

Об одной системе связи для малых космических аппаратов нано-класса

Л.Р. Медова^{*,**}, П.С.Рыбин^{*,**}, И.В.Филатов^{*}

^{*}Московский физико-технический институт (государственный университет),
Долгопрудный, Россия,

^{**}Институт проблем передачи информации, Российская академия наук,
Москва, Россия

Поступила в редколлегию 23.03.2018

Аннотация—В работе рассматривается система связи с малыми космическими аппаратами (МКА) нано-класса с массами от 1 до 10 кг. Предлагается использовать методы кодирования, разработанные для канала множественного доступа с гауссовским шумом, для совместного декодирования сумм сигналов, полученных от нескольких МКА. В работе описан итеративный алгоритм совместного декодирования и обобщенный метод построения кодов с малой плотностью проверок (МПП-код), оптимизированных для совместного декодирования. Приведены результаты имитационного моделирования, которые позволяют заключить, что оптимизированный для совместного декодирования конструкции МПП-кодов значительно превосходят рассмотренные ранее МПП-коды и находятся относительно близко к теоретической границе.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: малые космические аппараты, МПП-код, совместное декодирование, канал множественного доступа с гауссовским шумом.

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время всё большее распространение получают малые космические аппараты (МКА) нано-класса с массами от 1 до 10 кг. Низкая стоимость и небольшая масса таких аппаратов открывают возможность выведения попутным грузом за один запуск нескольких десятков и даже сотен однотипных аппаратов. Часто целевым назначением МКА становится дистанционное зондирование Земли, требующее обеспечения в канале “вниз” максимально возможной скорости передачи данных. Таким образом, разработчики аппарата оказываются вынуждены использовать весь доступный частотный ресурс, исключая тем самым возможность частотного разделения сигналов различных МКА. Для одновременного приема данных от двух подобных однотипных МКА, оказавшихся в близких орбитальных положениях, необходимо решить задачу совместного декодирования суммы их сигналов. При таких условиях логично предположить, что мощности сигналов спутников совпадают (или очень близки), присутствует блоковая синхронизация, а канал связи имеет гауссовский шум:

$$Y = \sum_{t=1}^T X_t + Z,$$

где T – количество МКА, передающих сигналы X_t , где $\mathbb{E}[|X_t|^2] \leq P$, $t = 1, \dots, T$, а $Z \sim \mathcal{N}(0, N_0/2)$ – гауссовский шум.

Ранее в работе [1], предлагающей использовать группировки МКА для проведения исследований дальнего космоса, рассматривались методы обеспечения связи с такими группировками,

основанные на методах множественного доступа с кодовым разделением (Code Division Multiple Access, CDMA). Таким образом, задача данной работы может быть сформулирована в терминах систем связи для канала множественного доступа с гауссовским шумом (gaussian multiple access channel, GMAC). Практически все хорошо известные классические решения для методов кодирования с малой сложностью для обычного канала множественного доступа (например [2]) подразумевают некоторое согласование между пользователями. В нашем случае мы считаем их симметричными, что означает, что пользователи используют одни и те же коды и имеют равные мощности, предполагая только наличие блоковой синхронизации между пользователями. Результаты данной работы основаны на методах и идеях, заложенных в [3–6]. В [3] приведены оценки эффективности кодов конечной длины для GMAC. В [4] описан первый метод кодирования с малой сложностью для GMAC. Улучшение (с точки зрения $\frac{E_b}{N_0}$) приведено в [5]. В работе [6] представлен метод построения МПП-кодов для совместного декодирования при передаче по GMAC.

Данная работа имеет следующую структуру. В разделе 2 мы описываем итеративный алгоритм совместного декодирования. Затем в разделе 3 мы описываем обобщенный метод построения кодов с малой плотностью проверок (МПП-кодов), оптимизированных для описанного алгоритма декодирования. В разделе 4 приведены численные результаты имитационного моделирования и сравнение как с предыдущими кодовыми конструкциями [5], так и с теоретическими границами [3]. В разделе 5 приведено заключение.

2. ИТЕРАТИВНЫЙ АЛГОРИТМ СОВМЕСТНОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ

Рассмотрим итеративный алгоритм декодирования. Для этого введем необходимые определения и обозначения.

Пусть $\mathbf{c}^{(t)}$, $t \in [T]$ код с длиной n и скоростью R , используемый t -ым МКА. Пусть T МКА посылают кодовые слова $\mathbf{c}^{(1)}, \mathbf{c}^{(2)}, \dots, \mathbf{c}^{(T)}$ с использованием двоичной фазовой модуляции. Обозначим $\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(K)}$, $\mathbf{x}^{(i)} \in \{-\sqrt{P}, +\sqrt{P}\}^n$ последовательности сигналов, соответствующие переданным кодовым словам. Тогда на приемнике мы получаем (\mathbf{y}) поэлементную сумму переданных последовательностей сигналов с Гауссовским шумом.

Задачей совместного декодирования является восстановление всех переданных кодовых слов на основе принятого вектора \mathbf{y} . Совместный декодер основан на итеративном алгоритме декодирования “распространения доверия” (belief propagation, BP), который использует “мягкий” прием, представленный в виде логарифма отношения правдоподобия (log likelihood ratio, LLR). Декодер может быть представлен в виде графа (фактор-графа), пример которого изображен на рис. 1 для случая $T = 3$.

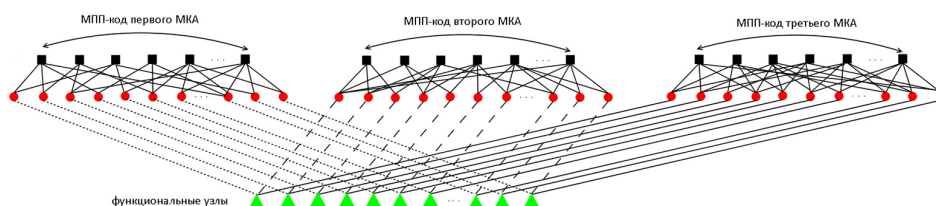


Рис. 1. Граф совместного декодера для случая $T = 3$

На рисунке МПП-коды, используемые МКА, представлены в виде соответствующих двухдольных графов Таннера [7], где вершины одной доли соответствуют вершинам-проверкам (обозначены черными квадратами), а вершины другой – вершинам-символам (обозначены красными кругами). В тоже время на рисунке присутствуют вершины третьего вида, так

называемые, функциональные узлы (обозначены зеленым треугольниками). Эти вершины соответствуют элементам принятой последовательности \mathbf{y} .

Следуя теперь уже стандартной методологии фактор-графов [8, 9], мы можем записать соответствующий алгоритм “обмена сообщениями” (message passing algorithm, MPA).

1. инициализируем LLR значения вершин-символов для каждого спутника нулем, предполагая равную вероятность для значения 1 и -1 ;
2. выполняем I_O внешних итераций, каждая из которых состоит из следующих шагов:
 - (a) выполняем декодирование по максимуму правдоподобия (maximum likelihood, ML) каждого функционального узла (т.е. вычисляем сообщения для вершин-символов);
 - (b) выполняем I_I внутренних итераций ВР декодера для МПП-кодов спутников и обновляем LLR значения для вершин-символов (все МПП-коды могут декодироваться параллельно).

Отметим, что в приведенном алгоритме использовался стандартный ВР декодер, т.е. каждый МПП-код декодируется отдельно и независимо по стандартному алгоритму ВР (Sum-Product или Min-Sum). Наиболее интересная часть приведенного алгоритма – это декодирования функциональных узлов. Следуя принципам MPA, получим правило вычисления сообщения (μ), посланного i -ой вершине-символу k -ого кода ($k = 1, \dots, K$, $i = 1, \dots, N$) от функционального узла \mathcal{F}_i , следующим образом.

Пусть $m_{vc,j}^k$ – сообщение, посланное вершиной-символом v вершине-проверке c по j -ому ребру k -ого кода:

$$m_{vc,j} = \sum_{i=1, i \neq j}^{d_v-1} m_{cv,i}^k + m_{sv}^k,$$

где $m_{cv,i}^k$ – это сообщение, исходящее из вершины-проверки:

$$m_{cv,j} = 2 \tanh^{-1} \left(\prod_{i=1, i \neq j}^{d_c-1} \tanh \frac{m_{vc,i}}{2} \right),$$

а m_{sv}^k – это сообщение, исходящее из функционального узла.

Пусть теперь x_i^k – i -ый переданный бит и y_i обозначает принятый сигнал. Тогда сообщение из i -ой вершины-символа k -ого кода соединенному с ней функциональному узлу вычисляется следующим образом:

$$m_{vs,i}^k = \log \frac{p(x_i^k = 1)}{p(x_i^k = -1)}, \quad e^{m_{vs,i}^k} = \frac{p(x_i^k = 1)}{p(x_i^k = -1)}.$$

Таким образом, следуя [8], мы можем вычислить сообщение от i -ой вершины-символа k -ого кода соответствующему функциональному узлу:

$$m_{sv,i}^k = \log \frac{p(x_i^k = 1|y)}{p(x_i^k = -1|y)} = \log \left(\frac{\sum_{\sim x_i^{(k)} j \neq k} \prod p(x_i^j = 1) p(y_i | x_i^{(1)}, \dots, x_i^{(k)} = 1, \dots, x_i^{(n)})}{\sum_{\sim x_i^{(k)} j \neq k} \prod p(x_i^j = -1) p(y_i | x_i^{(1)}, \dots, x_i^{(k)} = -1, \dots, x_i^{(n)})} \right).$$

Это выражение можно записать в следующем виде:

$$m_{sv,i}^k = \log \left(\frac{\sum_{\sim x_i^{(k)} j \neq k} \prod e^{1x_j X_j} p(y_i | x_i^{(1)}, \dots, x_i^{(k)} = 1, \dots, x_i^{(n)})}{\sum_{\sim x_i^{(k)} j \neq k} \prod e^{1x_j X_j} p(y_i | x_i^{(1)}, \dots, x_i^{(k)} = -1, \dots, x_i^{(n)})} \right), \quad (1)$$

$$\text{где } 1_{x_k} = \begin{cases} 1, & x_i^{(j)} = 1 \\ 0, & x_i^{(j)} = -1. \end{cases}$$

Следует отметить, что количество операций, необходимых чтобы вычислить исходящее сообщение из функционального узла \mathcal{F}_i , растет экспоненциально с количеством одновременно передающих МКА (переданных кодовых слов), но в данной работе мы предполагаем, что такое количество МКА относительно небольшое и в дальнейшем мы не будем рассматривать данный факт.

3. МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МПП-КОДОВ

Рассмотрим теперь метод построения МПП-кодов для предложенного алгоритма совместного декодирования.

Анализ графиков “обмена внешней информацией” (Extrinsic Information Transfer, EXIT charts)[10] может быть использован для анализа поведения декодера МПП-кода. Но поскольку обычный EXIT анализ не может быть напрямую применен для исследования МПП-кодов, основанных на протографах [11], то мы рассмотрим его модификацию для МПП-кодов на протографах (РЕХИТ) [12]. Этот метод совпадает со стандартным EXIT анализом в том смысле, что он тоже отслеживает взаимную информацию между сообщением на ребре и значением бита, соответствующего вершине-символу, смежной с данным ребром, но при этом данный метод учитывает структуру протографа. В данной работе мы будем использовать обозначения из [12] для описания EXIT анализа для МПП-кодов, основанных на протографах.

Обозначим I_{Ev} внешнюю взаимную информацию между сообщением, исходящим из вершины-символа, и значением бита, соответствующего вершине-символу:

$$I_{Ev} = I_{Ev}(I_{Av}, I_{Es}),$$

где I_{Av} – взаимная информация между значением бита и сообщением от вершины-проверки вершине-символу (сообщением проверка-символ), а I_{Es} – взаимная информация между значением бита и сообщением от вершины-символа вершине-проверке (сообщением символ-проверка). Поскольку РЕХИТ анализ отслеживает взаимную информацию на ребрах протографа, то обозначим $I_{Ev}(i, j)$ взаимную информацию между сообщением, исходящим из вершины-символа v_j к вершине-проверке c_i , и соответствующим кодовым битом:

$$I_{Ev}(i, j) = J \left(\sqrt{\sum_{s \neq i} [J^{-1}(I_{Av}(s, j))]^2 + [J^{-1}(I_{Es}(j))]^2} \right)$$

где $J(\sigma)$ определена в [10]:

$$J(\sigma) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \frac{\sigma^2}{2}x}{\sigma} \right)^2 \right] \log_2(1 + e^{-y}) dy.$$

Аналогично определим I_{Ec} , внешнюю взаимную информацию между сообщением, исходящим из вершины-проверки, и кодовым битом, соответствующим вершине-символу, получающей это сообщение:

$$I_{Ec} = I_{Ec}(I_{Ac}),$$

где I_{Ac} – взаимная информация между этим сообщением и соответствующим кодовым битом и $I_{Ac} = I_{Ev}$.

Следовательно, взаимная информация между сообщением, исходящим из вершины c_i к вершине v_j , и кодовым битом, соответствующим v_j , может быть записана следующим образом:

$$I_{ec}(i, j) = 1 - J \left(\sqrt{\sum_{s \neq j} [J^{-1}(1 - I_{ac}(i, s))]^2} \right).$$

Взаимная информация $I_{Evs}(j)$ между вершиной-символом v_j и сообщением, переданным функциональному узлу, имеет следующим вид:

$$I_{Evs}(j) = J \left(\sqrt{\sum_s [J^{-1}(I_{av}(s, j))]^2} \right).$$

Далее нам необходимо вычислить взаимную информацию I_{Es} . Для того, чтобы получить представление о плотности вероятности (1) для j -ого кода, мы порождаем выборку исходящих LLR значений, используя (1) и выборку полученных LLR значений от других кодов, чья плотность распределения может быть аппроксимирована гауссовским распределением $\mathcal{N}(\mu_{Evs}, 2\mu_{Evs})$, где $\mu_{Evs} = \frac{J^{-1}(I_{Evs})}{2}$. Для численной оценки μ_{Es} и определения необходимой взаимной информации как $I_{Es} = J(\mu_{Es})$, мы сошлемся на работу [13], где были предложены следующие три подхода:

- Аппроксимация гауссовским распределением по среднему: среднее значение μ оценивается для выборки, а затем устанавливается $\mu_{Evs} = \mu$ и $\sigma_{Evs}^2 = 2\mu$.
- Аппроксимация гауссовским распределением по моде: мода m оценивается для выборки, а затем устанавливается $\mu_{Evs} = m$ и $\sigma_{Evs}^2 = 2m$.
- Аппроксимация смесью гауссовских распределений: средние значения μ_1, \dots, μ_k и веса a_1, \dots, a_k оцениваются по выборке, а затем вычисляется $I_{Es} = a_1 J(\mu_1) + \dots + a_k J(\mu_k)$.

Обоснование использования этих аппроксимаций было приведено в [13]. Более того, авторы сравнили эффективность данных подходов. Аппроксимация гауссовским распределением по моде позволяет получить максимальную выходную взаимную информацию, и МПП-коды, построенные с использованием этой аппроксимации, при совместном декодировании позволяют получить вероятность ошибки на бит меньшую, чем МПП-коды, полученными с использованием двух других аппроксимаций.

Для каждого кода вычисляется $I_{APP}(j)$ совместная информация между отношением правдоподобия апостериорной вероятности, вычисленным вершиной-символом v_j , и соответствующим кодовым битом:

$$I_{APP}(j) = J \left(\sqrt{\sum_s [J^{-1}(I_{Av}(s, j))]^2 + [J^{-1}(I_{Es}(j))]^2} \right).$$

Сходимость достигается, когда $I_{APP}(j)$ достигает 1 при стремлении количества итераций к бесконечности.

4. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В данном разделе представлены результаты имитационного моделирования для случаев $T = 2$ и $T = 4$. Рассмотрим сначала результаты моделирования для случая $T = 2$ рис. 2. Для этого случая мы сравнили вероятность ошибки на блок МПП-кода (364, 91) из [5], полученного в результате двукратного повторения каждого бита регулярного (3, 6) МПП-кода,

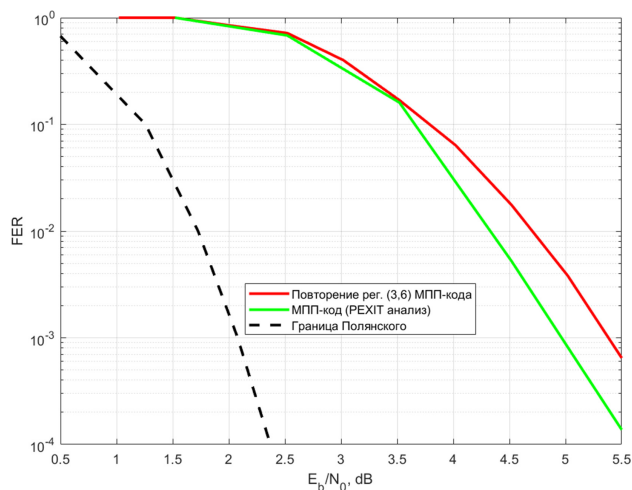


Рис. 2. Результаты имитационного моделирования для $T=2$ и МПП-кода (364, 91)

вероятность ошибки на блок МПП-кода (364, 91), построенного с помощью предложенного выше РЕХИТ анализа, и границу Полянского для случая двух кодов с конечной длиной. Как мы можем видеть на рис. 2 МПП-код, построенный с использованием предложенного РЕХИТ метода, превосходит МПП-код из [5] примерно на 0,5 дБ. В тоже время разрыв между границей Полянского и лучшим МПП-кодом составляет порядка 3 дБ. Но стоит отметить, что использованная здесь граница Полянского получена для Гауссовских сигналов, а не для сигналов с двоичной фазовой модуляцией, использованной при моделировании. Поэтому, можно предположить, что разрыв значительно сократиться, если использовать границу Полянского для сигналов с двоичной фазовой модуляцией.

Теперь рассмотрим результаты имитационного моделирования для $T = 4$ (рис. 3). Для этого случая мы построили новый МПП-код (364, 91) с использованием РЕХИТ анализа и сравнили его вероятность ошибки на блок с вероятностью ошибки на блок предыдущего МПП-кода из [5] и границы Полянского для случая 4 кодов с конечной длиной. Как можно видеть на рис. 3

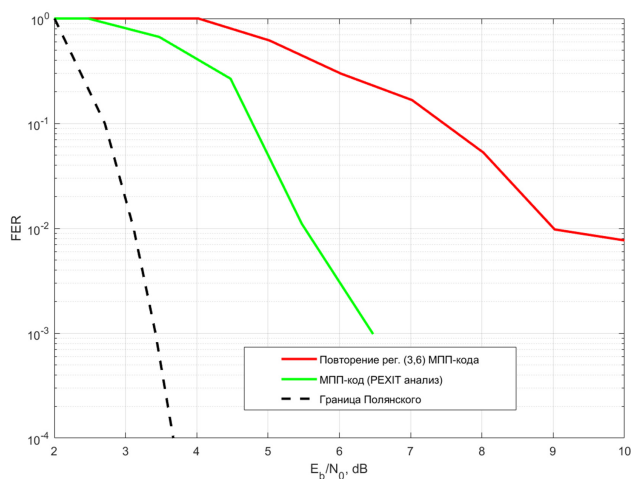


Рис. 3. Результаты имитационного моделирования для $T=4$ и МПП-кода (364, 91)

МПП-код, построенный с использованием предложенного РЕХИТ анализа, превосходит МПП-

код из [5] на более чем 3 дБ. И опять разрыв между границей Полянского и построенным МПП-кодом немного меньше, чем 3 дБ.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена система связи с МКА в канале “вниз”. Описан итеративный алгоритм совместного декодирования и обобщенный метод построения МПП-кодов, оптимизированных для совместного декодирования. Приведены результаты имитационного моделирования. Из полученных результатов можно сделать вывод, что энергетический выигрыш МПП-кодов, построенных по предложенному методу, при совместном декодировании значительно увеличивается с ростом одновременно передающих МКА, что делает подход, предложенный в статье, крайне перспективным.

6. БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (договор № 03.G25.31.0222) в рамках реализации Постановления Правительства РФ № 218 “О мерах государственной поддержки развития кооперации российских образовательных организаций высшего образования, государственных научных учреждений и организаций, реализующих комплексные проекты по созданию высокотехнологичного производства, в рамках подпрограммы “Институциональное развитие научно-исследовательского сектора” государственной программы Российской Федерации “Развитие науки и технологий” на 2013–2020 годы” и при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-07-01409 А.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Babuscia A., Divsalar D., Cheung K.M., Lee C. CDMA Communication System Performance for a Constellation of CubeSats around the Moon, *2016 IEEE Aerospace Conference*. Big Sky, MT, USA: IEEE, 2016, pp. 1–15.
2. Rimoldi B., Urbanke R. A Rate-Splitting Approach to the Gaussian Multiple-Access Channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1996, vol. 42, no. 2, pp. 364–375.
3. Polyanskiy Y. A Perspective on Massive Random-Access. *2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*. Aachen, Germany: IEEE, 2017, pp. 2523–2527.
4. Ordentlich O., Polyanskiy Y. Low Complexity Schemes for the Random Access Gaussian Channel, *2017 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*. Aachen, Germany: IEEE, 2017, pp. 2528–2532.
5. Vem A., Narayanan K.R., Cheng J., Chamberland J.F. A User-Independent Serial Interference Cancellation Based Coding Scheme for the Unsourced Random Access Gaussian Channel. *IEEE Information Theory Workshop (ITW)*. Kaohsiung, Taiwan: IEEE, 2017, pp. 1–5.
6. Medova L., Glebov A., Rybin P., Frolov A. *On LDPC Code Based Massive Random-Access Scheme for the Gaussian Multiple Access Channel*. Preprint. arXiv:1803.08377 [cs.IT]. 2018.
7. Tanner R. A Recursive Approach to Low Complexity Codes. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1981, vol. 27, no. 5, pp. 533–547.
8. Richardson T., Urbanke R. *Modern Coding Theory*. Cambridge university press, 2008.
9. Kschischang F.R., Frey B.J., Loeliger H.A. Factor Graphs and the Sum-Product Algorithm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, vol. 47, no. 2, pp. 498–519.
10. S. ten Brink. Convergence Behavior of Iteratively Decoded Parallel Concatenated Codes. *IEEE Transactions on Communications*, 2001, vol. 49, no. 10, pp. 1727–1737.

11. Thorpe J. *Low-Density Parity-Check (LDPC) Codes Constructed from Protographs*. Interplanetary Network Progress Report. 2003, vol. 154, pp. 1–7.
12. Liva G., Chiani M. Protograph LDPC Codes Design Based on EXIT Analysis. *IEEE GLOBECOM 2007–IEEE Global Telecommunications Conference*. IEEE, 2007, pp. 3250–3254.
13. Shahid I., Yahampath P. Distributed Joint Source-Channel Code Design for GMAC Using Irregular LDPC Codes. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2014, vol. 2014, no. 1, p. 3.

On One Communication System for Small Satellites of Nano Type

Medova L.R., Rybin P.S., Filatov I.V.

This paper deals with the communication system for small satellites of nano type with weight from 1 to 10 kg. It is proposed to use the coding methods developed for the gaussian multiple access channel to jointly decode the sums of signals received from several nano satellites. In this paper the iterative algorithm of joint decoding and generalized method of low-density parity-check code (LDPC-code) construction, optimized for joint decoding, are described. The simulation results are represented, that allow us to conclude, that LDPC codes, optimized for joint decoding, significantly exceed the previously considered LDPC codes and are relatively close to the theoretical bound.

KEYWORDS: nano satellite, LDPC code, joint decoding, gaussian multiple access channel.