

О динамической комбинаторной кластеризации¹

Марк Ш. Левин

*Институт проблем передачи информации, Российская академия наук
Большой Каретный пер. 19, Москва 127994, Россия
email: mslevin@acm.org*

Поступила в редколлегию 9.06.2016

Аннотация—В статье рассмотрена динамическая комбинаторная кластеризация. Во-первых, представлен обзор литературы о динамической кластеризации и кластеризации в режиме реального времени. Во-вторых, описан подход к кластеризации на основе реструктуризации решений (одностадийная кластеризация, многостадийная кластеризация, сортировка). В-третьих, рассмотрены два приложения динамической/многостадийной кластеризации в области сетей: (а) многостадийное соединение пользователей к точкам доступа, (б) задача раскраски разбиения для оптических сетей (маршрутизация и назначение длин волны).

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: динамическая кластеризация, комбинаторная оптимизация, реструктуризация, сетевые приложения

1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы все больше внимания уделяется динамическим задачам. В сетевых системах, динамические задачи кластеризации играют центральную роль в проектировании и поддержке функционирования, в частности: построение иерархических сетевых топологий, кластеризация узлов сети, назначение и реконфигурация головных элементов в кластерах (cluster heads), протоколы на основе покрывающей кластеризации, маршрутизация, самоорганизующиеся сети, сопровождение мобильных объектов и кластеров (сообществ), реконфигурация сетей, тестирование сетей, планирование ячеек в гетерогенных сетях [2, 10, 16, 18, 47, 54, 55, 57, 63, 64, 65, 81, 89, 91]. В статье динамические комбинаторные задачи рассматриваются как построение траекторий решений задач кластеризации [63, 66]. Приводится обзор литературы. Представлены два примера динамической кластеризации в системах связи (соединение пользователей и точек доступа, раскраска разбиения графа применительно к оптическим сетям).

2. ОБЩИЙ ВЗГЛЯД

Следующие исходные данные исследуются: (i) последовательность моментов времени $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots$; (ii) множество элементов (объектов; может изменяться). $X_{\tau_l} \forall l = 1, 2, 3, \dots$. Можно рассматривать следующие подходы:

I. Базовая кластеризация в реальном времени (т.е., для каждого момента времени).

II. Кластеризация в реальном времени с использованием предсказания ситуации в следующий момент времени.

III. Построение траектории решений кластеризации $S = \langle X_{\tau_1}, X_{\tau_2}, X_{\tau_3}, \dots \rangle$.

IV. Построение траектории решений кластеризации $S = \langle X_{\tau_1}, X_{\tau_2}, X_{\tau_3}, \dots \rangle$ с учетом обшей стоимости изменение решений кластеризации (реструктуризации) для соседних моментов времени [63, 64].

¹ Исследование выполнено в ИППИ РАН за счет гранта Российского научного фонда (проект 14-50-00150).

Упрощенная схема динамической кластеризации представлена на Рис. 1. Список основных методов динамической кластеризации представлен в Таблице 1. В последние годы, рассматриваются более сложные динамические задачи (Таблица 2).

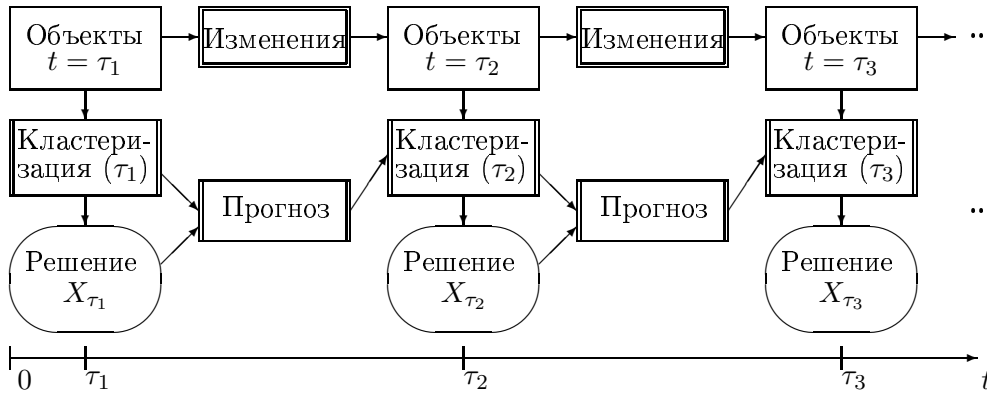


Рис. 1. Упрощенная схема динамической кластеризации

Таблица 1. Динамическая кластеризация, реструктуризация

N.	Тип	Источники
1.	Динамическая кластеризация:	
1.1.	Основные методы динамической кластеризации	[12, 14, 19, 28, 52, 92, 94]
1.2.	Неиерархическая динамическая кластеризация	[28]
1.3.	Динамическая нечеткая кластеризация	[23, 76, 80, 86]
2.	Кластеризация в реальном времени (online):	[13]
2.1.	Иерархическая кластеризация	[95]
2.2.	Кластеризация на основе нейронных сетей	[11]
2.3.	Случайные (random) алгоритмы	[17]
2.4.	Кластеризация параллельных потоков данных	[13]
3.	Реструктуризация в кластеризации:	
3.1.	Одностадийная реструктуризация	[63, 64, 66]
3.2.	Многостадийная реструктуризация (траектории)	[64, 66]

Таблица 2. Обработка потоков данных

N.	Задача/подход	Источники
1.	Основные подходы	[4, 45, 75]
2.	Кластеризация на основе "плотности" потоков данных в шумом	[15]
3.	Кластеризация временных рядов над потоками данных	[82]
4.	Выявление знаний на основе потоков данных	[41]
5.	Выявление данных в потоках	[37, 38, 56, 85]
6.	Выявление образов на основе соседства	[90]
7.	Выявление новых концептов	[22]
8.	Динамическое обучение (online) на основе потоковых данных	[40, 74]
9.	Классификация нестационарных потоков данных	[58]
10.	Классификация потоков данных на основе близости	[73]
11.	Метод на основе гистограмм	[4, 46]
12.	Параллельная обработка потоков данных	[13]
13.	Распределенная обработка потоков данных	[9]
14.	Обработка потоков в пространственных базах данных	[93]
15.	Обработка потоков графов, интеграция структур	[21, 62, 63]

Следующие типы элементов/объектов рассматриваются при динамической кластеризации [42, 47, 51, 60, 63, 78, 79]: (a) движущиеся (мобильные) объекты, (b) траектории объектов, (c) элементы структур (например, дерево, лес), (d) потоки данных, (e) мобильные группы объектов (кластеров, сообществ), (f) траектории кластеров, (g) висячие вершины в решениях кластеризации. Таблица 3 содержит список приложений задач динамической кластеризации.

Таблица 3. Приложения кластеризации к движущимся объектам/траекториям

№	Область	Тип	Метод	Источники
1.	Движущиеся объекты в радио сетях и технологиях позиционирования	Кластеризация движущихся объектов	Метод k -средних	[70, 78]
2.	Анализ траекторий полетов	Кластеризация траекторий	Метод k -средних и анализ главных компонентов	[29]
3.	Идентификация периодических воздушных потоков в аэропортах	Кластеризация траекторий	Спектральная кластеризация	[30, 31]
4.	Индексация в многомерных базах данных	Кластеризация в реальном времени	Метод кластер-дерева как индекс-структуры	[88]
5.	Мониторинг деятельности людей	Кластеризация движений	Методы на основе конечного автомата	[34]
6.	Кластеризация развивающихся потоков данных	Кластеризация потоков данных	Гибридные методы	[3, 4]
7.	Видеонаблюдение в реальном времени	Кластеризация траекторий в режиме времени	Кластеризация на основе представителей	[84]
8.	Выявление аномалий (диагностика, наука о земле, социальные сети, Веб-анализ)	Выделение/анализ висячей вершины	Линейные методы, методы близости, методы подпространств, интерактивные процедуры	[5]
9.	Управление воздушным трафиком	Кластеризация траекторий	Кластеризация по-точечной траектории	[42]
10.	Кластеризация траекторий	Кластеризация траекторий	Схема разбиения и группировки	[59]
11.	Кластеризация траекторий	Кластеризация траекторий	Согласование многовекторных полей	[33]
12.	Распознавание поведения человека	Анализ траекторий	Нейронные сети	[7]
13.	Кластеризация траекторий	Кластеризация траекторий	Комбинация моделей регрессии	[39]
14.	Визуализация кластеризации траекторий	Кластеризация траектории	Метод на основе узких мест	[32]

Основные методы динамической кластеризации указаны в Таблице 4.

Таблица 4. Некоторые основные методы динамической кластеризации

№	Метод	Источники
1.	Базовые методы (k -средних, иерархический метод, и др.)	[6, 53]
2.	Спектральная кластеризация в объектно-ориентированных базах данных	[26]
3.	Алгоритм заметающей прямой для потоков в пространственных базах данных (3-стадийная иерархическая кластеризация)	[93]
4.	Кластеризация реального времени на основе расстояний (алгоритмы с обучением и предсказанием)	[49]
5.	IBL streams: system for instance-based classification of data streams	[87]
6.	Алгоритмы кластеризации на основе k -средних	[6, 53]
7.	Кластеризация k -средних в сверх-больших динамических сетях	[27]
8.	Динамическая кластеризация с модификацией k -средних	[6]
9.	Расширенный метод k -средних для движущихся объектов	[78]
10.	Динамическая кластеризация k -средних для траекторий движущихся объектов	[79]
11.	Инкрементная кластеризация динамических потоков данных	[72]
12.	Кластеризация k -средних для распределенных потоков данных	[4, 9]
13.	Кластеризация реального времени с переменным размером кластеров	[24]
14.	Выделение кластеров (образов) в реальном времени для мобильных объектов	[50]
15.	Многоагентная кластеризация распределенных данных	[25]
16.	Кластеризация параллельных потоков данных в реальном времени	[13]
17.	Адаптивная кластеризация k -средних на основе нейронных сетей	[20]
18.	Динамическая инкрементная кластеризация k -средних	[1]
19.	Кластеризация k -средних и на основе "ядер" с обучением в реальном времени	[49]

3. РЕСТРУКТУРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЙ В КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Подход к кластеризации на основе реструктуризации решений описан в [63, 66].

3.1. Одностадийная кластеризация

Базовый одностадийный процесс реструктуризации иллюстрирован на Рис. 2 и Рис.3 [63, 66]. Реструктуризация в кластеризации представлена на Рис. 4. Общая задача имеет вид. Пусть P - задача комбинаторной оптимизации. Решение имеет вид структуры S (подмножество, граф), Ω - исходные данные (элементы, параметры), $f(P)$ - целевая функция. Пусть $S(\Omega)$ - решений для исходных данных Ω , $f(S(\Omega))$ - соответствующая целевая функция. Пусть Ω^1 - исходные данные на начальной стадии, $f(S(\Omega^1))$ - соответствующая целевая функция; Ω^2 - исходные данные на следующей стадии, $f(S(\Omega^2))$ - соответствующая целевая функция. В результате, рассматриваются следующие решения: (а) $S^1 = S(\Omega^1)$ с $f(S(\Omega^1))$, (б) $S^2 = S(\Omega^2)$ с $f(S(\Omega^2))$. Дополнительно рассматривается стоимость изменение/модификации одного решения в другое: $H(S^\alpha \rightarrow S^\beta)$. Пусть $\rho(S^\alpha, S^\beta)$ - близость между решениями S^α и S^β , например, $\rho(S^\alpha, S^\beta) = |f(S^\alpha) - f(S^\beta)|$. Очевидно, функция $f(S)$ может быть векторной. Версия задачи имеет вид:

Найти решение S^* с учетом следующего:

(i) $H(S^1 \rightarrow S^*) \rightarrow \min$, (ii) $\rho(S^*, S^2) \rightarrow \min$ (или ограничение).

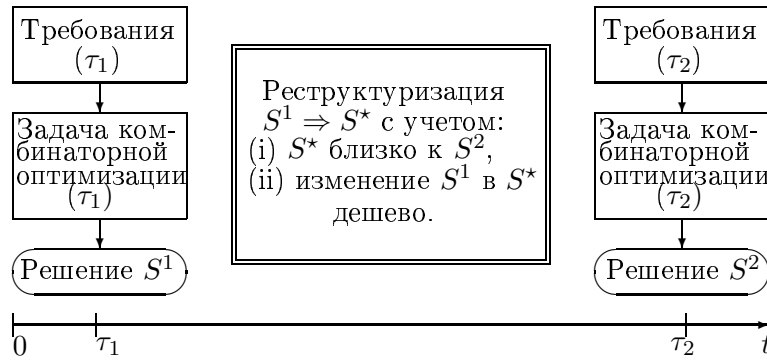


Рис. 2. Схема процесса реструктуризации [63, 66]

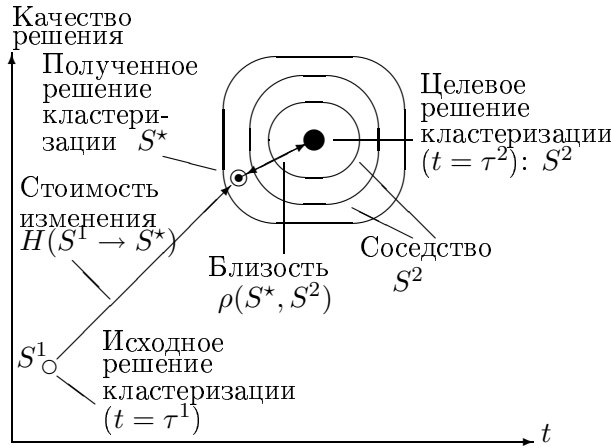


Рис. 3. Иллюстрация реструктуризации [63, 66]

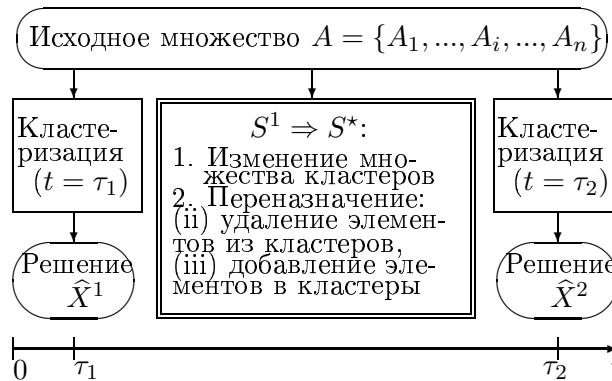


Рис. 4. Реструктуризация в кластеризации [63, 66]

Базовая оптимизационная модель может рассматриваться как следующая:

$$\min \rho(S^*, S^2) \quad s.t. \quad H(S^1 \rightarrow S^*) \leq \hat{h},$$

где \hat{h} - ограничение на стоимость изменения решения. В простейшем случае, эта модель может формулироваться как задача о рюкзаке для выбора подмножества операций изменения [63, 66]:

$$\max \sum_{i=1}^n c_i^1 x_i \quad s.t. \quad \sum_{i=1}^n a_i^1 x_i \leq b^1, \quad x_i \in \{0, 1\}.$$

При взаимосвязи между операциями изменения, целесообразно рассматривать задачу комбинаторного синтеза (т.е., с учетом совместимости операций). Рассмотрим пример. Исходная информация имеет следующий вид:

- (i) элементы $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;
 (ii) исходное решение 1 ($t = \tau_1$): $\hat{X}^1 = \{X_1^1, X_2^1, X_3^1\}$, кластеры $X_1^1 = \{1, 3, 8\}$, $X_2^1 = \{2, 4, 7\}$, $X_3^1 = \{5, 6, 9\}$;
 (iii) решение 2 ($t = \tau_2$): $\hat{X}^2 = \{X_1^2, X_2^2, X_3^2\}$, кластеры $X_1^2 = \{2, 3\}$, $X_2^2 = \{5, 7, 8\}$, $X_3^2 = \{1, 4, 6, 9\}$;

(iv) общее множество рассматриваемых операций изменения (каждый элемент может быть переназначен, число кластеров в решении не меняется):

O_{11} : нет, O_{12} : удаление элемента 1 из кластера X^1 , добавление элемента 1 в кластер X^2 ,
 O_{13} : удаление элемента 1 из кластера X^1 , добавление элемента 1 в кластер X^3 ;

O_{21} : нет, O_{22} : удаление элемента 2 из кластера X^2 , добавление элемента 2 в кластер X^1 ,
 O_{23} : удаление элемента 2 из кластера X^2 , добавление элемента 2 в кластер X^3 ;

O_{31} : нет, O_{32} : удаление элемента 3 из кластера X^1 , добавление элемента 3 в кластер X^2 ;
 O_{33} : удаление элемента 3 из кластера X^1 , добавление элемента 3 в кластер X^3 ;

O_{41} : нет, O_{42} : удаление элемента 4 из кластера X^2 , добавление элемента 4 в кластер X^1 ,
 O_{43} : удаление элемента 4 из кластера X^2 , добавление элемента 4 в кластер X^3 ;

O_{51} : нет, O_{52} : удаление элемента 5 из кластера X^3 , добавление элемента 5 в кластер X^1 ,
 O_{53} : удаление элемента 5 из кластера X^3 , добавление элемента 5 в кластер X^2 ;

O_{61} : нет, O_{62} : удаление элемента 6 из кластера X^3 , добавление элемента 6 в кластер X^1 ,
 O_{63} : удаление элемента 6 из кластера X^3 , добавление элемента 6 в кластер X^2 ;

O_{71} : нет, O_{72} : удаление элемента 7 из кластера X^2 , добавление элемента 7 в кластер X^1 ,
 O_{73} : удаление элемента 7 из кластера X^2 , добавление элемента 7 в кластер X^3 ;

O_{81} : нет, O_{82} : удаление элемента 8 из кластера X^1 , добавление элемента 8 в кластер X^2 ,
 O_{83} : удаление элемента 8 из кластера X^1 , добавление элемента 8 в кластер X^3 ;

O_{91} : нет, O_{92} : удаление элемента 9 из кластера X^3 , добавление элемента 9 в кластер X^1 ,
 O_{93} : удаление элемента 9 из кластера X^3 , добавление элемента 9 в кластер X^2 .

В таком случае, получается блочный рюкзак:

$$\max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^3 c(O_{ij})x_{ij} \quad s.t. \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^3 a(O_{ij})x_{ij} \leq b, \quad x_{ij} \in \{0, 1\},$$

где $a(O_{ij})$ - стоимость операции O_{ij} , $c(O_{ij})$ - локальная полезность операции O_{ij} как влияние на близость получаемого решения X^* к решению кластеризации X^2 . В общем случае необходимо исследовать качество параметров решения кластеризации как основу целевой функции.

Может рассматриваться и сокращенное множество операций изменения:

O_1 : удаление элемента 1 из кластера X^1 , добавление элемента 1 в кластер X^3 ;

O_2 : удаление элемента 2 из кластера X^2 , добавление элемента 2 в кластер X^1 ;

O_3 : удаление элемента 4 из кластера X^2 , добавление элемента 4 в кластер X^3 ;

O_4 : удаление элемента 5 из кластера X^3 , добавление элемента 5 в кластер X^2 ;

O_5 : удаление элемента 8 из кластера X^1 , добавление элемента 8 в кластер X^2 .

В этом случае получается задача о рюкзаке:

$$\max \sum_{j=1}^9 c(O_j)x_j \quad s.t. \quad \sum_{j=1}^9 a(O_j)x_j \leq b, \quad x_j \in \{0, 1\},$$

где $a(O_j)$ - стоимость операции O_j , $c(O_j)$ - локальная полезность операции O_j как влияние на близость полученного решения X^* к решению кластеризации X^2 .

Иллюстративный численный пример приведен на Рис. 5:

$\widehat{X}^* \{X_1^*, X_2^*, X_3^*\}$, кластеры $X_1^* = \{1, 2, 3\}$, $X_2^* = \{7, 8\}$, $X_3^* = \{4, 5, 6, 9\}$.

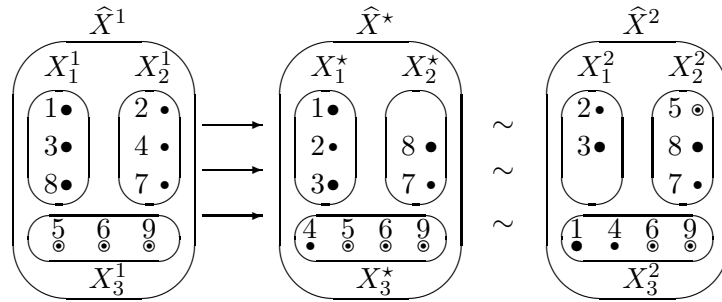


Рис. 5. Пример: реструктуризация решения кластеризации

3.2. Многостадийная реструктуризация решений, траектория кластера/элемента

В многостадийной задаче реструктуризации строится траектория решений (Рис. 6, Рис. 7). Два типа траекторий рассматриваются:

(а) n -стадийная траектория оптимальных решений:

$$\overline{S}^{opt} = \langle S^0 \rightarrow S^1 \rightarrow S^2 \rightarrow \dots \rightarrow S^n \rangle,$$

(б) n -стадийная траектория реструктуризованных решений:

$$\overline{S}^{rest} = \langle S^0 \rightarrow S^{1*} \rightarrow S^{2*} \rightarrow \dots \rightarrow S^{n*} \rangle.$$

Здесь задача реструктуризации имеет вид (базовая версия):

Найти решение \overline{S}^{rest} с учетом следующего:

(i) $\overline{H}(\overline{S}^{rest} \rightarrow \overline{S}^{opt}) \rightarrow \min$, (ii) $\overline{\rho}(\overline{S}^{rest}, \overline{S}^{opt}) \rightarrow \min$ (или ограничение),

где

$$\overline{H}(\overline{S}^{rest} \rightarrow \overline{S}^{opt}) = (H(S^0 \rightarrow S^{1*}), H(S^{1*} \rightarrow S^{2*}), \dots, H(S^{(n-1)*} \rightarrow S^{n*})),$$

$$\overline{\rho}(\overline{S}^{rest}, \overline{S}^{opt}) = (\rho(S^{1*}, S^1), \rho(S^{2*}, S^2), \dots, \rho(S^{n*}, S^n)).$$

Следует отметить, минимизация (максимизация) векторной целевой функции соответствует поиску Парето-эффективных решений. При этом оптимизационная модель имеет вид:

$$\min \overline{\rho}(\overline{S}^{rest}, \overline{S}^{opt}) \quad s.t. \quad \overline{H}(\overline{S}^{rest} \rightarrow \overline{S}^{opt}) \leq \widehat{h},$$

где $\widehat{h} = (\widehat{h}_1, \widehat{h}_2, \dots, \widehat{h}_n)$ - множество (вектор) ограничений для стоимости изменения решений (т.е., компоненты этого вектора соответствуют каждой стадии).

Очевидно, что многостадийные задачи реструктуризации являются достаточно сложными, эти задачи представляют собой комбинации NP-трудных задач. Это ведет к необходимости использовать составные эвристики.

Такой тип задач кластеризации (классификации) близок к задачам многостадийного проектирования [63]. Иллюстративные примеры многостадийных задач классификации и кластеризации представлены на Рис. 8 и Рис. 9:

1. Многостадийная классификация (Рис. 8): одно множество классов элементов на каждой стадии (4 класса L^1, L^2, L^3, L^4), элемент может принадлежать разным классам. Элементы: 1, 2, 3; траектория элемента 1: $J(1) = \langle L^1, L^1, L^1 \rangle$, траектория элемента 2: $J(2) = \langle L^2, L^1, L^2 \rangle$, траектория элемента 3: $J(3) = \langle L^3, L^4, L^3 \rangle$.

2. Многостадийная кластеризация (Рис. 9): различные множества кластеров исследуются, элемент может принадлежать разным кластерам. Элементы 1, 2, 3; траектория элемента 1:

$J(1) = \langle L_1^1, L_2^1, L_3^1 \rangle$, траектория элемента 2: $J(2) = \langle L_1^2, L_2^2, L_3^2 \rangle$, траектория элемента 3: $J(3) = \langle L_1^3, L_2^4, L_3^5 \rangle$.

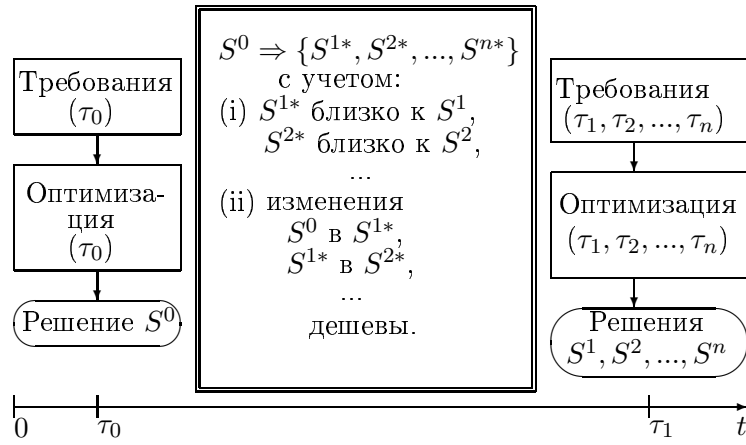


Рис. 6. Схема n -стадийной реструктуризации [66]

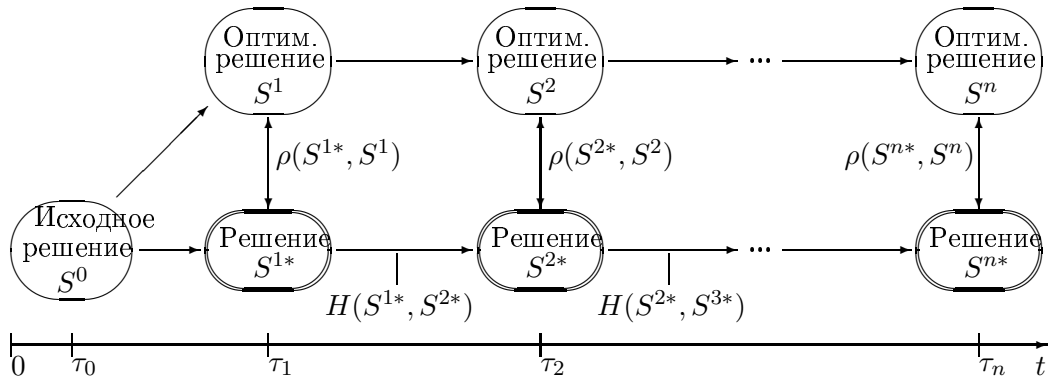


Рис. 7. Иллюстрация многостадийной реструктуризации

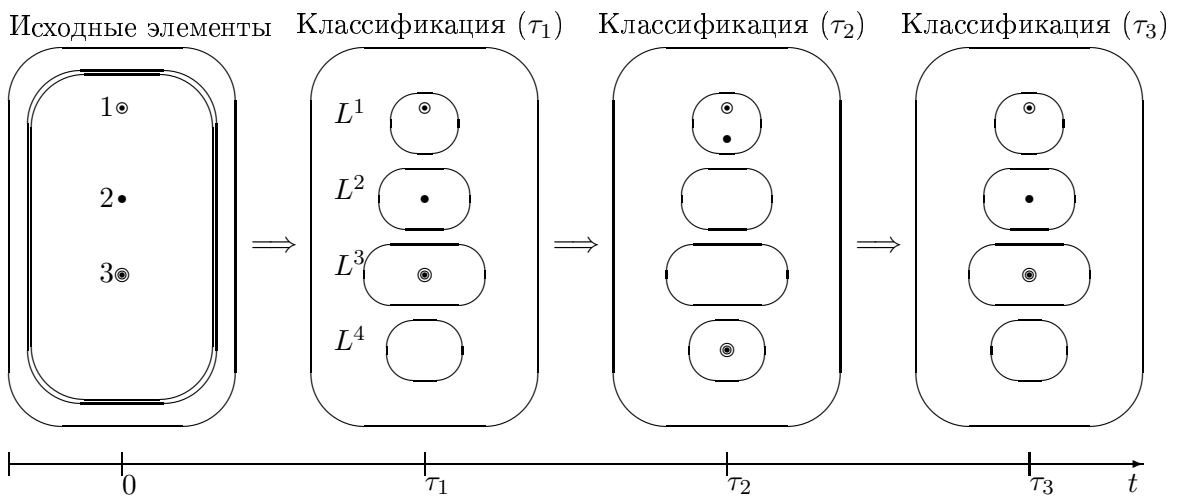


Рис. 8. Иллюстративный пример многостадийной классификации

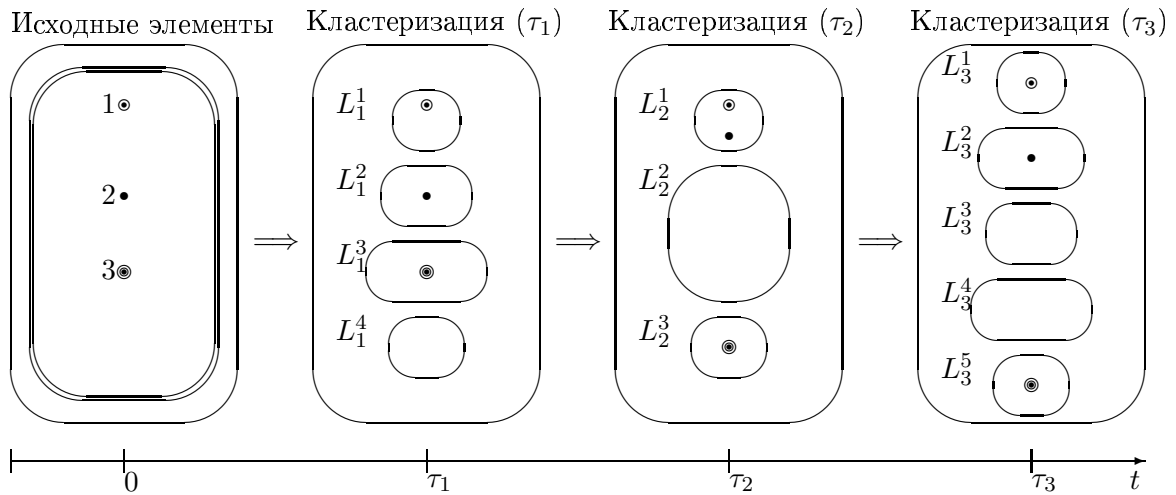


Рис. 9. Иллюстративный пример многостадийной кластеризации

В данной задаче можно рассматривать также изменение траектории для каждого элемента. Тогда получается модель типа блочного рюкзака.

3.3. Реструктуризация решений в задаче сортировки

Рассмотрим одностадийную задачу реструктуризации для сортировки на примере. Пусть имеется множество элементов $A = \{A_1, \dots, A_i, \dots, A_n\}$.

Решение представляет собой разбиение множества A на k линейно упорядоченных подмножества (ранжирование): $\hat{R} = \{R_1, \dots, R_j, \dots, R_k\}$, $R_j \subseteq A \forall j = \overline{1, k}$, $|R_{j_1} \& R_{j_2}| = 0 \forall j_1, j_2$. Линейный порядок имеет вид: $R_1 \rightarrow \dots \rightarrow R_j \rightarrow \dots \rightarrow R_k$, $A_{i_1} \rightarrow A_{i_2}$ если $A_{i_1} \in R_{j_1}$, $A_{i_2} \in R_{j_2}$, $j_1 < j_2$.

В общем виде, задача сортировки (или многокритериального ранжирования) заключается в трансформировании множества A в ранжировку R : $A \Rightarrow R$ с учетом многокритериальных оценок элементов (или оценок экспертов) [63, 96]. Иллюстрация данной задачи представлена на Рис. 10. Модель имеет вид:

$$\min \delta(\hat{R}^2, \hat{R}^*) \quad s.t. \quad a(\hat{R}^1 \rightarrow \hat{R}^*) < b,$$

где \hat{R}^* - решение, \hat{R}^1 - начальное решение, \hat{R}^2 - следующее решение, $\delta(\hat{R}^*, \hat{R}^2)$ - близость между решением \hat{R}^* и последующим решением \hat{R}^2 (например, ытруктурная близость или близость по параметрам качества решений), $a(\hat{R}^1 \rightarrow \hat{R}^*)$ - стоимость трансформации начальных решений в решение \hat{R}^* (например, расстояние редактирования), b - ограничение на стоимость трансформации.

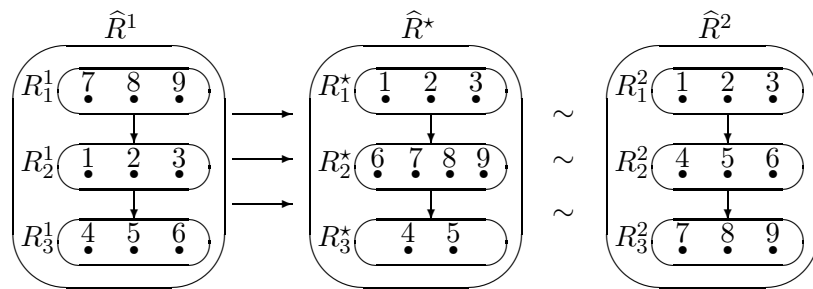


Рис. 10. Пример реструктуризации в сортировке

4. ПРИКЛАДНЫЕ ПРИМЕРЫ

4.1. Многостадийное соединение пользователей к точкам доступа

Пример переназначения подключения пользователей к точкам доступа основан на модификации примера из [61, 68]. Пример включает 21 пользователя и 6 точек доступа. Таблицы 5 и 6 содержат параметры пользователей (A) (координаты (x_i, y_i, z_i) , требуемый спектр частот f_j , требуемый уровень надежности r_j) и параметры точек доступа ($B = \{j\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) (координаты (x_j, y_j, z_j) , спектр частот f_j , ограничение на число соединений n_j , уровень обеспечиваемой надежности r_j) [61, 68]. Рассматриваются два региона: исходный регион и дополнительный регион (Рис. 11). В [61] задача решалась для двух случаев: (i) отдельное назначение S^1 (Рис. 11), (ii) совместное назначение S^2 (Рис. 12). Реструктуризации рассматривается как модификация S^1 в S^* . Для уменьшения размерности задачи можно анализировать (с целью переназначения) только подмножество пользователей (т.е., "зона изменения" около границы между регионами): $\tilde{A} = \{i\} = \{3, 5, 8, 12, 13, 14, 17, 19, 21\}$. Таким образом, необходимо подключить элементы множества \tilde{A} к точкам множества B . Рассматриваемая упрощенная задача реструктуризации основывается на операциях изменения: (1) пользователь 3, изменение подключения: $1 \rightarrow 4$ (бинарная переменная x_1), (2) пользователь 13, изменение подключения: $3 \rightarrow 6$ (бинарная переменная x_2), (3) пользователь 21, изменение подключения: $5 \rightarrow 2$ (бинарная переменная x_3). Таблица 7 содержит оценки стоимости изменения (экспертное оценивание) приведены в Таблице 7 и оценки полезности подключения пользователя к точке доступа [61, 68]. Получается следующая модель реструктуризации:

$$\begin{aligned} & \max (c_{3,4} x_1 + c_{13,6} x_2 + c_{21,2} x_3) \\ & s.t. ((h_{3,1}^- + h_{3,4}^+) x_1 + (h_{13,3}^- + h_{13,6}^+) x_2 + (h_{21,5}^- + h_{21,2}^+) x_3) \leq \hat{h}. \end{aligned}$$

Результирующее переназначение имеет вид: S^* (Рис. 13) ($x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 1, \hat{h} = 5$).

Таблица 5. Пользователи

i	x_i	y_i	z_i	f_i	r_i
1.	30	165	5	10	5
2.	58	174	5	5	9
3.	95	156	0	6	6
4.	52	134	5	6	8
5.	85	134	3	6	7
6.	27	109	7	8	5
7.	55	105	2	7	10
8.	98	89	3	10	10
9.	25	65	2	7	5
10.	52	81	1	10	8
11.	65	25	7	6	9
12.	93	39	1	10	10
13.	172	26	2	10	7
14.	110	169	5	7	5
15.	145	181	3	5	4
16.	150	150	5	7	4
17.	120	140	6	4	6
18.	150	136	3	6	7
19.	135	59	4	13	4
20.	147	79	5	7	16
21.	127	95	5	7	5

Таблица 6. Точки доступа

j	x_j	y_j	z_j	f_j	n_j	r_j
1.	50	157	10	30	4	10
2.	72	102	10	42	6	10
3.	45	52	10	45	10	10
4.	150	165	10	30	5	15
5.	140	112	10	32	5	8
6.	147	47	10	30	5	15

Таблица 7. Пользователи i - точки доступа j (переназначения) : $h_{i,j}^-, h_{i,j}^+, c_{i,j}$

i	1:	2	3	4	5	6
3.	3, 2, 2	2, 1, 3	1, 0, 3	3, 1, 3	3, 1, 0	1, 1, 0
5.	2, 1, 1	1, 3, 1	1, 2, 1	3, 2, 1	1, 1, 1	1, 1, 1
8.	1, 3, 3	1, 1, 3	1, 1, 3	1, 1, 0	1, 1, 3	2, 2, 2
12.	2, 2, 3	1, 2, 3	1, 2, 3	3, 1, 0	2, 1, 0	1, 1, 0
13.	1, 1, 3	1, 1, 3	1, 1, 3	2, 1, 0	2, 2, 1	1, 1, 3
14.	1, 1, 1	2, 2, 2	1, 2, 0	1, 1, 1	1, 1, 1	1, 1, 0
17.	1, 1, 2	1, 1, 1	1, 0, 1	3, 1, 1	1, 1, 1	1, 1, 1
19.	1, 1, 0	1, 1, 3	1, 2, 3	3, 2, 0	1, 1, 3	1, 1, 2
21.	1, 1, 0	1, 2, 3	1, 1, 2	3, 1, 1	1, 1, 1	1, 1, 1

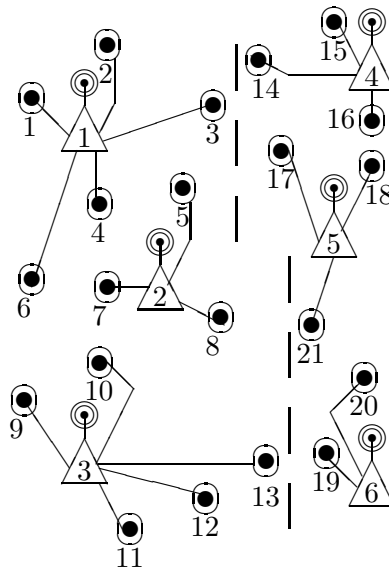


Рис. 11. Раздельное назначение S^1

4.2. Задача раскраски разбиения для оптических сетей

Здесь использовано описание задачи раскраски разбиения (выборочная раскраска графа при разбиении вершин графа на кластеры) из [67]. Задача возникла при маршрутизации и назначении длин волн в оптических сетях [36, 48, 69, 71, 77]. [48, 71]. Дан неориентированный граф $G = (V, E)$, где V - множество вершин, E - множество дуг. Пусть $\{V_1, V_2, \dots, V_q\}$ будет разбиением V на q подмножеств с $V = \bigcup_{i=1}^q V_i$ и $|V_{i_1} \cap V_{i_2}| = 0 \quad \forall i_1, i_2 = 1, 2, \dots, q$ с $i_1 \neq i_2$. Очевидно, $V_i (\forall i = \overline{1, q})$ - часть графа (компонент).

Задача имеет вид:

Найти подмножество $V' \subseteq V$ такое, что $|V' \cap V_\iota| = 1 \forall \iota = \overline{1, q}$ (т.е., V' содержит одну вершину из каждого компонента V_ι), и хроматическое число графа, индуцированного в G на основе V' , является минимальным.

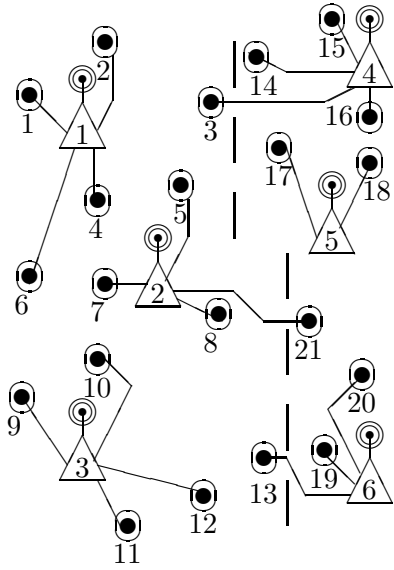


Рис. 12. Совместное назначение S^2

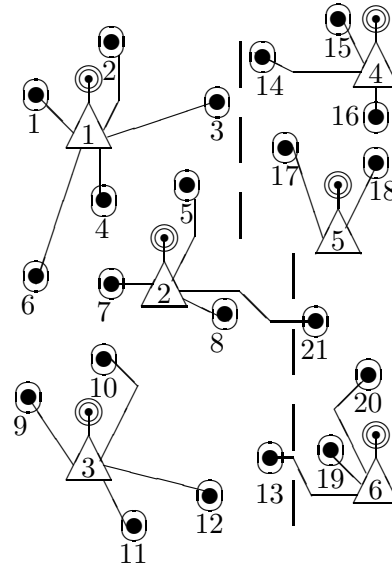
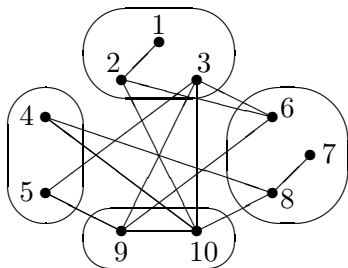


Рис. 13. Совместное назначение S^*

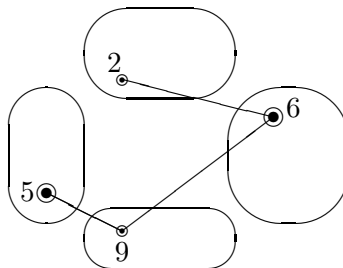
Данная задача является обобщением задачи раскраски графа и относится к NP-трудным задачам [69]. Для задачи были предложены несколько формальных моделей: (а) модель бинарного целочисленного программирования [36, 48], (b) модель на основе задачи выделения независимого множества [48], (c) две версии модели целочисленного программирования с использованием представителей [8].

На Рис. 14 представлен пример задачи (граф, 10 вершин, 4 части). Приведены два решения раскраски (два цвета: c_1, c_2) (Рис. 14b):

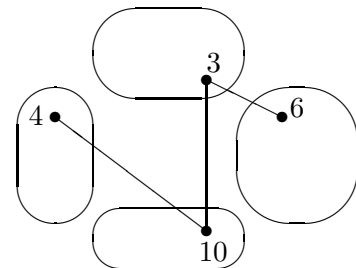
$$Q_1^1 = \langle 2(c_1), 6(c_2), 9(c_1), 5(c_2) \rangle, \quad Q_2^1 = \langle 2(c_2), 6(c_1), 9(c_2), 5(c_1) \rangle.$$



(а) пример исходного графа



(b) решение (2 цвета)



(c) измененное решение

Рис. 14. Пример задачи раскраски разбиения [67]

Для решения данной задачи были предложены следующие методы: (i) метод "ветвей-и-цен" [8, 36, 48],

(ii) Табу-поиск [77], (iii) двухстадийная эвристика [77], (iv) инженерный эвристики [69, 71].

На Рис. 14c представлено модифицированное решение: $Q_1^2 = \langle 4(c_1), 10(c_2), 3(c_1), 6(c_2) \rangle$. Траектория решения имеет вид: $S = Q_1^1 \star Q_1^2$. Операции изменения: $O_1 : 5 \rightarrow 4$, $O_2 : 9 \rightarrow 10$, $O_3 : 2 \rightarrow 3$. Таким образом, аналогично может быть сформулирована задача реструктуризации.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье кратко представлены динамические комбинаторные методы кластеризации. Во-первых, приведен обзор литературы: (а) основные задачи, (б) базовые методы, (в) прикладные области. Во-вторых, описан подход к кластеризации на основе реструктуризации, включая одностадийную кластеризацию, многостадийную кластеризацию, сортировку. В-третьих, два примера сетевых применений динамической кластеризации приведены (многостадийное соединение пользователей к точкам доступа, задача раскраски разбиения для маршрутизации и назначения длин волн в оптических сетях). Следует отметить, что модели динамической кластеризации стали исследоваться в на основе алгебраических подходов [35, 43, 44].

Представляется важным указать следующие перспективные направления исследований: 1. различные многостадийные схемы комбинаторной динамической кластеризации (включая процедуры кластеризации с обучением, режимами педствказания); 2. многокритериальные модели динамической кластеризации; 3. рассмотрение различных сетевых приложений (системы связи, социальные сети); 4. динамические задачи кластеризации на основе подхода реструктуризации решений см учетом неопределенности (в том числе, стохастическое модели, модели на основе размытых множеств); 5. применение в схемах решения задач методов искусственного интеллекта; 6. применение динамических комбинаторных подходов в образовании (в частности, инженерное образование, образование в информационных технологиях).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aaron B., Tamir D.E., Rishe N.D., Kandel A., Dynamic incremental k-means clustering. In: *2014 Int. Conf. on Computational Science and Computational Intelligence*, pp. 308–313, 2014.
2. Abbasi A.A., Younis M., A survey on clustering algorithms for wireless sensor networks. *Computer Communications*, 2007, vol. 30, no. 14-15, pp. 2826–2841.
3. Aggarwal C.C. et al., A framework for clustering evolving data streams. In: *29th Int. Conf. on Very Large Data Bases*, pp. 81–92, 2003.
4. Aggarwal C.C. (ed), *Data Streams: Models and Algorithms*. Springer, 2007.
5. Aggarwal C.C., *Outlier Analysis*. Springer, 2013.
6. Ahamed Shafeeq B.M., Hareesha K.S., Dynamic clustering of data with modified k-means algorithm. In: *2012 Int. Conf. on Information and Computer Networks (ICICN 2012)*, vol. 27, IACSIT Press, Singapore, pp. 221–225, 2012.
7. Azorin-Lopez J., Saval-Calvo M., A. Fuster-Guillo, A predictive model for recognizing human behavior based on trajectory representation. In: *2014 Int. Joint Conf. on Neural Networks*, IEEE Press, pp. 1494–1501, 2014.
8. Bahiense L., Frota Y., Maculan N., Noronha T.F., Ribeiro C.C., A branch-and-cut algorithm for the equitable coloring problem using a formulation by representatives. *Disc. Appl. Math.*, 2014, vol. 164, pp. 34–46.
9. Bandyopadhyay S., Giennella C., Maulik U., Kargupta H., Liu K., Datta S., Clustering distributed data streams in peer-to-peer environment. *Information Sciences*, 2006, vol. 176, no. 14, pp. 1952–1985.
10. Banerjee S., Khuller S., A clustering scheme for hierarchical control in multihop wireless networks. In: *Proc. IEEE INFOCOM*, pp. 1028–1037, 2001.
11. Barbakh W., Fife C., Online clustering algorithms. *Int. J. of Neural Systems*, 2008, vol. 18, no. 03, pp. 185–194.
12. Benslimane A., Taleb T., Sivaraaj R., Dynamic clustering-based adaptive mobile gateway management in integrated VANET-3G heterogeneous wireless networks. *IEEE J. on Selected Areas in Communications*, 2001, vol 29, no. 3, pp. 559–570.

13. Beringer J., Hullermaier E., Online clustering of parallel data streams. *Data and Knowledge Engineering*, 2006, vol. 58, no. 2, pp. 180–204.
14. Campbell T., Liu M., Kulis B., How J.P., Carin L., Dynamic clustering via asymptotics of dependent Dirichlet process mixture. *Electr. prepr.* 9 p., Nov. 1, 2013. <http://arxiv.org/abs/1305.6659> [cs.LG]
15. Cao F., Ester M., Qian W., Zhou A., Density-based clustering over an evolving data stream with noise. In: *SDM*, vol. 6, SIAM, pp. 328–339, 2006.
16. Cavendish D., Gerla M., Routing optimization in communication networks. In: M.X. Cheng, Y. Li, D.-Z. Du (eds), *Combinatorial Optimization in Communication Networks*, Springer, pp. 505–547, 2006.
17. Chan T.M., Zarrabi-Zadeh H., A randomized algorithm for online unit clustering. In: *Approximation and Online Algorithms*, Springer, pp. 121–131, 2007.
18. Chattopadhyay A., Blaszczyszyn B., Altman E., Cell planning for mobility management in heterogeneous cellular networks. *Electr. preprint.* 13 p., May 24, 2016. <http://arxiv.org/abs/1605.07341> [cs.NI]
19. Chen W.-P., Hou J.C., Sha L., Dynamic clustering for acoustic target tracking in wireless sensor networks. *IEEE Trans. Mobile Computing*, 2004, vol 3, no. 3, pp. 258–271.
20. Chinrungrueng C., Sequin C.H., Optimal adaptive k-means algorithm with dynamic adjustment of learning rate. TR-91-017, Dept. of Electrical Eng. and CS, Univ. of California, Berkeley, 1991.
21. Cormode G., Muthikrishnan S., Space efficient mining of multigraph streams. In: *Twenty-Fourth ACM SIGMOD-SIGACT-SIGART Symp. on Principles of Database Systems PODS 2005*, ACM, pp. 271–282, 2005.
22. da Costa F.G., Rios R.A., de Mello R.F., Using dynamical systems tools to detect concept drift in data streams. *Expert Systems and Applications*, 2006, vol. 60, pp. 39–50.
23. Crespo F., Weber R., A methodology for dynamic data mining based on fuzzy clustering. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, vol. 150, no. 2, pp. 267–284.
24. Csirik J., Epstein L., Imreh C., Levin A., Online clustering with variable sized clusters. *Algorithmica*, 2013, vol. 65, no. 2, pp. 251–274.
25. da Silva J.C., Giannella C., R. Bhargava, H. Kargupta, M. Klusch, Distributed data mining and agents. *Eng. Appl. of AI*, 2005, vol. 18, no. 1, pp. 791–807.
26. Darmont J., Fromantin C., Gruenwald L., Schneider M., Dynamic clustering in object-oriented databases: An advocacy for simplicity. *Electr. preprint*, 15 p., May 2007, <http://arxiv.org/abs/0705.0281>
27. Datta S., Giannella C., Kargupta H., K-means clustering over a large, dynamic networks. In: *SIAM Conf. SDM'06*, pp. 153–164, 2006.
28. Diday E., The dynamic cluster method in non-hierarchical clustering. *J. Comput. Inf. Sci.*, 1973, vol. 2, pp. 61–88.
29. Eckstein A., Automated flight track taxonomy for measuring benefits from performance based navigation. In: *Integrated Communications, Navigation and Surveillance Conf.*, 2009.
30. Enriquez M., Identifying temporally persistent flow in the terminal airspace via spectral clustering. In: *10th USA/Europe Air Traffic Manag. Res. and Development Seminar ATM'13*, Chicago, 2013.
31. Enriquez M., Kurcz C., A simple and robust flow detection algorithm based on spectral clustering. In: *ICRAT Conf.*, 2012.
32. Fan Y., Xu Q., Guo Y., Liang S., Visualization on agglomerative information bottleneck based trajectory clustering. In: *2015 19th Int. Conf. Information Visualization (iV)*, pp. 557–560, 2015.
33. Fereora N., Klosowski J.T., Scheidegger C.E., Silva C.T., Vector field k-means: Clustering trajectories by fitting multiple vector fields. *Electr. preprint*, Aug. 2012, <http://arxiv/abs/1208.5801>

34. Fernandez-Caballero A., Castillo J.C., Rodriguez-Sabchez J.M., Human activity monitoring by local and global finite state machines. *Expert Systems and Applications*, 2012, vol. 39, no. 8, pp. 6982–6993.
35. Fomin S., Zelevinsky A., Cluster algebras I: Foundations. *J. Amer. Math. Soc.*, 2002, vol. 15, pp. 497–520.
36. Frota Y., Maculan N., Noronha T.F., C. Ribeiro, A branch-and-cut algorithm for partition coloring. *Networks*, 2010, vol. 55, no. 3, pp. 194–204.
37. Gaber M.M., Zaslavsky A., Krishnaswamy S., Mining data streams: A review. *ACM SIGMOD Record*, 2005, vol. 34, no. 2, pp. 18–26.
38. Gaber M.M., Zaslavsky A., Krishnaswamy S., Data streams mining. In: *Data Mining and Knowledge Discovery Handbook*, Part 6, pp. 759–787, 2010.
39. Gaffney S., Smyth P., Trajectory clustering with mixtures of regression models. In: *5th Int. Conf. on Knowledge Discovery and Data Mining ACM SIGKDD KDD'99*, pp. 63–72, 1999.
40. Gama J., Gaber M.M., *Learning from data streams*. Berlin, New York, Springer, 2007.
41. Gama J., *Knowledge Discovery from Data Streams*. Boca Raton, FL, Chapman & Hall/CRC, 2010.
42. Gariel M., Srivastava A.N., Feron E., Trajectory clustering and an application to airspace monitoring. *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, 2011, vol. 12, no. 4, pp. 1511–1524.
43. Gekhtman M., Shapiro M., Vainshtein A., Higher pentagram maps, weighted directed networks, and cluster dynamics. Electr. preprint. 19 p., Jan. 2, 2012. <http://arxiv.org/abs/1110.0472> [math.QA]
44. Glick M., The pentagram map and Y-patterns. Electr. preprint. 27 p., Apr. 15, 2011. <http://arxiv.org/abs/1005.0598> [math.CO]
45. Guha S., Mishra N., Motwani R., O'Callaghan L., Clustering data streams. In: *41st Annual IEEE Symp. on Foundations of Computer Science (FOCS)*, pp. 359–366, 2000.
46. Guha S., Koudas N., Shim K., Data streams and histograms. In: *ACM STOC*, pp. 471–475, 2001.
47. Hopcroft J., Khan O., Kulis B., Selman B., Tracking evolving communities in large linked networks. *PNAS*, 2004, vol. 101 (Suppl 1), pp. 5249–5353.
48. Hoshino E.A., Frota Y.A., de Souza C.C., A branch-and-price approach for the partition coloring problem. *Oper. Res. Lett.*, 2011, vol. 39, no. 2, pp. 132–137.
49. Jedrzejowicz J., Jedrzejowicz P., Distance-based online classifiers. *Expert Systems and Applications*, 2016, vol. 60, pp. 249–257.
50. Roriz Junior M., Endler M., Jose da Silva e Silva F., An on-line algorithm for cluster detection of mobile nodes through complex event processing. *Information Systems*, 2016 (in press).
51. Kalnis P., Mamaoulis N., On discovering moving clusters in spatio-temporal data. In: *9th Int. Symp. on Spatial and Temporal Databases*, pp. 364–381, Springer, 2005.
52. Kaneko K., Relevance of dynamic clustering to biological networks. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1994, vol. 75, no. 1, pp. 55–73.
53. Karypis G., Han E.-H., Kumar V., Chamaleon: hierarchical clustering using dynamical modeling. *IEEE Computer*, 1999, pp. 68–75.
54. Khalil E.A., Attea B., Energy-aware evolutionary routing protocol for dynamic clustering of wireless sensor networks. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2011, vol. 1, no. 4, pp. 195–203.
55. Kim N., Heo J., Kim H.S., Kwon W.H., Reconfiguration of clusterheads for load balancing in wireless sensor networks. *Computer Communications*, 2008, vol. 31, no. 1, pp. 153–159.
56. Kreml G., Zliobaite I., Brzezinski D., Hullermeier E., Last M., Lemaire V., et al., Open challenges for data stream mining research. *ACM SIGKDD Explorations Newsletter*, 2014, vol. 16, no. 1, pp. 1–10.
57. Krishnan R., Starobinski D., Efficient clustering algorithms for self-organizing wireless sensor networks. *Ad Hoc Networks*, 2006, vol. 4, no. 1, pp. 36–59.

58. Last M., Online classification of nonstationary data streams. *Intelligent Data Analysis*, 2002, vol. 6, pp. 129–147.
59. Lee J.-G., Han J., Whang K.Y., Trajectory clustering: A partition-and-group framework. In: *2007 ACM SIGMOD Int. Conf. on Management of Data*, pp. 593–604, ACM, 2007.
60. Lee J.-G., Han J., Li X., A unifying framework of mining trajectory patterns of various temporal tightness. *IEEE Trans. KDE*, 2015, vol. 27, no. 6, pp. 1478–1490.
61. Levin M.Sh., Towards communication network development (structural system issues, combinatorial models). In: *2010 IEEE Region 8 Int. Conf. SIBIRCON-2010*, vol. 1, pp. 204–208, 2010.
62. Levin M.Sh., Clique-based fusion of graph streams in multi-function system testing. *Informatica* 23(3), 391–404, 2012.
63. Levin M.Sh., *Modular System Design and Evaluation*. Springer, 2015.
64. Levin M.Sh., Towards combinatorial clustering: preliminary research survey. Electr. preprint. 102 pp., May 28, 2015. <http://arxiv.org/abs/1505.07872> [cs.AI]
65. Levin M.Sh., On combinatorial clustering: literature review, methods, examples. *J. of Commnu. Technol. and Electronics*, 2015, vol. 60, no. 12, pp. 1403–1428.
66. Levin M.Sh., Towards integrated glance to restructuring in combinatorial optimization. Electr. preprint. 31 p., Dec. 20, 2015. <http://arxiv.org/abs/1512.06427> [cs.AI]
67. Levin M.Sh., Towards bin packing (preliminary problem survey, models with multiset estimates). Electr. preprint 39 p., May 24, 2016. <http://arxiv.org/abs/1605.07574> [cs.AI]
68. Levin M.Sh., Petukhov M., Multicriteria assignment problem (selection of access points). In: *IEA/AIE 2010*, LNCS 6097, part II, Springer, pp. 277–287, 2010.
69. Li G., Simha R., The partition coloring problem and its application to wavelength routing and assignment. In: *First Workshop on Optical Networks*, CDROM, Dallas, p. 1, 2000.
70. Liu W., Wang Z., Feng J., Continuous clustering of moving objects in spatial networks. In: *12th Int. Conf. on Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems KES'08*, Part II, Springer, Berlin, pp. 543–550, 2008.
71. Liu Z., Guo W., Shi Q., Hu W., Xia M., Sliding scheduled lightpath provisioning by mixed partition coloring in WDM optical networks. *Optical Switching and Networking*, 2013, vol. 10, no. 1, pp. 44–53.
72. Luhr S., Lazarescu M., Incremental clustering of dynamic data streams using connectivity based representative points. *Data and Knowledge Engineering*, 2009, vol. 68, no. 1, pp. 1–27.
73. Menas-Torres D., Aguilar-Ruiz J., A similarity-based approach for data stream classification. *Expert Systems and Applications*, 2014, vol. 41, no. 9, pp. 4224–4234.
74. Millan-Giraldo M., Sanchez J.S., Traver V.J., On-line learning from streaming data with delayed attributes: a comparison of classifiers and strategies. *Neural Computing and Applications*, 2011, vol. 20, no. 7, pp. 935–944.
75. Muthukrishnan S., *Data Streams: Algorithms and Applications*. Now Publishers Inc., 2005.
76. Nguyen T.M., Wu Q.M.J., Dynamic fuzzy clustering and its application in motion segmentation. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 2013, vol. 21, no. 6, pp. 1019–1031.
77. Noronha T.F., Ribeiro C.C., Routing and wavelength assignment by partition coloring. *Eur. J of Oper. Res.*, 2006, vol. 171, no. 3, pp. 797–810.
78. Ossama O., Mokhtar H.M.O., El-Sharkawi M.E., An extended k-means technique for clustering moving objects. *Egyptian Informatics J.*, 2011, vol. 12, no. 1, pp. 45–51.
79. Ossama O., Mokhtar H.M.O., El-Sharkawi M.E., Dynamic k-means: a clustering technique for moving object trajectories. *Int. J. of Intelligent Information and Database Systems*, 2012, vol. 6, no. 4, pp. 307–327.

80. Pal S.K., Mitra S., Fuzzy dynamic clustering algorithm. *Pattern Recogn. Lett.*, 1990, vol. 11, no. 8, pp. 525–535.
81. Papadogiannis A., Gesbert D., Hardouin E., A dynamic clustering approach in wireless networks with multi-cell cooperative processing. In: *IEEE Int. Conf. on Communications ICC'08*, pp. 4033–4037, 2008.
82. Pereira C.M., de Mello R.F., Ts-stream: clustering time series on data streams. *J. of Intelligent Information Systems*, 2014, vol. 42, no. 3, pp. 531–566.
83. Pferschy U., Rudolf R., Woeginger G.J., Some geometric clustering problems. *Nordic J. of Computing*, 1994, vol. 1, no. 2, pp. 246–263.
84. Piciarelli C., Foresti G.I., Suidara L., Trajectory clustering and its applications for video surveillance. In: *IEEE Conf. on Advanced Video and Signal Based Surveillance AVSS 2005*, pp. 40–45, 2005.
85. Pramod S., Vyas O.P., Data stream mining: A review on windowing approach. *Global J. of Computer Science and Technology Software and Data Engineering*, 2012, vol. 12, no. 11, pp. 26–30.
86. Sato-Ilic M., Dynamic fuzzy clustering using fuzzy cluster loading. *Int. J. General Systems*, 2006, vol. 35, no. 2, pp. 209–230.
87. Shaker A., Hullermeier E., IBL streams: A system for instance-based classification and regression on data streams. *Evolving Systems*, 2013, vol. 3, no. 4, pp. 235–249.
88. Shi Y., Zhang A., Dynamic clustering and indexing of multi-dimensional datasets. In: *4th Int. Conf. on Information Fusion*, 2001.
89. Wang B., Lim H.B., Ma D., A coverage-aware clustering protocol for wireless sensor networks. *Computer Networks*, 2012, vol. 56, no. 5, pp. 1599–1611.
90. Yang D., Rundensteiner E.A., Ward M.O., Mining neighbor-based patterns in data streams. *Information Systems*, 2013, vol. 38, no. 3, pp. 331–350.
91. Younis O., Krunz M., Ramasubramanian S., Node clustering in wireless sensor networks: Recent developments and deployment challenges. *IEEE Networks*, May/June 2006, pp. 20–25.
92. Yu M., Leung K.K., Malvankar A., A dynamic clustering and energy efficient routing technique for sensor networks. *IEEE Trans. Wireless Communications*, 2007. vol. 6, no. 8, pp. 3069–3079.
93. Zalik K.R., Zalik B., A sweep-line algorithm for spatial clustering. *Advances in Engineering Software*, 2009, vol. 40, pp. 445–451.
94. Zamir O., Etzioni O., Grouper: a dynamic clustering interface to Web search results. *Computer Networks*, 1999, vol. 31, no. 11, pp. 1361–1374.
95. Zhang D., Dong Y., Semantic, hierarchical, online clustering of web search results. In: *Advanced Web Technologies and Applications*, Springer, pp. 69–78, 2004.
96. Zopounidis C., Doumpos M., Multicriteria classification and sorting methods: a literature review. *Eur. J. of Oper. Res.*, 2002, vol. 138, no. 2, pp. 229–246.

On Dynamic Combinatorial Clustering

Levin M.Sh.

The paper addresses dynamic combinatorial clustering. First, a systematic literature survey on dynamic/online clustering is presented (problems, methods, applications). Second, restructuring approach to clustering is described (one-stage clustering, multi-stage clustering, sorting). Third, two network application examples of dynamic/multistage clustering are examined: (a) multi-stage connection of users to access points, (b) partition coloring problem in optical networks (wavelength routing and assignment).

KEYWORDS: dynamic clustering, combinatorial optimization, restructuring, network applications