цели, а также преодолеть ненаблюдаемость. Результаты компьютерного моделирования демонстрируют хорошее качество предложенного алгоритма в задаче пассивного преследования цели, когда измеряются только углы на цель.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** АНПА, БПЛА, пеленгационные измерения, калмановская фильтрация, управление, наблюдаемость

### 1. ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

#### 1.1. Описание задачи

Одной из важных задач в области беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) и автономных подводных аппаратов (АНПА) является определение координат неподвижных или движущихся целей. При этом аппараты могут работать как в пассивном режиме, когда определяются только углы на цель, так и в активном режиме, в котором дополнительно измеряется дальность до цели. Интерес представляет пассивный режим наблюдения, при котором наблюдатель не раскрывает своего собственного положения. В данной работе мы рассматриваем задачу преследования цели наблюдателем, использующим только пеленгационные измерения. Этот тип измерений является типичным для большинства оптических, оптико-электронных и радиолокационных систем наблюдения. Пеленгационные измерения дают только угловые положения объектов, что приводит к необходимости в использовании нелинейной фильтрации, например расширенного фильтра Калмана [1], сигма-точечного фильтра Калмана с интерполяцией [2], методов Монте-Карло (многочастичных фильтров) [3], кубатурных фильтров [4], [5]. Указанные фильтры производят оценку с неизвестным смещением и отсутствием оценок точности, а так же им свойственна потеря наблюдаемости в случае большой начальной ошибки наблюдения и маневрирования цели [6]. Некоторые из этих фильтров требуют большой производительной мощности, что является затруднительным в случае автономной миссии аппарата-наблюдателя. Существует так называемый метод псевдо-измерений [7], который дает тот же уровень точности, что и описанные выше фильтры, при этом являющийся более простым в

<sup>1</sup> Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 16-31-60049.

реализации и более устойчивым особенно в случае использования пеленгационных измерений [8]. Недавно нами был разработан модифицированный фильтр Калмана с использованием псевдо-измерений (ПКФ), который работает при произвольном распределении шума и позволяет устранить смещение оценок и дает квадратичные оценки точности, что является очень важным для процесса комплексирования различных каналов наблюдения [9]. В наших ранних работах предложенный фильтр использовался в задачах управления БПЛА на основе пеленгации особых точек [10], [11], [12], пеленгации оптико и радио маяков [13], [14], в частности в задаче посадки БПЛА [15]. Данный метод сводится к решению системы линейных рекуррентных стохастических уравнений, в которых шум зависит от оцениваемых координат. Исходная задача сводится к проблеме калмановской фильтрации, решение которой дает несмещенные оценки координат и скорости цели, а также оценку их ковариационной матрицы, которая вычисляется рекуррентно подобно стандартному фильтру Калмана.

Большая часть работ в области отслеживания движущихся целей с помощью пеленгационных измерений относится к двумерному случаю, однако ПКФ может быть легко расширен на случай измерения двух углов (азимута и возвышения) [9] и даже измерения дальности [15]. Все это делает ПКФ особенно важным инструментом в области морской навигации в задачах отслеживания подводных объектов, где важно знать глубину погружения подводной цели, так же как и двумерные координаты цели. Новизна данной работы состоит в использовании относительно простого в реализации фильтра с использованием псевдо-измерениями в трехмерной модели. К тому же предложенный ПКФ осуществляет автоматическую регуляризацию ненаблюдаемости цели, которая может возникать даже в простых ситуациях при прямолинейном равномерном движений цели и преследователя [16], [17].

Структура статьи следующая. В следующем разделе описывается модель наблюдателя и цели, а также модель измерений, включая угол азимута, угол возвышения и дальность. Раздел III представляет краткое описание фильтра с использованием псевдо-измерениями. В разделе IV представлены результаты моделирования с кратким обсуждением появления ненаблюдаемости в детерминированных условиях. Последний раздел V содержит выводы и обсуждение дальнейших работ.

## 2. МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ НАБЛЮДАТЕЛЯ И ЦЕЛИ

### 2.1. Модель движения наблюдателя

Движение наблюдателя задается тремя координатами  $X(t_k)$ ,  $Y(t_k)$ ,  $Z(t_k)$ , скоростями  $V_x(t_k)$ ,  $V_y(t_k)$ ,  $V_z(t_k)$ . В каждый момент времени  $t_k = k\Delta t$ ,  $k = 1, 2, \dots$  вектор состояний наблюдателя

$$\mathbf{X}(t_k) = (X(t_k), Y(t_k), Z(t_k), V_x(t_k), V_y(t_k), V_z(t_k))^T$$

удовлетворяет следующему уравнению динамики:

$$\mathbf{X}(t_{k+1}) = F\mathbf{X}(t_k) + B\mathbf{A}(t_k), \quad (1)$$

где

$$\mathbf{A}(t_k) = (A_x(t_k), A_y(t_k), A_z(t_k))^T$$

это вектор ускорений наблюдателя, а матрицы  $F$  и  $B$  имеют следующий вид:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & \Delta t \end{pmatrix}.$$

2.2. Модель движения цели

Движение цели задается тремя координатами  $x(t_k)$ ,  $y(t_k)$ ,  $z(t_k)$ , скоростями  $v_x(t_k)$ ,  $v_y(t_k)$ ,  $v_z(t_k)$  и ускорениями  $a_x(t_k)$ ,  $a_y(t_k)$ ,  $a_z(t_k)$ , которые формируют вектор состояния цели из 9 элементов. В каждый момент времени  $t_k = k\Delta t$ ,  $k = 1, 2, \dots$  вектор состояния удовлетворяет уравнению:

$$\mathbf{x}(t_{k+1}) = Q\mathbf{x}(t_k) + \mathbf{W}(t_k), \quad (2)$$

где вектор текущих возмущений  $\mathbf{W}(t_k)$  имеет вид

$$\mathbf{W}(t_k) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, \sigma_x W_x(t_k), \sigma_y W_y(t_k), \sigma_z W_z(t_k))^T,$$

а матрица  $Q$ :

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 & \frac{\Delta t^2}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_z \end{pmatrix}.$$

Стоит заметить, что для ускорений уравнения выглядят следующим образом:

$$\begin{pmatrix} A_x(t_{k+1}) \\ A_y(t_{k+1}) \\ A_z(t_{k+1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_x A_x(t_k) \\ \alpha_y A_y(t_k) \\ \alpha_z A_z(t_k) \end{pmatrix} \Delta t + \begin{pmatrix} \sigma_x W_x(t_k) \\ \sigma_y W_y(t_k) \\ \sigma_z W_z(t_k) \end{pmatrix}.$$

Предполагаем, что коэффициенты  $|\alpha| < 1$ , что обеспечивает стационарность случайных ускорений, действующих на цель.

2.3. Измерения

В каждый момент времени  $t_k$  пеленгатор наблюдателя производит набор из трех измерений положения цели (см. Рис. 1). Измеряется угол азимута  $\phi(t_k)$ :

$$I(t_k) \frac{y(t_k) - Y(t_k)}{x(t_k) - X(t_k)} = I(t_k) (\tan \phi(t_k) + \varepsilon_k^\phi), \quad (3)$$

угол возвышения  $\lambda(t_k)$ :

$$I(t_k) \frac{z(t_k) - Z(t_k)}{y(t_k) - Y(t_k)} \sin \phi(t_k) = I(t_k) (\tan \lambda(t_k) + \varepsilon_k^\lambda) \quad (4)$$

и дальность  $l(t_k)$ :

$$I(t_k) \frac{z(t_k) - Z(t_k)}{\sin \lambda(t_k)} = I(t_k) (l(t_k) + \varepsilon_k^l), \quad (5)$$

где  $\varepsilon_k^\phi \sim \mathcal{WN}(0, \sigma_\phi^2)$ ,  $\varepsilon_k^\lambda \sim \mathcal{WN}(0, \sigma_\lambda^2)$ ,  $\varepsilon_k^l \sim \mathcal{WN}(0, \sigma_l^2)$  – некоррелированные случайные величины с нулевыми средними и дисперсиями  $\sigma_\phi^2, \sigma_\lambda^2, \sigma_l^2$ , являющиеся ошибками измерений пеленгатора и образующие последовательность белого шума ( $\mathcal{WN}$  – white noise). Индикаторная функция  $I(t_k)$  равна 1, когда в момент времени  $t_k$  цель находится в области действия пеленгатора наблюдателя и равна 0 в противном случае. Так же считаем, что в пассивном режиме измерение дальности не используются.

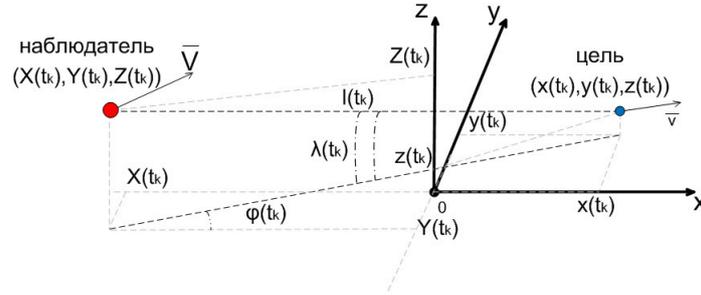


Рис. 1. Относительное положение наблюдателя и цели

### 3. МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ПСЕВДО-ИЗМЕРЕНИЙ

Используя метод псевдо-измерений [7], [8] разделяем в (3), (4), (5) наблюдаемые и ненаблюдаемые величины, что дает следующий вектор линейных измерений:

$$\mathbf{m}_k = \begin{pmatrix} m_k^\phi \\ m_k^\lambda \\ m_k^l \end{pmatrix} = I(t_k) \begin{pmatrix} x(t_k) \sin \phi(t_k) - y(t_k) \cos \phi(t_k) \\ + \varepsilon_k^\phi \cos \phi(t_k) (x(t_k) - X(t_k)) \\ y(t_k) \sin \lambda(t_k) - z(t_k) \sin \phi(t_k) \cos \lambda(t_k) \\ + \varepsilon_k^\lambda \cos \lambda(t_k) (y(t_k) - Y(t_k)) \\ z(t_k) - l(t_k) \sin \lambda(t_k) - \varepsilon_k^l \sin \lambda(t_k) \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Далее мы предполагаем, что в момент времени  $t_k$  получены

$$\hat{\mathbf{x}}(t_k), \hat{P}(t_k) = E(\mathbf{x}(t_k) - \hat{\mathbf{x}}(t_k))(\mathbf{x}(t_k) - \hat{\mathbf{x}}(t_k))^T,$$

где  $\hat{\mathbf{x}}(t_k)$  удовлетворяет соотношению

$$E(\hat{\mathbf{x}}(t_k)) = \mathbf{x}(t_k). \quad (7)$$

Затем используя алгоритм прогноза-коррекции [13], [14], [19] мы строим оценки ( $\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1})$ ,  $\hat{P}(t_{k+1})$ ) в момент времени  $t_{k+1}$ , удовлетворяющие условию несмещенности (7), на основе оценок, полученных в момент времени  $t_k$ , измерений  $m_k$ , известного положения наблюдателя и уравнений движения цели (2).

Таким образом, сначала строится прогноз вектора состояния цели и измерений с учетом того, что в момент времени  $t_{k+1}$  измерения  $m(t_{k+1})$  будут известны

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{x}}(t_{k+1}) &= Q\hat{\mathbf{x}}(t_k), \\ \tilde{\mathbf{m}}_{k+1} &= \begin{pmatrix} \tilde{m}_{k+1}^\phi \\ \tilde{m}_{k+1}^\lambda \\ \tilde{m}_{k+1}^l \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (8)$$

Сделав измерения в момент времени  $t_{k+1}$ , можно вычислить оценки положения и скорости цели в этот момент времени, а также матрицу среднеквадратических погрешностей:

$$\hat{\mathbf{x}}(t_{k+1}) = \tilde{\mathbf{x}}(t_{k+1}) + \tilde{\mathbf{P}}(t_{k+1})(\tilde{P}^{mm}(t_{k+1}))^{-1}(\mathbf{m}_{k+1} - \tilde{\mathbf{m}}_{k+1}), \quad (9)$$

$$\hat{P}(t_{k+1}) = \tilde{P}(t_{k+1}) - \tilde{\mathbf{P}}(t_{k+1})(\tilde{P}^{mm}(t_{k+1}))^{-1}\tilde{\mathbf{P}}(t_{k+1})^T, \quad (10)$$

где

$$(\mathbf{m}_{k+1} - \tilde{\mathbf{m}}_{k+1}) = I(t_{k+1}) \begin{pmatrix} (x(t_{k+1}) - \tilde{x}(t_{k+1})) \sin \phi(t_{k+1}) \\ -(y(t_{k+1}) - \tilde{y}(t_{k+1})) \cos \phi(t_{k+1}) \\ + \varepsilon_{k+1}^\phi \cos \phi(t_{k+1})(x(t_{k+1}) - X(t_{k+1})) \\ (y(t_{k+1}) - \tilde{y}(t_{k+1})) \sin \lambda(t_{k+1}) \\ -(z(t_{k+1}) - \tilde{z}(t_{k+1})) \sin \phi(t_{k+1}) \cos \lambda(t_{k+1}) \\ + \varepsilon_{k+1}^\lambda \cos \lambda(t_{k+1})(y(t_{k+1}) - Y(t_{k+1})) \\ z(t_{k+1}) - \tilde{z}(t_{k+1}) - l(t_{k+1}) \sin \lambda(t_{k+1}) \\ - \varepsilon_{k+1}^l \sin \lambda(t_{k+1}) \end{pmatrix},$$

а элементы вектора

$$\tilde{\mathbf{P}}(t_{k+1}) = (\tilde{P}^{xm}(t_{k+1}), \tilde{P}^{ym}(t_{k+1}), \dots, \tilde{P}^{azm}(t_{k+1}))^T$$

вычисляются следующим образом

$$\begin{aligned} [\tilde{P}^{xm}(t_{k+1})]^T &= E[(x(t_{k+1}) - \tilde{x}(t_{k+1}))(\mathbf{m}_{k+1} - \tilde{\mathbf{m}}_{k+1})] = \\ &= \begin{pmatrix} \tilde{P}^{xx}(t_{k+1}) \sin \phi(t_{k+1}) - \tilde{P}^{xy}(t_{k+1}) \cos \phi(t_{k+1}) \\ \tilde{P}^{xy}(t_{k+1}) \sin \lambda(t_{k+1}) - \tilde{P}^{xz}(t_{k+1}) \sin \phi(t_{k+1}) \cos \lambda(t_{k+1}) \\ \tilde{P}^{xz}(t_{k+1}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (11)$$

и аналогично для остальных элементов  $\tilde{P}^{ym}(t_{k+1}), \dots, \tilde{P}^{azm}(t_{k+1})$ .

Матрица  $\tilde{P}^{mm}(t_{k+1})$  имеет следующий вид

$$\tilde{P}^{mm}(t_{k+1}) = \begin{pmatrix} E[a^2] & E[ab] & E[ac] \\ E[ab] & E[b^2] & E[bc] \\ E[ac] & E[bc] & E[c^2] \end{pmatrix},$$

где

$$\begin{aligned} a &= m_{k+1}^\phi - \tilde{m}_{k+1}^\phi, \\ b &= m_{k+1}^\lambda - \tilde{m}_{k+1}^\lambda, \\ c &= m_{k+1}^l - \tilde{m}_{k+1}^l. \end{aligned}$$

## 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

### 4.1. Проблема ненаблюдаемости цели

Впервые проблема ненаблюдаемости в отношении пеленгационных измерений была упомянута в [16]. При расположении траекторий цели и наблюдателя как показано на Рис. 2 отсутствует возможность определения координат цели при отсутствии шумов в измерениях и возмущений в движении наблюдателя. При наличии случайных возмущений вероятность возникновения ненаблюдаемости равна нулю. ПКФ решает задачу динамической триангуляции автоматически, что было впервые обнаружено нами в ранних работах, в которых была успешно решена задача определения координат на основе пеленгационных измерений, и где шум играл регуляризирующую роль [20]. Результаты текущей работы показывают, что при наличии возмущений устранение ненаблюдаемости осуществляется автоматически.

Все время эксперимента цель находится под наблюдателем. Цель и наблюдатель движутся по независимым траекториям. На протяжении всего времени моделирования цель попадает

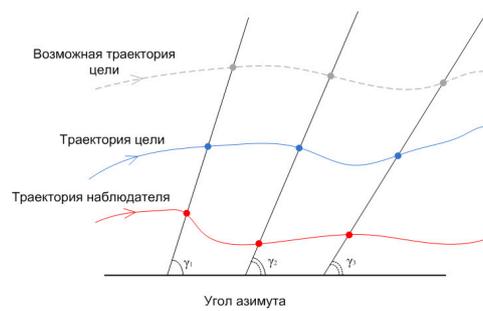


Рис. 2. Пеленг движущейся цели

в область действия пеленгатора наблюдателя. В пассивном режиме пеленгатор наблюдателя измеряет только угол азимута и угол возвышения на цель. В активном режиме пеленгатор наблюдателя дополнительно измеряет дальность до цели. Полученные измерения используются для оценки координат и скорости цели.

Моделирование проводилось при следующих условиях:

- Дисперсии ошибки измерений углов:  $\sigma_\phi^2 = \sigma_\lambda^2 = 0.0001$  (что соответствует среднеквадратичному отклонению приблизительно  $0.5^\circ$ , что характерно для гидролокаторов).
- Дисперсия ошибки измерения дальности:  $\sigma_l^2 = 25$ .
- Дисперсии текущих возмущений в уравнениях динамики цели  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = 0.0625$ ,  $\sigma_z^2 = 0.0025$ .

На рисунке 3 показано как происходит отслеживание координат цели в пассивном режиме. Траектория наблюдателя обозначена красным цветом, реальная траектория цели синим цветом, а ее оценка черным. На каждом из приведенных ниже рисунков серым цветом обозначен промежуток времени, в течение которого цель находится в области действия пеленгатора наблюдателя. Метод псевдо-измерений позволяет довольно качественно производить оценку координат.

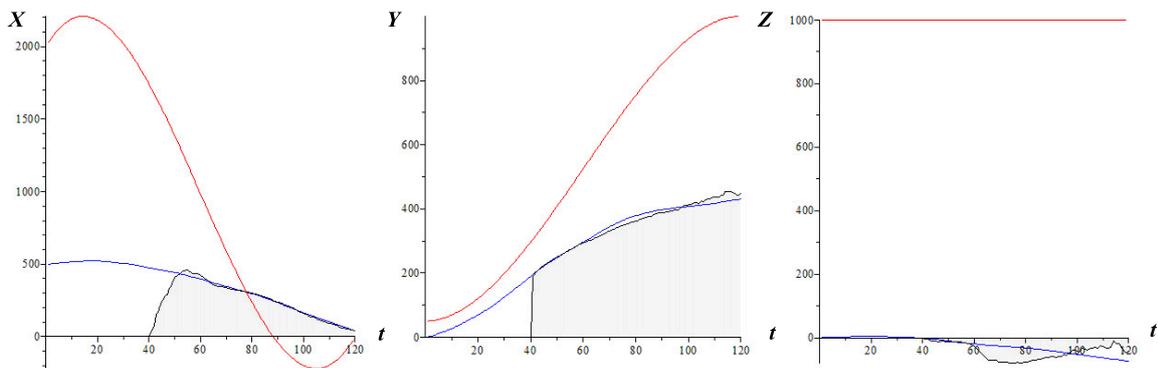


Рис. 3. Отслеживание координат цели при двух измерениях (только пеленг)

На рисунке 4 показано как происходит отслеживание координат цели в активном режиме. Траектория цели отслеживается более качественно при наличии дополнительного измерения. Оценка скорости цели в пассивном режиме производится так же с незначительной ошибкой (см. Рис. 5). При наличии измерения дальности оценка скорости производится точнее чем в пассивном режиме (см. Рис. 6).

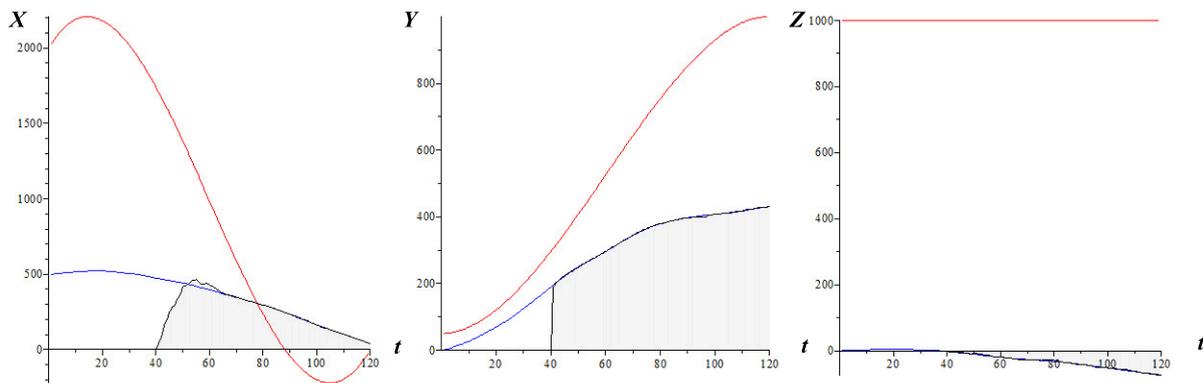


Рис. 4. Отслеживание координат цели при трех измерениях (пеленг и дальность)

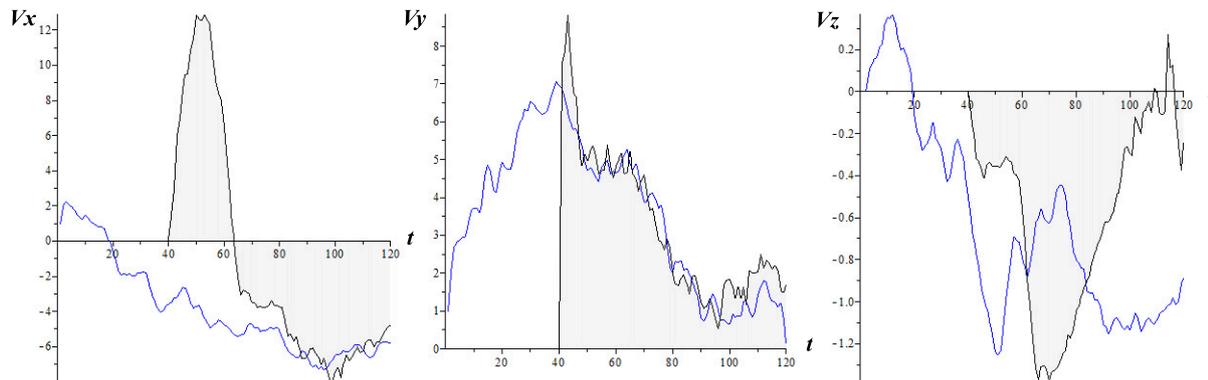


Рис. 5. Отслеживание скорости при двух измерениях (только пеленг)

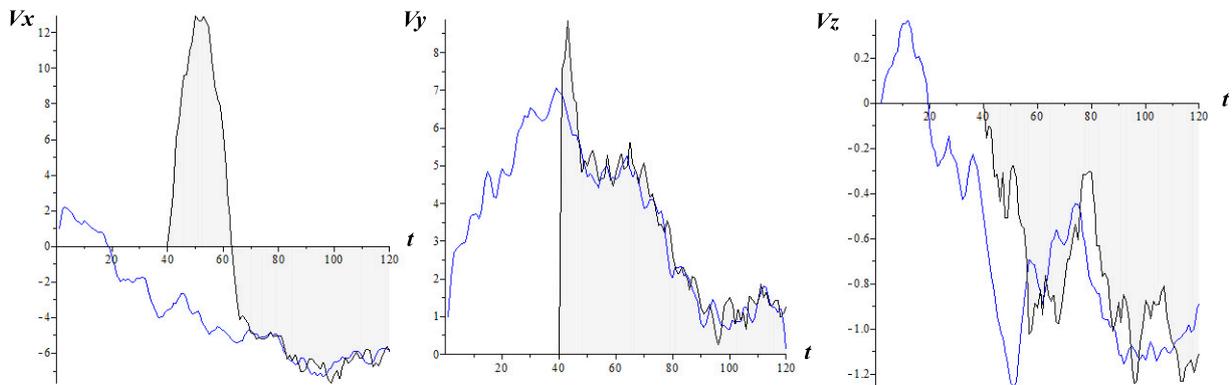


Рис. 6. Отслеживание скорости при трех измерениях (пеленг и дальность)

В таблице 1 приведены дисперсии ошибки оценки координат и скоростей в конечный момент времени в пассивном режиме (2 измерения) и в активном режиме (3 измерения).

### 5. ВЫВОДЫ

- Разработан фильтр Калмана на основе псевдо-измерений, который может быть использован в задаче отслеживания подводных объектов. Предложенный метод работает как в пассивном

**Таблица 1.** Среднеквадратичное отклонение ошибки оценки координат и скоростей в конечный момент времени

Вид измерений	$\hat{P}^{xx}$	$\hat{P}^{yy}$	$\hat{P}^{zz}$	$\hat{P}^{V_x V_x}$	$\hat{P}^{V_y V_y}$	$\hat{P}^{V_z V_z}$
Только угловые измерения (азимут и возвышение)	2.11	419.98	1490.81	1.66	0.67	0.67
Угловые измерения и дальность до цели	0.02	4.69	3.61	0.03	0.58	0.58

режиме (только с угловыми измерениями) так и в активном (с угловыми измерениями и измерением дальности).

- Метод показывает качественное оценивание координат и скорости цели. Активный режим слежения позволяет получать более точные оценки. Это означает, что при ограничениях, связанных со скрытностью наблюдений, имеет смысл комплексовать активные и пассивные измерения. Данный вопрос, однако, является предметом отдельной работы.
- С предложенным методом при наличии возмущений регуляризация ненаблюдаемости цели осуществляется автоматически.
- Разработанный метод реализуем как в 2D так и в 3D.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Guan Xin, Yi Xiao and He You. Bearings-Only Underwater Track Fusion Solutions with Feedback Information // ICSP'04 Proceedings, vol. 3, pp. 2449–2452, 2004.
2. Rinki Gupta, Arun Kumar, I. N. Kar, Rajendar Bahl. Bearings-only tracking of non-maneuvering target with missing bearings data. Proceedings of International Symposium on Underwater Technology 2015, pp. 1–7, 2015.
3. Zhang Fei, Zhou Xing-peng, Chen Xiao-hui, Liu Rui-lan. Particle Filter for Underwater Bearings-only Passive Target Tracking. Proceedings of IEEE Pacofoc-Asia Workshop on Computational Intelligence and Industrial Application, vol. 2, pp. 847–851, 2008.
4. Zhang Xin-Chun and Guo Cheng-Jun, Chin. Cubature Kalman filters: Derivation and extension. Phys. B vol. 22, no. 12, 2013, pp. 128–401.
5. Pei H. Leong, S. Arulampalam, T. A. Lamahewa, and T. D. Abhayapala. A Gaussian-Sum Based Cubature Kalman Filter for Bearings-Only Tracking. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems vol. AES-49, no. 2, pp. 1161–1176, 2013.
6. D. Belfadel, R. W. Osborne, III, and Y. Bar-Shalom. Bias Estimation for Optical Sensor Measurements with Targets of Opportunity. *Proceedings of the 16-th International Conference on Information Fusion Istanbul, Turkey, July 9-12, 2013*, pp. 1805–1812.
7. V. J. Aidala and S.C. Nardone. Biased Estimation Properties of the Pseudolinear Tracking Filter. *IEEE Transactions on Aerospace Electronic Systems*, vol. 18, no. 4, 1982, pp. 432–441.
8. Lin, X., Kirubarajan, T., Bar-Shalom, Y., and Maskell, S., Comparison of EKF, Pseudomeasurement and Particle Filters for a Bearing-only Target Tracking Problem, in Proc. SPIE Int. Soc. Optic. Eng., 2002, vol. 4728, pp. 240–250.
9. A. Miller and B. Miller. Tracking of the UAV trajectory on the basis of bearing-only observations. *Proceedings of 53rd IEEE Conference on Decision and Control December 15-17, 2014, Los Angeles, California, USA, 2014*, pp. 4178–4174.
10. Konovalenko I., Miller A., Miller B., Nikolaev D. UAV navigation on the basis of the feature points detection on underlying surface. Proceedings 29th European Conference on Modelling and Simulation (ECMS 2015), 2015, pp. 499–505.
11. Karpenko S., Konovalenko I., Miller A., Miller B., Nikolaev D. Visual navigation of the UAVs on the basis of 3D natural landmarks. Proceedings SPIE. Eighth International Conference on Machine Vision (ICMV 2015), 2015, vol. 9875, 98751I, pp. 1–10. doi:10.1117/12.2228793.

12. Karpenko S., Konovalenko I., Miller A., Miller B., Nikolaev D. UAV Control on the Basis of 3D Landmark Bearing-Only Observations. *Sensors* 2015 [Special Issue], 15(12), pp. 29802–29820. doi:10.3390/s151229768
13. K. S. Amelin and A. B. Miller. An Algorithm for Refinement of the Position of a Light UAV on the Basis of Kalman Filtering of Bearing Measurements. *Journal of Communications Technology and Electronics*, vol. 59, No. 6, 2014, pp. 622–631.
14. A. B. Miller. Development of the motion control on the basis of Kalman filtering of bearing-only measurements. *Automation and Remote Control*. vol. 76, No. 6, pp. 1018–1035, 2015.
15. Miller A., Miller B. Stochastic control of light UAV at landing with the aid of bearing-only observations. // *Proceedings SPIE. Eighth International Conference on Machine Vision (ICMV 2015)*, 2015, V. 9875, 987529, pp. 1-10. doi:10.1117/12.2228544
16. S. C. Nardome and V. J. Aidala. Observability Criteria For Bearings-Only Target Motion Analysis. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, vol. AES-17, no. 2, 1981, pp. 162–166.
17. Nardone S., Lindgren A., Kai Gong. Fundamental Properties and Performance of Conventional Bearings-Only Target Motion Analysis. *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 29, no. 9, pp. 775–787, 1984.
18. V. S. Pugachev and I. N. Sinitsyn. *Stochastic Differential Systems. Analysis and Filtering*. Wiley, 1987.
19. B. M. Miller and A. R. Pankov. *Theory of random processes [in russian]*. Moscow, Phizmatlit, 2007.
20. Miller A. and Miller B. UAV control on the basis of bearing-only observations. *Proceedings of 2014 Australian Control Conference Canberra*, 17-18 November 2014, pp. 31–36.

## Underwater Target Pursuing Using Bearing-Only Measurements

Miller A.B., Miller B.M.

The purpose of this work is to obtain estimates of target coordinates and its velocities. Target is pursued by the observer, an autonomous underwater vehicle (AUV). The observer is equipped with the direction finder, which can measure the angles of azimuth and elevation of the target, as well as a range to it. Due to nonlinearity of such measurements such problems are usually solved by using non-linear filters, but most of these filters produce estimates with unknown bias and quadratic errors. One of the important problems is the unobservability of the target. In this paper we propose a pseudo-measurement method which transforms the problem of estimating to a linear one. This makes possible to estimate the coordinates and velocities of a moving target, as well as to overcome the lack of target observability. Computer simulation results demonstrate the good quality of the proposed algorithm in the problem of passive target pursuing, when only the angles to a target are measured.

**KEYWORDS:** UAV, bearing-only measurements, Kalman filtering, control.