Информационные процессы, Том 19, № 2, 2019, стр. 151–158

Особенности неустойчивых решений в коллективном поведении[1]

Т.О.Земцова*,В.Л.Стефанюк*,**

**Российский университет дружбы народов, Москва, Россия*
***Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия*
Поступила в редколлегию 7.06.2019

Аннотация—В работе изучается поведение коллектива из двух независимо управляемых обучающихся систем, описываемых связанной системой дифференциальных уравнений. Ранее для такого коллектива и его обобщений было показано, что вектор целей, стоящих перед системами, принадлежит некоторой области, которая разбивается на два региона. В первом регионе система допускает достижение поставленных целей в силу указанных уравнений. В настоящей работе показано, что во втором регионе, где выбранные цели не могут быть достигнуты, тоже можно говорить о коллективном поведении. Но последнее следует отнести к классу хаотических явлений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Хаотические явления в динамических системах; Коллективное поведение технических систем; Хаотическое поведение; Граница хаоса.

1. ВВЕДЕНИЕ

Статья посвящена изучению особенностей поведения коллектива из двух независимо управляемых обучающихся систем, описываемых связанной системой дифференциальных уравнений с целью выявления случаев нестандартного поведения частей, вызванного взаимодействием элементов коллектива. Ранее для такого коллектива и его обобщений было показано, что совокупный вектор целей, стоящих перед системами, входящими в коллектив, принадлежит некоторой области, которая разбивается на два региона. Если в первом регионе такие системы допускают достижение поставленных перед ними целей в силу соответствующих уравнений, а во втором - нет. В настоящей работе показано, что во втором регионе, где выбранные цели не могут быть достигнуты, также можно говорить о коллективном поведении, но которое обладает специфическими свойствами, характерными для хаотических явлений [1].

Подобные явления ранее в работах по коллективному поведению не отмечалось, но оно может оказаться важным для некоторых практических приложений, поскольку обычно обсуждаемые цели для членов коллектива устанавливаются извне и заранее неизвестно, достижимы эти цели, или нет.

В коллективном поведении технических систем [2] хаотические явления, конечно, играют очень важную роль, но изучены они недостаточно.

В настоящей работе изучается поведение двух независимо управляемых обучающихся систем, описываемых системой дифференциальных уравнений. Анализ, проведенный с применением системы MatLAB, также подтвердил, что во втором регионе наблюдается коллективное поведение, которое относится к классу хаотических поведений.

В состав настоящей статьи кроме введения входят три следующих раздела.

[1] Работа выполнена в ИППИ РАН и РУДН при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант №18-07-00736А и грант №17-29-0705.

В разделе 2 перечислены некоторые важные факты из теории хаотических систем.

В разделе 3 рассмотрена известная задача коллективного поведения двух конечных автоматов.

В разделе 4 подробно изложены результаты компьютерного моделирования коллективного поведения непрерывных обучающихся систем.

В заключительном разделе подводятся итоги проделанного исследования.

2. ТЕОРИЯ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В современных технических системах с понятием хаоса связывается неповторяющаяся, нерегулярная, беспорядочная последовательность состояний. Теория хаоса - отрасль математики, сосредотачивающейся на поведении динамических систем, которые особо чувствительны к начальным условиям запуска системы [3].

Общепринятого математического определения хаоса не существует. Используемое определение, первоначально сформулированное Робертом Л. Деваней [4], говорит о следующем. Чтобы, динамическую систему считать хаотической, она должна обладать следующими свойствами:

1. Система должна быть чувствительной к начальным условиям.
2. Система должна быть типологически перемешанной.
3. Система должна иметь плотные периодические орбиты.

В некоторых случаях было показано, что последние два свойства вытекают из свойства повышенной чувствительности к начальным условиям.

Главное свойство – это чувствительность к начальным условиям, что означает каждая изображающая точка поведения в хаотической системе произвольно близко приближается к другим точкам с различными будущими путями или траекториями. Другими словами, сколь угодно малое изменение текущей траектории может привести к существенно отличающемуся поведению в будущем.

Одним из признаков теории хаоса является <эффект бабочки>. Понятие <эффект бабочки> впервые было упомянуто американским метеорологом Эдвардом Лоренцом в 1972 году. <Эффект бабочки> острую зависимость поведения от начальных условий, в которых небольшое изменение одного состояния детерминированной нелинейной системы может привести к весьма существенным различиям в более поздних её состояниях.

Приведем одну из важнейших характеристик хаотической системы, благодаря которой это явление привлекло особое внимание.

В детерминированных системах, где предыдущее состояние определяет будущее состояние, однако настоящее, заданное приближенно, не дает возможности приближенно определить её будущее состояние [1].

2.1. Коллективное поведение двух конечных автоматов

Работа, в которой был впервые введен термин <коллективное поведение автоматов>, была опубликована в 1963 году [5].

В публикации [5] рассмотрено коллективное (совместное) поведение двух конечных автоматов М.Л.Цетлина, а именно двух автоматов с линейной тактикой с двумя действиями, помещенных в определённую случайную среду. Считалось, что эта пара автоматов была способна совершать 4 действия (1,1), (1,2), (2,2), (2,1) и ставилась задача возможности достижения парой одного определенного действия, например, действия (1,1) (см. [5] и рис.1 ниже).

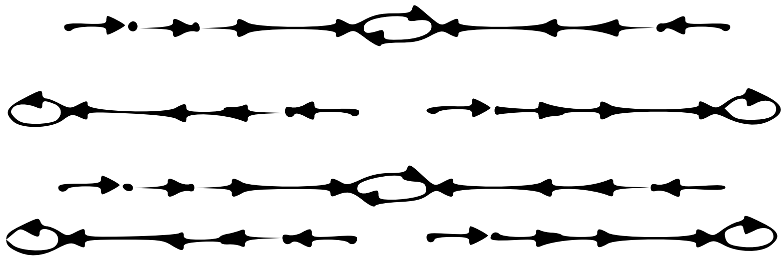

Рис. 1. Правила изменения внутренних состояний автоматов при получении штрафа или поощрения за первое действие (левая группа внутренних состояний автомата) и за второе действие - правая группа таких состояний каждого из двух автоматов.

Путем изучения соответствующих цепей Маркова в [5] было показано, что с ростом памяти автоматов, действие пары (1,1) достижимо не всегда, а только при выполнении дополнительного условия. $p_1 + p_2 < 1$, в котором p_1 - это вероятность штрафа, который получают сразу оба автомата, выполняющих действие (1,1), а p_2- это вероятность штрафа, за каждую пару остальных сочетаний действий автоматов. При этом вероятность поощрения q_i определяется очевидным соотношением, $q_i = 1 - p_i$, $i = 1, \ldots, 4$.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЛЕКТИВНОГО ПОВЕДЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Рассмотрим два связанных устройства регулировки мощности [7], предложенные в 1965 году, и действующие в непрерывном времени, моделируя в общем случае мобильную радиосвязь n пар приёмник-передатчик.

$$\begin{aligned} \lambda_1^0 \frac{dp_1(t)}{dt} &= \sigma_1 p_1(t)[\lambda_1(t) - \lambda_1^0], \\ \lambda_2^0 \frac{dp_2(t)}{dt} &= \sigma_2 p_2(t)[\lambda_2(t) - \lambda_2^0], \end{aligned} \tag{1}$$

В этих уравнениях используются следующие параметры:

$$\begin{aligned} \lambda_1(t) &= \frac{N_1 + a_{12}p_2}{a_{11}p_1}, \\ \lambda_2(t) &= \frac{N_2 + a_{21}p_1}{a_{22}p_2}, \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\lambda_i(t)$ - отношение шум/сигнал на входе i-го устройства; N_i- аддитивный шум на входе этого устройства; $p_i(t)$ - излучаемая устройством мощность, а σ_i- параметр, влияющий на скорость приближения $\lambda_i(t)$ к целевому значению λ_i^0, t- время. По поводу смысла положительных параметров a_{ij}см. публикации [2, 7].

Моделирование проделано с помощью программной системы MatLAB, созданной фирмой MathWork Inc. (США, г. Нейтик, штат Массачусетс).

Моделированию подверглась система (1) с разнообразными требованиями к λ_1^0и λ_2^0 при следующих значениях указанных параметров: $a_{ij} = 1$, $\sigma_i = 8$, $\forall i, j = 1, 2$; $N_1 = 1.9$, $N_2 = 2$ в интервале времени $t = [0, 20]$. (Поскольку целью исследования было поиск хаотических явлений, то были выбраны достаточно простые значения параметров, при которых эти явления проявляются.)

Ещё в работе [7] было показано, что в пространстве векторов $(\lambda_1, \ldots, \lambda_n)$ существует область $\Lambda^{(n)}$ достижимых векторов. В нашем случае мы используем область $\Lambda^{(2)}$, которая задается уравнением

$$\lambda_1\lambda_2 > \frac{a_{11}a_{22}}{a_{12}a_{21}}, \lambda_1 a_{11} > 0, \lambda_2 a_{22} > 0. \tag{3}$$

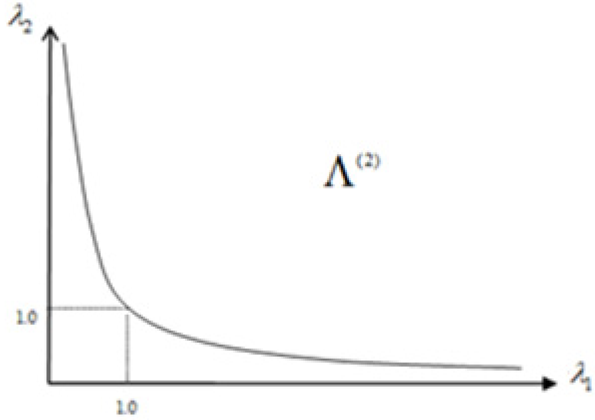

Рис. 2. Область достижимых векторов величин (λ_1, λ_2).

Эта область графически отображена на Рис.2 для случая, когда для примера все величины $a_{i,j} = 1$, для всех $i, j = 1, 2$.

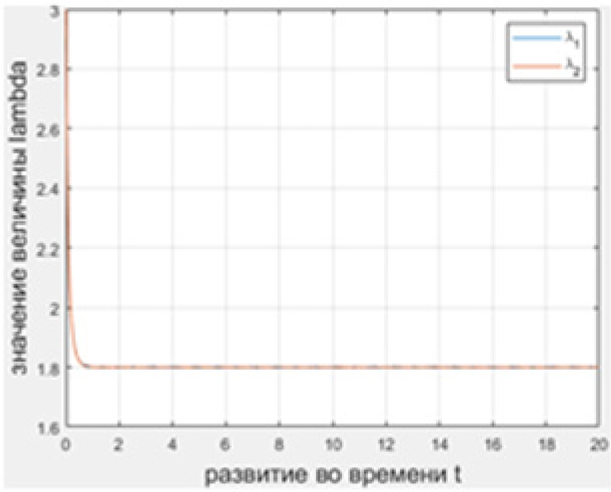

Рис. 3. Иллюстрация достижимости величин $\lambda_1^0 = \lambda_2^0 = 1.8$.

Действительно, если $(\lambda_1^0,\ \lambda_2^0) \in \Lambda^{(2)}$, то такой вектор достижим. И, как аналитически показано в [7], проблем не возникает в том смысле, что $\lambda_1(t) \to \lambda_1^0$ 8 $\lambda_2(t) \to \lambda_2^0$, если $t \to \infty$, в полном соответствии с уравнениями (1). На следящем рисунке показано, что этот результат обеспечивается за счёт соответствующего поведения мощностей каждого из устройств.

Заметим, что данные на рис.3 и рис.4 представляются как гладкие кривые. Но соответствующим выбором масштаба по оси ординат можно обнаружить хаотические поведение этих кривых, напоминающее периодические вероятностные процессы:

Данное хаотическое поведение может быть связано как с хаосом, присущим системе (1), так и хаосом, являющимся следствием компьютерного моделирования [3]. Это хаотическое по-

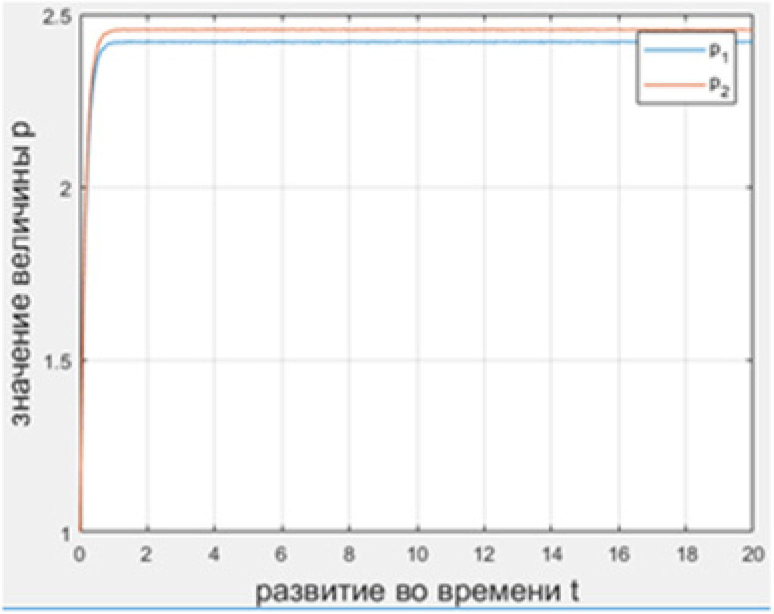

Рис. 4. Поведение мощностей p_1и p_2 каждого из устройств, обеспечивающее достижение $\lambda_1^0 = \lambda_2^0 = 1.8$, показанных на предыдущем рисунке.

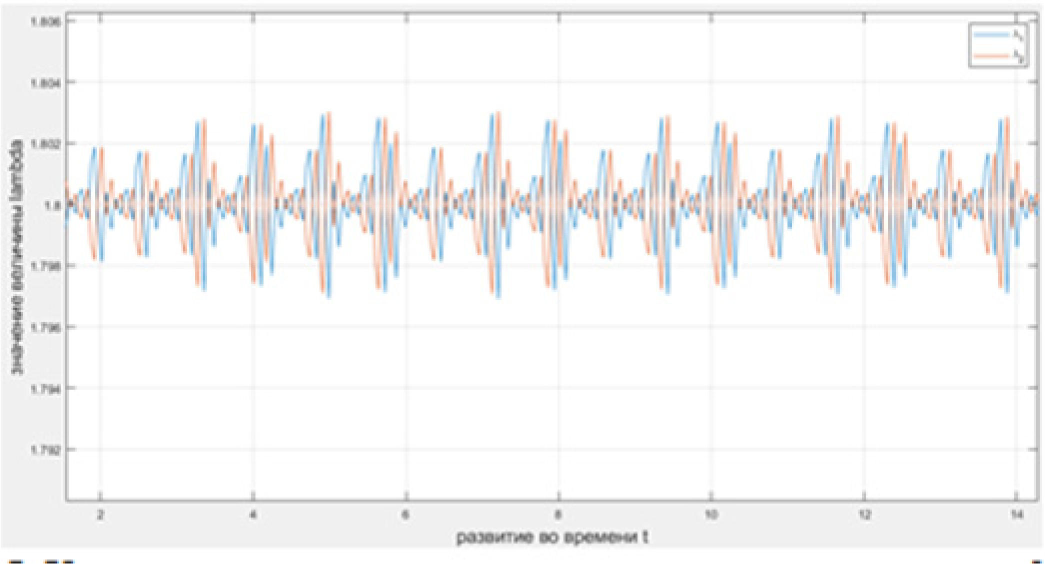

Рис. 5. Хаотическое поведение отрезка кривой, взятого из рис.3 для $\lambda_1^0 = \lambda_2^0 = 1.8$.

ведение наблюдается при выполнении условия $(\lambda_1^0,\ \lambda_2^0) \in \Lambda^{(2)}$, т.е. при условии достижимости соответствующего вектора $(\lambda_1^0,\ \lambda_2^0)$.

Совершенно иной характер хаотического поведения наблюдается при условии $(\lambda_1^0,\ \lambda_2^0) \notin \Lambda^{(2)}$, т.е. когда вектор $(\lambda_1^0,\ \lambda_2^0)$ недостижим. В таком случае нужно познакомиться с понятием границы хаоса.

Концепция границы хаоса кратко описана на сайте [8]. Граница хаоса – это некоторая точка в фазовом пространстве, описывающем траекторию развития динамической системы, которая отделяет область упорядоченного поведения динамической системы от области, которая характеризуется хаотическим поведением. Было показано, что часто оптимальным в ходе эволюции системы является максимальная близость к этой границе.

При переходе этой границы система меняет свое поведение на хаотическое: моделирование показало, что требуется неконтролируемый рост мощности устройств. Это - классическое определения хаоса в том смысле, что дальнейшее поведение системы непредсказуемо.

Это также можно заметить на примерах моделирования. Прирост мощности и его темп этого прироста диктуются тем, насколько сильно изменились начальные условия, то есть, насколько далеко от границы хаоса $\Lambda^{(n)}$ находится вектор $(\lambda_1^0, \lambda_2^0)$.

На рис.6 и рис.7 можно увидеть неограниченный рост мощности устройств, а его характер зависит от расстояния $(\lambda_1^0, \lambda_2^0)$от границы области $\Lambda^{(n)}$.

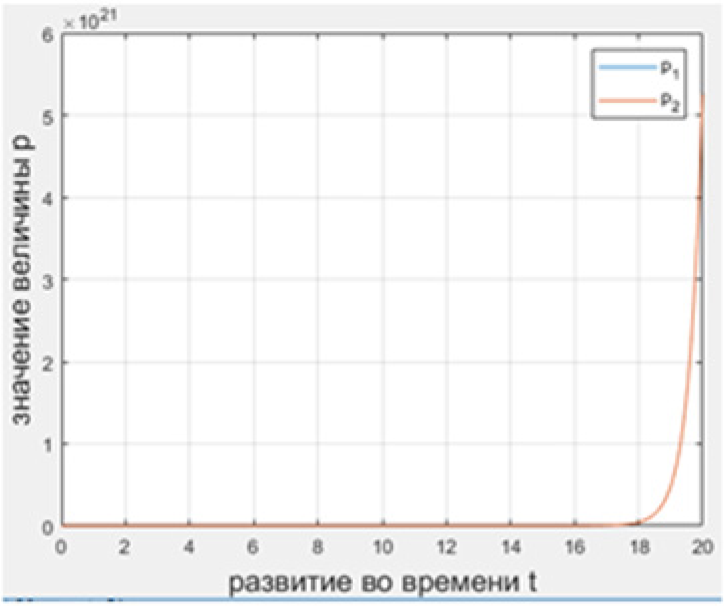

Рис. 6. График поведения мощностей членов коллектива при целевых величинах $\lambda_1^0 = \lambda_2^0 = 095$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, хаотическое поведение в рассмотренных случаях имеет место в общепринятом смысле. Первое требование, ведущее к хаотическим явлениям, – сильная зависимость результата от выбранных начальных значений – безусловно, выполняется. Имеется область $\Lambda^{(2)}$, от которой зависит достижение λ_1^0и λ_2^0. Если эти величины достижимы, то наблюдается, что p_1 и p_2 стремятся экспоненциально к устойчивым значениям, как и следовало ожидать. С другой стороны, а именно в области недостижимых величин λ_1^0 и λ_2^0, были замечены тонкие хаотические явления, связанные с переходом границы хаоса. В любом из приведенных при-

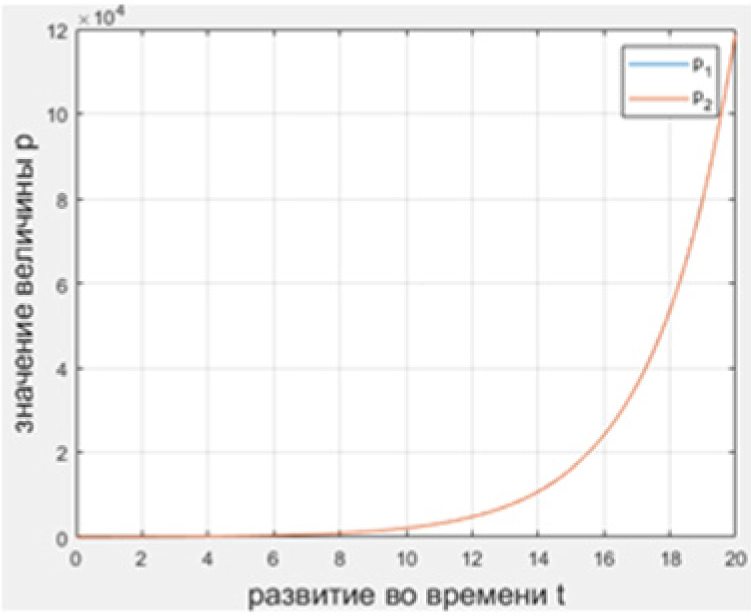

Рис. 7. График поведения мощностей членов коллектива при целевых величинах $\lambda_1^0 = \lambda_2^0 = 1.0$.

мерах моделирование показало, что мощность должна неограниченно возрастать. Видно, что небольшое изменение начальной точки ведет к существенному изменению темпа изменения мощности, что по определению говорит о хаотическом поведении системы.

Теория хаоса гласит, что сложные системы чрезвычайно зависимы от исходных условий, а небольшие изменения в окружающей среде могут привести к непредсказуемым последствиям.

Второе свойство хаотичности - периодические явления. Это свойство хаотических систем легко увидеть на соответствующем графике, при котором значения параметров λ_1^0 и λ_2^0 равны между собой и вектор остается в области достижимых значений.

Проведенное моделирование показало, что в коллективном поведении рассмотренных систем присутствуют компоненты хаотических явлений. А также не нужно отрицать хаотических свойств моделирующей системы, в данном случае MatLAB, которые могут привести к искажениям при моделировании.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lorenz, Edward N. “Deterministic non-periodic flow”. Journal of the Atmospheric Sciences. 1963, **20**, pp. 130–141.
2. Стефанюк В.Л. Локальная организация интеллектуальных систем. – М: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 328с.
3. https://en.wikipedia.org/wiki/Chaos_theory (2019)
4. Robert L. Devaney, An Introduction to Chaotic Dynamical Systems, Sec. Ed., Addison-Wesley, Reading, Mass., 1989.
5. Стефанюк В.Л. Пример задачи на коллективное поведение двух автоматов, Автомат. и телемех., 1963, том 24, выпуск 6, 781–784.
6. Цетлин М.Л. Исследования по теории автоматов и моделированию биологических систем. – М: Наука, 1969. – 316с.
7. Стефанюк В.Л., Цетлин М.Л. О регулировке мощности в коллективе радиостанций. Проблемы передачи информации. - 1967. - Т.3. - N.4. - С.59–67.
8. https://en.wikipedia.org/wiki/Edge_of_chaos

Features of unstable decisions in collective behavior

T. O. Zemcova, V. L. Stephanuk

The paper studies the behavior of a team of two independently controlled learning systems described by a coupled system of differential equations. Previously, for such a group and its generalizations, it was shown that the vector of the goals facing the systems belongs to a certain area, which is divided into two regions. In the first region, the system allows the achievement of goals by virtue of these equations. This paper shows that in the second region, where the selected goals can not be achieved, we can also talk about collective behavior. But the latter should be attributed to the class of chaotic phenomena.

KEYWORDS: Chaotic phenomena in dynamic systems; Collective behavior of technical systems; Chaotic behavior; Boundary of chaos.