

## Быстрое рекурсивное вычисление композитных корреляционных фильтров

В.И. Кобер\*, А.Н. Ручай\*\*, В.Н. Карнаухов\*

\*Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия

\*\*Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия

Поступила в редколлегию 29.01.2018

**Аннотация**—Алгоритмы слежения за несколькими объектами на основе корреляционных фильтров требуют вычисления композитного фильтра на основе синтетических дискриминационных функций с целью повышения робастности к изменениям позы, к частичному перекрытию объектов другими объектами, к масштабу, к повороту, к освещению и к сложному фону. Алгоритм вычисления обладает большой вычислительной сложностью, и, чтобы ускорить синтез фильтра в этой работе, предлагается метод рекурсивного расчета композитного фильтра на основе алгоритмов быстрого обращения матриц. Представлены результаты компьютерных экспериментов для предложенного метода рекурсивное вычисление композитного корреляционного фильтра с точки зрения точности и скорости вычислений.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** композитный фильтр, корреляционный фильтр, синтетическая дискриминационная функция.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время слежение за объектами широко используется в видеонаблюдении, автомобильной навигации, взаимодействии человека с компьютером, в робототехнике [1, 2]. Слежение за объектами на основе корреляционных методов — привлекательная альтернатива существующим алгоритмам слежения [3–5]. Корреляционные фильтры имеют хорошую формальную основу [6, 7], и их можно легко реализовать в приложениях реального времени [8, 9]. Методы распознавания, использующие сопоставление с шаблонами, плохо работают в некоторых случаях, например, когда артикуляция изменяет глобальные характеристики объекта, такие как контур. Таким образом, обычные корреляционные фильтры без обучения обычно дают низкое качество при распознавании объектов, обладающих неполной информацией [10–12]. Адаптивный подход к синтезу фильтров позволяет создавать адаптивные фильтры для слежения за объектами [13, 14].

Композитные фильтры используют набор обучающих версий объектов распознавания [15, 16]. Эффективность традиционных корреляционных фильтров падает быстро с ростом уровня искажений объекта распознавания. В этом случае широкий набор обучающих версий объекта могут быть использованы для улучшения распознавания. Фильтр на основе синтетических дискриминационных функций (СДФ) — это линейная комбинация согласованных фильтров для различных версий объекта [17, 18]. Весовые коэффициенты выбираются так, чтобы обеспечить заданное значение корреляционного отклика для каждой версии объекта распознавания.

Алгоритм на основе локально-адаптивных корреляционных фильтрах способен отслеживать с высокой точностью расположение нескольких объектов в видеопотоке без использования повторного обучающего процесса [19, 20]. В начале выбираются объекты слежения, затем, используя адаптивную процедуру, вычисляется оптимальный корреляционный фильтр

с помощью адаптивного СДФ, этим добиваются заданной точности обнаружения объекта на типичном фоне с аддитивным шумом. Для распознавания геометрически искаженного объекта синтезируются оптимальные фильтры для каждой версии объекта и объединяются в банк фильтров. Такая система слежения динамически адаптируется к каждому кадру и особенностями фона, используя информацию о текущих и прошлых кадрах [21].

Главным недостатком использования адаптивного СДФ — это его вычислительная сложность при частых изменениях объекта или адаптации фильтра к меняющемуся фону [22, 23]. В этой работе мы предлагаем способ рекурсивного вычисления СДФ на основе быстрого обращения матрицы, используя информацию с предыдущего шага.

Статья организована следующим образом. Раздел 2 описывает построение оптимального композитного корреляционного фильтра на основе СДФ. В разделе 3 описан предлагаемый способ рекурсивного вычисления СДФ на основе быстрого обращения матрицы. Результаты компьютерных экспериментов с целью оценки точности и скорости работы предложенного способа приведены в разделе 4. Наконец, в разделе 5 представлены наши выводы.

## 2. ПОСТРОЕНИЕ КОМПОЗИТНОГО КОРРЕЛЯЦИОННОГО ФИЛЬТРА

Мы заинтересованы в построении корреляционного фильтра для распознавания объектов, который был бы устойчив к таким ситуациям, как исчезновение объекта из поля зрения, частичное закрытие объекта другим объектом, наличие сильных фоновых помех, неравномерное освещение, наличие иных пространственно-неоднородных искажений. Для уменьшения ошибок ложного обнаружения и пропуска искомым объектов используется адаптивный подход к созданию композитного корреляционного фильтра.

Пусть  $T = \{t_i(x, y); i = 1, \dots, N\}$  — множество изображений, содержащих геометрически искажённые версии объекта распознавания,  $h_i(x, y)$  — импульсная характеристика обобщённого согласованного фильтра, построенного для  $i$ -ого доступного изображения цели  $t_i(x, y)$  из множества  $T$ . Пусть  $H = \{h_i(x, y); i = 1, \dots, N\}$  — множество всех импульсных характеристик обобщённых согласованных фильтров, построенных для всех обучающих изображений  $t_i(x, y)$ . Кроме того, пусть  $S = \{s_i(x, y); i = 1, \dots, M\}$  — множество изображений, содержащих  $M$  ложных объектов, которые должны быть отвергнуты. Мы хотим синтезировать фильтр, который распознавал бы все изображения объекта из множества  $T$  и отвергал бы ложные объекты из  $S$  путём объединения шаблонов фильтров, содержащихся в  $H$ , используя операцию корреляции. Фильтр  $p(x, y)$ , удовлетворяющий всем этим условиям, можно построить следующим образом:

$$p(x, y) = \sum_{i=1}^N \alpha_i h_i(x, y) + \sum_{i=N+1}^{N+M} \alpha_i s_i(x, y), \quad (1)$$

где коэффициенты  $\{\alpha_i; i = 1, \dots, N + M\}$  выбираются таким образом, чтобы удовлетворить заранее заданным выходным данным для каждого изображения из  $U = T \cup S$ . Используя векторно-матричные обозначения, определим через  $\mathbf{R}$  матрицу из  $N + M$  столбцов, где каждый столбец является вектором каждого элемента из  $U$ . Пусть  $\mathbf{a} = [\alpha_i; i = 1, \dots, N + M]^\top$  — вектор коэффициентов, тогда выражение (1) можно переписать как

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}\mathbf{a}. \quad (2)$$

Обозначим через

$$\mathbf{u} = \left[ \underbrace{1, \dots, 1}_{N \text{ones}}, \underbrace{0, \dots, 0}_{M \text{zeros}} \right]^\top,$$

желаемую характеристику обучающих изображений. Ограничения на характеристику можно представить как

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}^+ \mathbf{p}, \quad (3)$$

где верхний индекс  $+$  обозначает комплексное сопряжение. Подставляя выражение (2) в (3), мы получим

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}^+ \mathbf{R} \mathbf{a}.$$

Таким образом, вектор  $\mathbf{a}$  можно выразить как

$$\mathbf{a} = [\mathbf{R}^+ \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{u}. \quad (4)$$

Наконец, подставляя выражение (4) в (2), получим решение для композитного фильтра

$$\mathbf{p} = \mathbf{R}[\mathbf{R}^+ \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{u}. \quad (5)$$

При решении задачи с двумя классами объектов: истинного и ложного, значение корреляционного пика при использовании фильтра, приведённого в выражении (5), ожидается близким к единице для объектов истинного класса и близким к нулю для объектов ложного класса.

### 3. РЕКУРСИВНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ СДФ

Для вычисления СДФ необходимо выполнить умножение двух матриц  $\mathbf{V} = \mathbf{R}^+ \mathbf{R}$  размером  $k \times k$ ,  $k = N + M$  и вычислить обратную матрицу  $\mathbf{V}^{-1}$  порядка  $k$ . Представим  $\mathbf{R}$  как вектор  $(r_1, \dots, r_k)$ , где  $r_i$  — столбцы длиной  $d$ . Стандартный алгоритм умножения матрицы имеет сложность  $O(n^3)$  для матриц порядка  $n$ . Стандартный алгоритм обращения матрицы также имеет сложность  $O(n^3)$  для матрицы порядка  $n$ . Сложность вычисления фильтра по формуле (5) равна  $O(dk^2 + k^3 + dk^2 + dk)$  при  $d \gg k$ .

Рассмотрим три возможных ситуации синтеза фильтра и три соответствующих рекурсивных алгоритма для ускорения вычислений: добавление нового объекта в множество  $U$ , удаление объекта из множества  $U$ , замена объекта в множестве  $U$ .

#### 3.1. Добавление нового объекта в множество $U$

Пусть  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $U$  и обратная матрица к  $\mathbf{V}$  известны. Нам необходимо синтезировать фильтр СДФ, когда новый объект распознавания  $t$  размером  $1 \times d$  добавлен в множество  $U$ . Матрица  $\hat{\mathbf{R}} = (r_1, \dots, r_k, t)$ , и  $\hat{\mathbf{u}}$  легко вычисляются. Задача состоит в том, чтобы найти обратную матрицу порядка  $k + 1$  к матрице  $\hat{\mathbf{V}}$ , где

$$\hat{\mathbf{V}} = \begin{pmatrix} \mathbf{V} & \mathbf{C} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{pmatrix},$$

где строка  $\mathbf{C} = (t \cdot r_1, \dots, t \cdot r_k)$  — размером  $1 \times k$ , столбец  $\mathbf{B} = \mathbf{C}^T$  — размером  $k \times 1$  и  $\mathbf{D} = t \cdot t$  легко вычисляется со сложностью  $O(dk)$ , « $\cdot$ » обозначает скалярное произведение двух векторов.

Обратная матрица  $\hat{\mathbf{V}}^{-1}$  к матрице  $\hat{\mathbf{V}}$  может быть вычислена с помощью следующей формулы [24]:

$$\hat{\mathbf{V}}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{V} & \mathbf{C} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{z} \begin{pmatrix} \mathbf{V}^{-1}(z\mathbf{E} + \mathbf{BCV}^{-1}) - \mathbf{CV}^{-1} & \\ & -\mathbf{V}^{-1}\mathbf{B} \\ & & 1 \end{pmatrix},$$

где  $\mathbf{E}$  — единичная матрица порядка  $n$ , и число

$$z = \mathbf{D} - \mathbf{CV}^{-1}\mathbf{B}.$$

Сложность вычисления фильтра СДФ при добавлении нового объекта в множество  $U$  равна  $O(dk^2 + k^3 + dk)$  с  $d \gg k$ . Вычислительная сложность этой процедуры меньше на  $O(dk^2)$ , чем прямое вычисление по формуле 5. Стоит обратить внимание, что ускорение происходит за счет того, что не нужно выполнять операцию умножения двух матриц  $\mathbf{R}^+\mathbf{R}$ .

### 3.2. Удаление объекта из множества $U$

Пусть  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $U$  и обратная матрица к  $\mathbf{V}$  известны. Нам нужно синтезировать композитный фильтр при удалении  $j$ -го объекта из множества  $U$ . Задача состоит в том, чтобы найти обратную матрицу к  $\hat{\mathbf{V}}$  порядка  $k - 1$ , полученную из матрицы  $\mathbf{V}$  удалением  $j$ -ой строки и  $j$ -го столбца.

Обратная матрица  $\hat{\mathbf{V}}^{-1}$  к матрице  $\hat{\mathbf{V}}$  может быть вычислена с помощью следующей формулы [24]:

$$\hat{\mathbf{V}}^{-1} = \bar{\mathbf{V}}^{-1} - \frac{w_j v_j}{q},$$

где  $\bar{\mathbf{V}}^{-1}$  — матрица, полученная из  $\mathbf{V}^{-1}$  удалением  $j$ -ой строки и  $j$ -го столбца,  $q$  — значение элемента  $j$ -ой строки и  $j$ -го столбца матрицы  $\mathbf{V}^{-1}$ ,  $w_j$  —  $j$ -й столбец матрицы  $\mathbf{V}^{-1}$  без  $j$ -ой строки,  $v_j$  —  $j$ -я строка матрицы  $\mathbf{V}^{-1}$  без  $j$ -го столбца.

Сложность вычисления фильтра СДФ при удалении  $j$ -го объекта из множества  $U$  равна  $O(k^2)$ . Сложность этой процедуры существенно меньше, чем прямое вычисление по формуле (5).

### 3.3. Замена объекта в множестве $U$

Пусть  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{V}$ ,  $U$  и обратная матрица к  $\mathbf{V}$  известны. Нужно синтезировать фильтр при замене объекта  $t_j$  размером  $1 \times d$  на новый объект  $t'_j$  размером  $1 \times d$  в множестве  $U$ .

Матрица  $\hat{\mathbf{R}} = (r_1, \dots, t'_j, \dots, r_k)$  и вектор  $\hat{\mathbf{u}}$  легко вычисляются. Задача состоит в том, чтобы найти обратную матрицу к матрице  $\hat{\mathbf{V}}$  порядка  $k$ . Заметим, что матрица  $\hat{\mathbf{V}}$  может быть получена из  $\mathbf{V}$  следующим образом [24]:

$$\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{V} + \mathbf{X},$$

где  $\mathbf{X}$  — нулевая матрица с ненулевым  $j$ -м столбцом и  $j$ -ой строкой:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & r_1 t'_j - r_1 r_j & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ t'_j r_1 - r_j r_1 & \dots & r_j t'_j - r_j r_j & \dots & t'_j r_k - r_j r_k \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & r_k t'_j - r_k r_j & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Сложность вычисления матрицы  $\mathbf{X}$  равна  $O(dk)$

Также заметим, что матрица  $\mathbf{X}$  порядка  $k$  может быть представлена в виде суммы двух матриц,

$$\mathbf{X} = u_1 v_1^\top + u_2 v_2^\top,$$

где  $u$ ,  $v$  — векторы столбцы длиной  $k$ :

$$u_1 = (t'_j r_1 - r_j r_1, \dots, r_j t'_j - r_j r_j, \dots, t'_j r_k - r_j r_k),$$

$$v_1 = (0, \dots, 0, 1_j, 0, \dots, 0), \quad u_2 = (0, \dots, 0, 1_j, 0, \dots, 0),$$

$$v_2 = (r_1 t'_j - r_1 r_j, \dots, r_{j-1} t'_j - r_{j-1} r_j, 0, r_{j+1} t'_j - r_{j+1} r_j, \dots, r_k t'_j - r_k r_j).$$

Теперь, чтобы найти матрицу  $\hat{\mathbf{V}}$

$$\hat{\mathbf{V}} = (\mathbf{V} + u_1 v_1^\top) + u_2 v_2^\top = \mathbf{V}_1 + u_2 v_2^\top,$$

нужно найти обратную матрицу к  $\mathbf{V}_1$ , а затем обратную матрицу к  $\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{V}_1 + u_2 v_2^\top$ .

Если известна обратная матрица  $\mathbf{A}^{-1}$ , то можно вычислить обратную матрицу к скорректированной матрице следующим способом:  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + uv^\top$  [24].

Матрица  $\mathbf{A} + uv^\top$  обратима тогда и только тогда, когда  $1 + v^\top \mathbf{A}^{-1} u \neq 0$ . Если матрица  $\mathbf{A} + uv^\top$  обратима, то ее обратную матрицу можно вычислить как [24]

$$(\mathbf{A} + uv^\top)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1} uv^\top \mathbf{A}^{-1}}{1 + v^\top \mathbf{A}^{-1} u}.$$

Ускорение вычисления обратной матрицы к  $\mathbf{A} + uv^\top$  при известной обратной  $\mathbf{A}^{-1}$  происходит за счет того, что нам не нужно вычислять заново всю обратную матрицу, а требуется только вычислить обратную к скорректированной матрице  $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + uv^\top$ .

Сложность вычисления фильтра СДФ при замены объекта в множестве  $U$  равна  $O(dk^2 + k^3 + dk)$  с  $d \gg k$ . Сложность этой процедуры меньше на  $O(dk^2)$  прямого вычисления по формуле (5).

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

В этом разделе представлены результаты компьютерного моделирования предложенных алгоритмов рекурсивного вычисления композитных корреляционных фильтров с точки зрения точности и скорости.

Для проведения экспериментов использовался персональный компьютер со следующими характеристиками: 4-х ядерный 64-битный процессор — Intel Core i5-3340 с рабочей частотой 3.3 ГГц, объем ОЗУ — 16 ГБ, объем дискового пространства — 2 ТБ. На компьютере установлены ОС Windows 7 и среда разработки Matlab. Все эксперименты были запрограммированы на языке Matlab.

Первый эксперимент заключался в том, что мы синтезировали СДФ, когда в множество  $U$  мощностью  $k$  по порядку добавляли новый объект  $t$  размером  $1 \times d$ , где  $d = 1000000$ . Этот эксперимент моделирует работу алгоритма слежения за объектами, когда необходимо для одного объекта и его модификации (изменение масштаба, поворот, перекрытие) вычислить СДФ рекурсивным способом с помощью предложенного алгоритма добавления нового объекта в множество  $U$ . В таблице 1 приведены результаты эксперимента вычисления композитного фильтра обычным и рекурсивным способами. Скорость вычисления СДФ с помощью предложенного рекурсивного алгоритма возрасла по сравнению с традиционным способом в 3 раза с хорошей точностью.

**Таблица 1.** Результаты экспериментов синтеза фильтра обычным способом (SSDF) и рекурсивным способом (RSDF) при добавлении нового объекта в множество  $U$ , указано время (сек.) и точность вычисления.

Число объектов $k$	SSDF	RSDF	Точность вычисления
$k = 36$	0.26	0.1	$7.1 \cdot 10^{-16}$
$k = 72$	0.53	0.19	$7 \cdot 10^{-16}$
$k = 108$	0.84	0.3	$1.2 \cdot 10^{-15}$
$k = 144$	1.15	0.42	$1.3 \cdot 10^{-15}$
$k = 180$	1.53	0.56	$1.5 \cdot 10^{-15}$

Второй эксперимент заключался в синтезе СДФ, когда мощность множества  $U$  фиксирована  $k$ , по порядку удаляли первый объект из множества  $U$  и добавляли новый объект  $t$  размером  $1 \times d$ , где  $d = 1000000$ . Этот эксперимент моделирует работу алгоритма слежения за объектами, когда необходимо динамически адаптировать фильтр к каждому кадру. Для этого наиболее старый объект удаляется из множества  $U$  и добавляется новый объект в множество  $U$ . В таблице 2 приведены результаты эксперимента синтеза СДФ обычным способом и рекурсивным способом с помощью предложенного алгоритма. Мощность множества  $U$  принимает значение  $k = 5, 10, 15, 20$ , количество шагов замены в множестве  $U$  равно 350. Скорость вычисления фильтра с помощью предложенного рекурсивного алгоритма возросла на 20% с хорошей точностью.

**Таблица 2.** Результаты экспериментов синтеза фильтра обычным способом (SSDF) и рекурсивным способом (RSDF) заменой объекта в множестве  $U$ , указано время (сек.) и точность вычисления.

Число объектов $k$	SSDF	RSDF	Точность вычисления
$k = 5$	0.079	0.063	$2.4 \cdot 10^{-18}$
$k = 10$	0.149	0.117	$6.2 \cdot 10^{-18}$
$k = 15$	0.192	0.156	$8.4 \cdot 10^{-18}$
$k = 20$	0.266	0.219	$9.6 \cdot 10^{-18}$
$k = 25$	0.313	0.259	$1.2 \cdot 10^{-17}$

Второй эксперимент показывает, что можно легко реализовать алгоритм слежения в реальном времени с помощью предложенного рекурсивного метода синтеза СДФ.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен быстрый рекурсивный алгоритм синтеза композитных корреляционных фильтров. Результаты компьютерных экспериментов показали, что можно существенно ускорить синтез фильтров. В первом эксперименте мы перевычислили СДФ, добавляя новые объекты, скорость вычисления с помощью предложенного рекурсивного алгоритма возросла в 3 раза. Во втором эксперименте мы заменяли самый старый объект по порядку на новый объект, при этом скорость вычисления фильтра с помощью предложенного рекурсивного алгоритма возросла на 20%.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Karasulu B., Korukoglu S. Performance Evaluation Software: Moving Object Detection and Tracking in Videos. New York : Springer, 2013.
2. Visual tracking: An experimental survey / Arnold W. M. Smeulders, Dung M. Chu, Rita Cucchiara et al. // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 2014. Vol. 36, no. 7. P. 1442—1468.
3. Ontiveros-Gallardo S. E., Kober V. Objects tracking with adaptive correlation filters and kalman filtering. Vol. 9598. 2015. P. 95980X–8.
4. Ontiveros-Gallardo S. E., Kober V. Correlation-based tracking using tunable training and kalman prediction. Vol. 9971. 2016. P. 997129–9.
5. Ruchay A., Kober V. A correlation-based algorithm for recognition and tracking of partially occluded objects. Vol. 9971. 2016. P. 99712R–9.
6. Kumar B. V. K. V., Mahalanobis A., Juday R. D. Correlation Pattern Recognition. New York, NY, USA : Cambridge University Press, 2005.
7. Recent advances in correlation filter theory and application / B. V. K. Vijaya Kumar, Joseph A. Fernandez, Andres Rodriguez, Vishnu Naresh Boddeti // Proc. SPIE. Vol. 9094. 2014. P. 909404–13.

8. Facial recognition using composite correlation filters designed with multiobjective combinatorial optimization / Andres Cuevas, Victor H. Diaz-Ramirez, Vitaly Kober, Leonardo Trujillo. Vol. 9217. 2014. P. 921710–8.
9. Aguilar-González P. M., Kober V., Díaz-Ramírez V. H. Adaptive composite filters for pattern recognition in nonoverlapping scenes using noisy training images // *Pattern Recogn. Lett.* 2014. Vol. 41. P. 83–92.
10. Díaz-Ramírez V. H., Picos K., Kober V. Object Tracking in Nonuniform Illumination Using Space-Variant Correlation Filters // *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications: 18th Iberoamerican Congress, CIARP 2013, Havana, Cuba, November 20-23, 2013, Proceedings, Part II* / Ed. by José Ruiz-Shulcloper, Gabriella Sanniti di Baja. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2013. P. 455–462.
11. Real-time tracking of multiple objects using adaptive correlation filters with complex constraints / Victor H. Diaz-Ramirez, Viridiana Contreras, Vitaly Kober, Kenia Picos // *Optics Communications.* 2013. Vol. 309. P. 265–278.
12. Diaz-Ramirez V. H., Picos K., Kober V. Target tracking in nonuniform illumination conditions using locally adaptive correlation filters // *Optics Communications.* 2014. Vol. 323. P. 32–43.
13. Robust Face Tracking with Locally-Adaptive Correlation Filtering / Leopoldo N. Gaxiola, Víctor Hugo Díaz-Ramírez, Juan J. Tapia et al. // *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis, Computer Vision, and Applications: 19th Iberoamerican Congress, CIARP 2014, Puerto Vallarta, Mexico, November 2-5, 2014. Proceedings* / Ed. by Eduardo Bayro-Corrochano, Edwin Hancock. Cham : Springer International Publishing, 2014. P. 925–932.
14. Target tracking with dynamically adaptive correlation / Leopoldo N. Gaxiola, Victor H. Diaz-Ramirez, Juan J. Tapia, Pascuala Garcia-Martinez // *Optics Communications.* 2016. Vol. 365. P. 140–149.
15. Bahri Z., Kumar B. V. K. V. Generalized synthetic discriminant functions // *J. Opt. Soc. Am. A.* 1988. Vol. 5, no. 4. P. 562–571.
16. Synthetic discriminant functions for recognition of images on the boundary of the convex hull of the training set / B.V.K. Vijaya Kumar, J.D. Brasher, C.F. Hester et al. // *Pattern Recognition.* 1994. Vol. 27, no. 4. P. 543–548.
17. Rohit Patnaik D. C. Kernel synthetic discriminant function (sdf) filters for fast object recognition. Vol. 7340. 2009. P. 7340–13.
18. Distortion-invariant pattern recognition with local correlations / V. Kober, Saúl Martínez-Díaz, V. Karnaukhov, I. A. Ovseyevich // *Pattern Recognition and Image Analysis.* 2011. Vol. 21, no. 2. P. 188.
19. E. M. Ramos-Michel V. K. Pattern recognition with an adaptive generalized sdf filter. 2007.
20. Ryan A. Kerekes B. V. K. Selecting a composite correlation filter design: a survey and comparative study // *Optical Engineering.* 2008. Vol. 47. P. 47–18.
21. Alexey Ruchay Vitaly Kober I. C. Tracking of multiple objects with time-adjustable composite correlation filters. Vol. 10396. 2017. P. 10396–6.
22. Wang Z. Q., Cartwright C. M., Gillespie W. A. Real-time intensity correlation with a synthetic discriminant function filter // *J. Opt. Soc. Am. B.* 1994. Vol. 11, no. 9. P. 1842–1847.
23. Cheng Y.-S. Real-time shift-invariant optical pattern recognition // *International Journal of High Speed Electronics and Systems.* 1997. Vol. 08. P. 733–748.
24. Gill P. E., Murray W., Wright M. H. *Numerical Linear Algebra and Optimization.* Reading, MA : Addison-Wesley, 1991. Vol. 1.

**Fast recursive computation of composite correlation filters****Kober V.I., Ruchay A.N., Karnaukhov V.N.**

Algorithms for tracking multiple objects based on correlation filters require the calculation of a composite filter based on synthetic discriminant functions in order to increase the robustness to changes in posture, to partial occlusion of targets by other objects, to scaling, to rotation, to nonuniform illumination, and to a cluttered background. The direct filter design has a large computational complexity, and in order to speed up the synthesis of the filter in this paper, we propose a recursive calculation of a composite filter based on fast matrix inversion algorithms. Computer simulation results for calculation of the composite correlation filter in terms of accuracy and speed of computation are presented and discussed.

**KEYWORDS:** composite filter, correlation filter, synthetic discriminant function.