

## Быстрый алгоритм фильтра нелокального среднего, основанный на рекурсивном вычислении весов сходства

В.Н. Карнаухов\*, М.Г. Мозеров\*

*Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия*

Поступила в редколлегию 28.05.2018

**Аннотация**—В этой статье предложено теоретически доказанное повышение скорости обработки оригинального алгоритма нелокального среднего (НЛС), используемого для подавления шума. Значительные вычисления НЛС связаны с определением весов сходства окрестности пиксела изображения. Поэтому для ускорения оригинального алгоритма был предложен рекурсивный подход вычисления таких весов (РВВ). Предложенная схема РВВ адаптирует хорошо известную схему рекурсивного вычисления локального среднего на изображении для случая многомерного пространства вектора сдвига, чтобы сократить вычислительную сложность оригинального алгоритма НЛС, таким образом, убудыстрыа алгоритм более чем в десять раз. Заметим, что результат предложенного быстрого алгоритма полностью совпадает с результатом оригинального метода. Таким образом, данный алгоритм принадлежит к классу истинно быстрых в отличие от методов, в той или иной мере приближающихся к результату оригинального алгоритма.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** восстановление изображений, быстрые алгоритмы, нелокальное среднее

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Формальной целью любого метода восстановления изображений, искаженных шумом, является минимизация расстояния (или ошибки по некоторому критерию) между исходным изображением и восстановленным. Множество методов денойзинга (восстановления зашумленных изображений) было предложено, начиная с 80-х годов прошлого столетия. Несмотря на то, что эти методы сильно отличались друг от друга в техническом плане при использовании различных моделей восстановления, общим было то, что результат восстановления являлся функцией усреднения по некоторой пространственной окрестности [1]–[7]. Дальнейший прогресс в восстановлении зашумленных изображений связан, в первую очередь, с появлением билатеральных фильтров [8, 9]. В этом случае окрестность усреднения определяется не только пространственной близостью к восстанавливаемому пикселу, но и близостью в области значений. Логическим продолжением данного подхода стал метод нелокального среднего (НЛС) [10]. Для алгоритма НЛС близость окрестности значений расширяется до близости не только самого значения обрабатываемого пиксела, но и всех других значений в небольшой пространственной окрестности этого пиксела. Такая окрестность называется заплатой (или patch по-английски). Качество восстановления НЛС алгоритма превзошло ранее разработанные алгоритмы и до сих пор входит в число лучших методов денойзинга [11]–[13]. Кроме того, восстановление с помощью НЛС практически лишено побочных артефактов, которые негативно сказываются на восприятии восстановленного изображения зрительной системой человека.

Однако реализация НЛС требует значительных вычислений, в том числе вычислений, связанных с определением весов сходства окрестности пиксела изображения. Для ускорения оригинального алгоритма нами был предложен рекурсивный подход вычисления таких весов

(РВВ), существенно ускоряющий этот процесс. Предложенная схема РВВ для сокращения вычислительной сложности оригинального алгоритма НЛС адаптирует хорошо известную схему рекурсивного вычисления локального среднего на изображении для случая многомерного пространства вектора сдвига. В оригинальном алгоритме размер заплаты составляет  $7 \times 7$  пикселей. То есть, необходимо произвести 49 компьютерных операций, чтобы вычислить расстояние в области значений для каждого пикселя. Наш алгоритм позволяет вычислять подобное расстояние, используя только 4 операции. Следовательно, можно ускорить вычислительный процесс более чем в десять раз.

Статья организована следующим образом: в разделе 1 предложен новый алгоритм вычисления, основанный на рекурсивном подходе вычисления, в разделе 2 обсуждается компьютерная реализация алгоритма, в разделе 3 даётся заключение по предложенному алгоритму.

## 2. МЕТОД НЕЛОКАЛЬНОГО СРЕДНЕГО И БЫСТРАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА

Для представления предложенного алгоритма, прежде всего рассмотрим оригинальный алгоритм НЛС. Фильтрация НЛС принадлежит к классу нелинейных фильтров усредняющих значения текущего зашумленного сигнала  $u_p$  по некоторой окрестности подобия следующим образом:

$$\tilde{u}_p = \frac{\sum_{q \in N_p^R} w_{p,q} u_q}{\sum_{q \in N_p^R} w_{p,q}}, \quad (1)$$

где  $u_p$  – исходный зашумленный сигнал,  $\tilde{u}_p$  – выход фильтра,  $p, q \in \mathcal{V}$  – множество пикселей (или вершин) и множество границ  $\varepsilon = (p, q) \in \mathcal{E}$  составляют граф изображения  $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ ,  $N_p^R$  – нелокальная окрестность пикселя  $p$ . Знаменатель уравнения (1) нормализует выходной сигнал таким образом, чтобы области значения входного и выходного сигнала фильтра совпадали. Веса  $w_{p,q}$  отражают степень влияния значения  $u_q$  на выходное значение  $\tilde{u}_p$  и в случае линейной фильтрации такие веса зависят только от расстояния между пикселями  $p$  и  $q$ . Для НЛС фильтра веса  $w_{p,q}$  являются степенью близости значений входной функции  $u_p$  в некоторой окрестности пикселей  $p$  и  $q$ :

$$w_{p,q} = e^{-\frac{\|u(N_p^r) - u(N_q^r)\|_{2,a}^2}{h^2}}, \quad (2)$$

где условное расстояние по окрестности выражено следующей суммой:

$$\|u(N_p^r) - u(N_q^r)\|_{2,a}^2 = \sum_{\hat{p}, \hat{q} \in N_p^r, N_q^r} (u_{\hat{p}} - u_{\hat{q}})^2, \quad (3)$$

где окрестность  $N_p^r$  и есть заплата по которой определяют близость пикселей  $p$  и  $q$ .

Как вычисляются веса для фильтра НЛС иллюстрируется в левой части Рис. 1. Из этой иллюстрации и уравнения (3) следует, что для вычисления одной весовой величины  $w_{p,q}$  требуется  $|N_p^r|$  больших операций (совокупность элементарных операций с одним обращением к значению входной функции). В оригинальном алгоритме окрестность  $N_p^r$  представляет собой квадратную заплату  $7 \times 7$  вокруг пикселя  $p$ , а значит величина  $|N_p^r|$  равна 49.

Идея предложенного быстрого алгоритма заключается в вычислении величины  $w_{p,q}$  рекурсивно. Такой подход позволяет сократить количество больших операций на одну весовую величину до 4. На Рис. 1 показано каким образом это может быть сделано. Заметим, что между каждой парой пикселей  $p, q$  в окрестности усреднения  $N_p^R$  существует свой вектор смещения

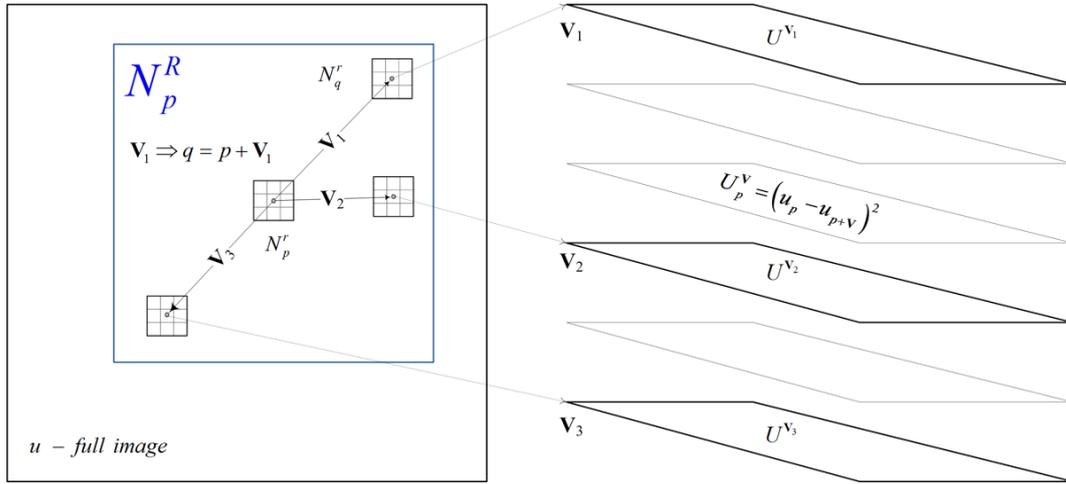


Рис. 1. Схема работы фильтра НЛС и его быстрой реализации.

$\mathbf{V}_l \Rightarrow q = p + \mathbf{V}_l$  и число таких векторов  $l \in L = |N_p^R|$ , в случае оригинального алгоритма НЛС, равно  $21 \times 21$ . Следовательно, для каждой пары пикселей  $p, q$ , удовлетворяющей условию  $\mathbf{V}_l \Rightarrow q = p + \mathbf{V}_l$ , можно переписать уравнение (3) следующим образом:

$$\sum_{\hat{p}, \hat{q} \in N_p^r, N_q^r} (u_{\hat{p}} - u_{\hat{q}})^2 = \sum_{\hat{p} \in N_p^r} (u_{\hat{p}} - u_{\hat{p}+\mathbf{V}})^2 = \sum_{\hat{p} \in N_p^r} U_{\hat{p}}^{\mathbf{V}}. \quad (4)$$

Как видно из уравнения (4), правая часть представляет собой усреднение величины  $U_p^{\mathbf{V}}$  по квадратной окрестности. Такое усреднение допускает рекурсивное вычисление. Если обозначить  $\bar{U}_p^{\mathbf{V}} = \sum_{q \in N_p^r} U_q^{\mathbf{V}}$ , то значение весов для каждого вектора  $w_{p,q}$  равны:

$$w_{p,p+\mathbf{V}_l} = w_{p,\mathbf{V}_l} = e^{-\frac{\bar{U}_p^{\mathbf{V}_l}}{h^2}}. \quad (5)$$

Теперь основное уравнение фильтрации (1) можно переписать следующим образом:

$$\tilde{u}_p = \frac{\sum_{l \in L} w_{p,\mathbf{V}_l} u_{p+\mathbf{V}_l}}{\sum_{l \in L} w_{p,\mathbf{V}_l}}. \quad (6)$$

Из представленного выше видно, что вес  $w_{p,\mathbf{V}_l}$  можно вычислить рекурсивно, а это означает что наш алгоритм является быстрым. Компьютерная реализация данного быстрого алгоритма представлена в следующем разделе.

### 3. КОМПЬЮТЕРНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА

В первую очередь напомним, как можно рекурсивно вычислять суммы по прямоугольным окрестностям. Введем одномерный оператор локальной суммы:

$$I_{p_x}^r (f) = \sum_{q=p_x-r}^{q=p_x+r} f_q. \quad (7)$$

Прямое вычисление такого одномерного оператора требует  $2r + 1$  операций, однако с помощью рекурсии можно сократить это количество до двух операций:

$$I_{p_x+1}^r (f) = I_{p_x}^r (f) + f_{p_x+r+1} - f_{p_x-r}. \quad (8)$$

Кроме того:

$$\bar{U}_p^{\mathbf{V}} = \sum_{q \in N_p^r} U_q^{\mathbf{V}} = I_{p_y}^r (I_{p_x}^r (U_q^{\mathbf{V}})). \quad (9)$$

Таким образом мы можем составить быстрый алгоритм как очередность следующих четырех шагов:

- На первом шаге зашумленный сигнал  $u_p$  преобразуется в  $L$  плоскостей по формуле

$$U_p^{\mathbf{V}_l} = (u_p - u_{p+\mathbf{V}_l})^2,$$

как это проиллюстрировано в правой части Рис. 1.

- Затем в каждой плоскости  $V_l$  значения  $U_p$  преобразуются в локальные суммы  $\bar{U}_p^{\mathbf{V}}$  с помощью двумерного рекурсивного оператора из уравнения (8).
- В свою очередь значения  $\bar{U}_p^{\mathbf{V}}$  преобразуются в значения весов  $w_{p, \mathbf{V}_l}$  по формуле (5).
- Наконец отфильтрованный сигнал  $\tilde{u}_p$  вычисляется по формуле (6).

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Метод НЛС до сих пор является широко используемым подходом в задаче восстановления зашумленных изображений. Однако, значительные вычисления НЛС, связанные с оценкой весов сходства, делают такой подход медленным, что затрудняет его применимость. Для ускорения оригинального алгоритма в этой статье был предложен рекурсивный подход вычисления таких весов. Предложенная схема адаптирует хорошо известную схему рекурсивного вычисления локального среднего и таким образом убыстряет алгоритм более чем в десять раз. Заметим, что результат предложенного быстрого алгоритма полностью совпадает с результатом оригинального метода. Таким образом, данный алгоритм принадлежит к классу истинно быстрых в отличие от методов, которые лишь в той или иной мере приближаются к результату оригинального алгоритма.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yaroslavsky L. P. Digital picture processing: an introduction // Applied Optics. 1986. Vol. 25. P. 3127.
2. Catté F., Lions P.-L., Morel J.-M., Coll T. Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion // SIAM Journal on Numerical analysis. 1992. Vol. 29, no. 1. P. 182–193.
3. Gao H.-Y. Wavelet shrinkage denoising using the non-negative garrote // Journal of Computational and Graphical Statistics. 1998. Vol. 7, no. 4. P. 469–488.
4. Donoho D. L. De-noising by soft-thresholding // IEEE transactions on information theory. 1995. Vol. 41, no. 3. P. 613–627.
5. Lindenbaum M., Fischer M., Bruckstein A. On gabor's contribution to image enhancement // Pattern Recognition. 1994. Vol. 27, no. 1. P. 1–8.
6. Perona P., Malik J. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion // IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence. 1990. Vol. 12, no. 7. P. 629–639.
7. Rudin L. I., Osher S., Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms // Physica D: nonlinear phenomena. 1992. Vol. 60, no. 1-4. P. 259–268.
8. Smith S. M., Brady J. M. Susan-a new approach to low level image processing // International journal of computer vision. 1997. Vol. 23, no. 1. P. 45–78.
9. Tomasi C., Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images // Computer Vision, 1998. Sixth International Conference on / IEEE. 1998. P. 839–846.

10. Buades A., Coll B., Morel J.-M. A non-local algorithm for image denoising // Computer Vision and Pattern Recognition, 2005. CVPR 2005. IEEE Computer Society Conference on / IEEE. Vol. 2. 2005. P. 60–65.
11. Dabov K., Foi A., Katkovnik V., Egiazarian K. Image denoising by sparse 3-d transform-domain collaborative filtering // IEEE Transactions on image processing. 2007. Vol. 16, no. 8. P. 2080–2095.
12. Zuo W., Zhang L., Song C., Zhang D. Texture enhanced image denoising via gradient histogram preservation // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2013. P. 1203–1210.
13. Liu G., Zhong H., Jiao L. Comparing noisy patches for image denoising: A double noise similarity model // IEEE Transactions on Image Processing. 2015. Vol. 24, no. 3. P. 862–872.

## Fast Non-Local Mean Filter Based on Recursive Similarity Weights Calculation

**Karnaikhov V., Mozerov M.**

*Institute for Information Transmission Problems, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

A theoretically derived speed up technique for the original non-local means (NLM) image denoising algorithm based on a recursive patch similarity weights calculation (RWC) is proposed. A significant amount of computation in the NLM scheme is dedicated to the patch similarity estimation between pixel neighborhoods. The proposed RCW scheme adopts the classic recursive mean calculation scheme in the multidimensional shift-vector to restrict the computational complexity of the original NLM method, thus speeding up this algorithm more than ten times. Note that the output of the proposed algorithm is exactly the same as for the original NLM, and belongs to the class of true fast algorithms.

**KEYWORDS:** image restoration, fast algorithms, non-local means