

Диагностика линейного однородного искажающего оператора по спектру наблюдаемого изображения

П. А. Чочиа

Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Москва, Россия

Поступила в редколлегию 12.09.2019

Аннотация—Исследуется проблема диагностики искажений по полученному изображению — так называемая задача “слепого оценивания”. Рассматриваются вопросы определения типа и параметров линейных однородных сглаживающих операторов искажения трех видов: круговой формы прямоугольного профиля, круговой формы Гауссова профиля и линейной формы прямоугольного профиля. Для идентификации искажений применяется анализ спектральной плотности изображения с помощью *среднего радиального профиля* и *среднего профиля по направлению*. Предложены и исследованы алгоритмы диагностики для каждого из рассматриваемых типов искажений. Показано влияние шума и точности представления данных на достоверность результатов анализа, а также возможности алгоритмов диагностики в случае суперпозиции одновременно нескольких искажений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Диагностика искажающего оператора, слепое оценивание, средний радиальный профиль, средний профиль по направлению, круговое рассеяние, Гауссово рассеяние, линейный смаз, суперпозиция искажений.

1. ВВЕДЕНИЕ

Точность, с которой регистрируемое изображение отображает наблюдаемую сцену, определяется параметрами оптической системы и условиями съемки. Искажения чаще всего вызываются взаимными смещениями наблюдаемой сцены и устройства регистрации, рассеянием излучения в среде прохождения сигнала, неточностями фокусировки. Если известны характеристики камеры, ее относительное положение и движение по отношению к объекту съемки, оптические свойства среды и пр., то возможно вычисление функции рассеяния точки, а затем решение задачи восстановления изображения [1, 2]. Однако на практике все эти данные известны редко. Как правило, мы можем лишь предполагать возможный класс операторов, описывающих дефекты наблюдаемого сигнала, в то время как конкретные параметры искажений, необходимые для формирования восстанавливающего оператора, остаются неизвестными. В связи с этим важным и актуальным является диагностика вида искажений и оценка их параметров по наблюдаемому изображению.

Проблеме диагностики параметров искажающего оператора по полученному сигналу, так называемой задаче “слепого оценивания”, посвящено довольно много исследований. Наибольшая часть из них касается вопросов определения параметров линейного сглаживания, возникающего в результате сдвига наблюдаемой сцены относительно устройства регистрации во время экспозиции [3–7]. Существенно меньшая часть работ посвящена определению параметров кругового рассеяния [8–10], в том числе и неоднородного [11], и совсем малая часть — вопросам оценки параметров Гауссова рассеяния [12]. Почти все работы так или иначе основаны на использовании преобразования Фурье. В некоторых работах [4, 5], в основном касающихся искажений типа “смаза”, при анализе применяется также преобразование Радона [13, 14].

Несмотря на обилие публикаций по указанной тематике и смежным ей, проблема диагностики типа и параметров искажения остается к данному моменту еще недостаточно изученной.

В настоящей работе мы ограничимся вопросами диагностики по полученному сглаженному изображению типа и параметров линейных однородных искажающих операторов, задаваемых двумерными функциями следующих трех видов: круговой формы прямоугольного профиля (круговое рассеяние), круговой формы Гауссова профиля (Гауссово рассеяние) и линейной формы прямоугольного профиля (линейный смаз). Первые два вида сглаживающих операторов имеют круговую симметрию, а последний вид является анизотропным. Эти качества будут использованы при анализе.

2. МОДЕЛЬ ИСКАЖАЮЩЕГО ОПЕРАТОРА

Будем рассматривать получаемое изображение (двумерный сигнал) $f(x, y)$ как результат некоторого процесса регистрации, осуществляемого системой формирования изображения. В общем виде он описывается следующим уравнением:

$$f(x, y) = \gamma \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u, v) h(x, y, u, v) du dv \right\} + \xi(x, y), \quad -\infty < (x, y) < \infty.$$

Здесь $g(u, v)$ — идеальный исходный сигнал наблюдаемой сцены, $h(x, y, u, v)$ — искажающий оператор, функция $\gamma\{\cdot\}$ задает амплитудную характеристику системы регистрации, а ξ — случайный некоррелированный аддитивный шум.

Если импульсный отклик в области изображения можно считать пространственно-инвариантным (однородным), то $h(x, y, u, v)$ будет функцией разности аргументов: $h(x - u, y - v)$. Пренебрегая нелинейностями системы $\gamma\{\cdot\}$, получим более удобный интеграл свертки

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(u, v) h(x - u, y - v) du dv + \xi(x, y), \quad -\infty < (x, y) < \infty, \quad (1)$$

где $h(x, y)$ — однородный искажающий оператор (пространственно-независимая функция рассеяния точки, называемая также апертурой сглаживания).

Уравнение свертки (1) эквивалентно произведению спектров сигнала и искажающего оператора [16, 17]. Поэтому, согласно теореме о свертке, уравнение (1) можно записать как произведение спектров сигнала $G(\omega)$ ($\omega = \{\omega_x, \omega_y\}$) и функции рассеяния $H(\omega)$ в сумме со спектром шума $\Xi(\omega)$, вычисляемых при помощи преобразования Фурье:

$$F(\omega) = H(\omega)G(\omega) + \Xi(\omega), \quad (2)$$

где $F(\omega)$ — спектр результирующего сигнала, а $H(\omega)G(\omega)$ — поэлементное произведение. Уравнение (2) является базовым во многих областях, связанных с распространением сигнала, что позволяет использовать методы анализа свойств функций, разработанные в этих дисциплинах.

Модуль спектральной плотности (МСП) искаженного изображения с точностью, определяемой уровнем шума $\xi(x, y)$, равен произведению МСП исходного сигнала $g(x, y)$ и ядра искажающего преобразования $h(x, y)$. Существенным является тот факт, что реальные изображения, вообще говоря, не обладают какими-то специфическими свойствами [15], поэтому по амплитудным характеристикам их спектров $G(\omega)$ можно сделать лишь самые общие заключения об особенностях или содержании изображений [16, 17]. МСП независимого некоррелированного случайного шума $\Xi(\omega)$ можно считать постоянным. Спектры же искажающих операторов $H(\omega)$ уникальны и существенно отличаются от спектров реальных изображений. Из (2) следует, что отличительные черты $H(\omega)$ переносятся в спектры искаженных изображений $F(\omega)$ [18, 19].

Таким образом, если $H(\omega)$ имеет некоторую специфическую амплитудно-частотную характеристику, то эти особенности могут быть обнаружены в спектре $F(\omega)$ и использованы для диагностики типа и параметров искажающего оператора.

Искажающий оператор h , имеющий эффективный размер d_h , в рамках модели (1) определяется ядром интегрального преобразования $h(x, y)$. В реальных задачах $h(x, y)$ — функция с конечным носителем, поэтому ядро $h(x, y)$ обращается в ноль при $(|x|, |y|) \geq d_h$. С другой стороны, изображение реальной сцены задано на всей плоскости и является пространственно не ограниченной функцией. Отсюда, если функция искажения $h(x, y)$ пространственно ограничена, то спектр полученного изображения будет характеризоваться упорядоченным расположением нулей на плоскости (ω_x, ω_y) . Поэтому, найдя характерные особенности $F(\omega)$ (вид изменения какой-то ее функции, закономерности расположения нулей спектра или что-то еще), можно определить тип и параметры искажающего оператора.

Отметим используемую ниже специфику представления данных в частотной плоскости. Исходный сигнал $g(x, y)$ является действительным, следовательно, его Фурье-спектр $G(\omega)$ будет комплексно сопряженным, а энергетический спектр — центрально симметричным. Компоненты спектра, соответствующие низким пространственным частотам, будут располагаться по углам матрицы значений спектра, а соответствующие высоким частотам — в центре. Для анализа такое расположение не удобно, и его обычно меняют, диагонально переставляя квадранты спектра: $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$; при этом высокие частоты оказываются по углам спектра, а низкие — в центре (нулевая — в точке с координатами $(W/2, W/2)$, где W — размер изображения) [17, 20]. Эта перестановка эквивалентна предварительному умножению изображения на $(-1)^{x+y}$ [17]. В дальнейшем мы будем придерживаться именно такого представления спектра, а также будем считать центральную точку $(W/2, W/2)$ точкой нулевых спектральных координат.

3. СРЕДНИЙ РАДИАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ МОДУЛЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ

Ниже мы ограничимся вопросом диагностики параметров линейных пространственно-инвариантных искажений, описываемых уравнением (2). Два из трех рассматриваемых искажающих операторов имеют круговую симметрию. Это означает, что любое центральное сечение спектра двумерного сигнала в одинаковой мере несет информацию об особенностях возможного такого искажения. Но кроме этих данных, каждое из сечений содержит часть информации о сигнале изображения, соответствующую данному направлению в спектре. Для обнаружения и анализа характеристик возможного искажения, информацию о самом изображении желательно подавить. Это достигается нижеследующим способом построения профиля спектральной плотности изображения как функции частоты.

Пусть $M(\omega, \varphi)$ — значение амплитуды спектра $F(\omega)$ в полярных координатах. Усреднив $M(\omega, \varphi)$ по φ , получим среднее значение МСП для частоты ω :

$$P(\omega) = \int_{\varphi} M(\omega, \varphi) d\varphi / 2\pi\omega. \quad (3)$$

В дискретном случае данное преобразование представляется разбиением спектра $F(\omega)$ на множество концентрических колец $C(\omega)$, центрированных в точке нулевых спектральных координат. В каждое из элементарных колец $C(\omega)$ радиуса ω и ширины $\Delta\omega$ попадают точки спектрального пространства (ω_x, ω_y) , расположенные в диапазоне $\Delta\omega$ расстояний от центра: $\omega \leq r < \omega + \Delta\omega$, где $r = \sqrt{(\omega_1)^2 + (\omega_2)^2}$. По точкам, попадающим в указанное кольцо, подсчитывается среднее значение МСП:

$$P(\omega) = \sum_{C(\omega)} M(\omega_x, \omega_y) / N(\omega), \quad (4)$$

где $(\omega_x, \omega_y) \in C(\omega)$, $M(\omega_x, \omega_y)$ — амплитуда спектра в точке (ω_x, ω_y) , а $N(\omega)$ — число точек, попадающих в кольцо $C(\omega)$. Формула (4) является дискретным аналогом формулы (3). Будем называть зависимость $P(\omega)$ *средним радиальным профилем* модуля спектральной плотности изображения. Проведенные эксперименты над реальными изображениями показали, что с ростом ω значения $P(\omega)$ убывают достаточно быстро, а форма получаемой кривой $P(\omega)$ слабо зависит от сюжета изображения при условии его “хорошего качества”.

Ниже будет рассмотрено, какие изменения претерпевают спектр и средний радиальный профиль МСП изображения в зависимости от типа искажения — функции рассеяния точки, а также как получаемые данные можно использовать для диагностики искажающего оператора с круговой симметрией и дифференциации его от анизотропного оператора. Также будет показано влияние точности представления сигнала и наличия шума на результаты диагностики. Спектр некоррелированного шума распределен равномерно на анализируемой полосе частот, поэтому при воздействии шума средний радиальный профиль МСП сигнала существенно искажается, в частности увеличивается “подиум” на его графическом представлении.

4. КРУГОВОЕ РАССЕЯНИЕ

Искажающий оператор кругового рассеяния прямоугольного профиля радиуса r , центрированный в нуле, имеет вид:

$$h_C(x, y) = \begin{cases} 1/(\pi r^2) & x^2 + y^2 \leq r^2; \\ 0 & \text{в остальных точках.} \end{cases} \quad (5)$$

В сечении двумерный оператор $h_C(x, y)$ является прямоугольным сглаживающим импульсом. МСП одномерного, единичного на отрезке $\pm r$ прямоугольного импульса имеет вид:

$$S(\omega) = 2r |\sin(\omega r)| / (\omega r). \quad (6)$$

Данная функция имеет нули в точках спектра $\omega = \pm \rho n$, где $\rho = \pi/r$, а $n = 1, 2, \dots$. Эти нули также будут присутствовать и в двумерном спектре изображения, формируя концентрические кольца соответствующих радиусов. Диагностика искажения заключается в определении периода колец ρ и вычислении радиуса рассеяния r . Помочь такому анализу может вариант “кепстрального” преобразования [21–26] двумерного сигнала:

$$C(q_1, q_2) = |\mathcal{F}^{-1}\{\log|S(\omega_x, \omega_y)|^2\}|. \quad (7)$$

Здесь $|\cdot|$ означает амплитуду сигнала, а $\mathcal{F}^{-1}\{\cdot\}$ — обратное преобразование Фурье. Как правило, кепстр используют для анализа одномерных сигналов [22] (например, акустических), но он применим и к двумерным сигналам.

Рис. 1 иллюстрирует вид сигналов, получаемых при анализе реального изображения. Исходное изображение (размерами 512×512 элементов) показано на (а); на (б) — результат его искажения оператором кругового рассеяния (5) с $r = 20$ элементов. На (в) представлен МСП изображения (б) в логарифмическом масштабе; темные кольца соответствуют нулям спектра. Заметные нарушения кольцевой структуры при высоких значениях ω и малой амплитуде вызваны недостаточной точностью дискретного представления сигнала. На (г) показан кепстр изображения (б); радиус внутреннего круга равен диаметру кругового рассеяния $2r$; коэффициент 2 здесь возникает из-за операции модуля в (6). Эта же операция модуля вызывает появление в кепстре множества концентрических кругов с радиусами $2rn$.

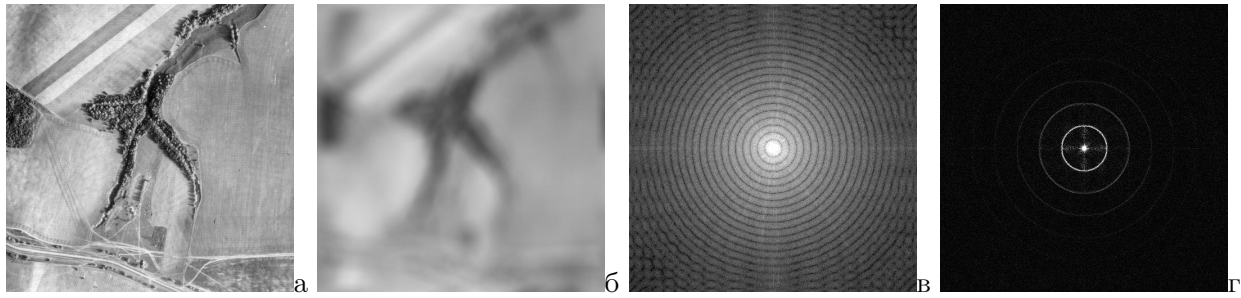


Рис. 1. а) Исходное изображение; б) сглаживание круговым рассеянием с $r = 20$ элементов; в) МСП изображения (б) в логарифмическом масштабе; г) кепстр изображения (б).

В принципе, диагностику искажения можно проводить как на основе анализа МСП изображения (Рис.1,в), так и на основе кепстра (г). Однако эксперименты показали, что второй вариант значительно более чувствителен к точности представления данных и шуму. Так, простое снижение точности представления сглаженного изображения (б) до 256 градаций нивелирует на (г) все круги кроме первого, а добавление даже небольшого Гауссова шума с $\sigma = 2$ градации практически уничтожает и его. Более устойчивым к искажениям сглаженного сигнала является использование МСП изображения и его среднего радиального профиля (4). Рассмотрим этот вариант более подробно.

Структуру сигнала, показанного на (Рис.1,в), удобно анализировать при помощи среднего радиального профиля МСП $P(\omega)$, вычисляемого согласно (4). Период минимумов/максимумов профиля ρ находится как точка максимума функционала

$$\rho_C = \arg \max_{\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}} \left(\frac{1}{[W/2\rho] - 1} \sum_{n=1}^{[W/2\rho]-1} (P(n\rho + \rho/2) - P(n\rho)) \right), \quad (8)$$

где W — размер изображения, а $[\cdot]$ означает взятие целой части. Если вариация $P(\omega)$ не превышает размаха $P(\omega)$ более чем на некоторый порог, то считается, что кругового рассеяния не обнаружено. Найдя значение ρ_C , радиус рассеяния r_C вычисляется как

$$r_C = W/(2\rho_C). \quad (9)$$

Проводились эксперименты по анализу устойчивости алгоритма вычисления периода ρ_C к искажениям сглаженного изображения. Для этого сглаженное изображение подвергалось искажениям в виде снижения точности сигнала до 256 градаций и последующего нанесения Гауссова шума. Результаты анализа иллюстрирует Рис. 2, где представлены средние радиальные профили МСП нескольких изображений на Рис. 1. На всех представленных ниже графиках масштаб по оси абсцисс соответствует диапазону пространственных частот ($W/2$). Масштаб по оси ординат является условным, поскольку абсолютные величины не существенны; важны лишь их соотношения, а также расположения локальных минимумов и максимумов на графиках. Исходному изображению (Рис. 1,а) соответствует график Рис. 2,а; сглаженному круговым рассеянием (5) с $r = 20$ элементов (Рис. 1,б) — график (б). На (в) показаны изменения графика (б) при следующих вариантах искажения: 0 — уменьшение точности сигнала до 256 градаций; 3–10 — дополнительное искажение Гауссовым шумом с СКО $\sigma = 3$; 5 и 10 градаций яркости (кривые 3, 5 и 10 соответственно). Для сравнения на (г) показаны средние радиальные профили кепстра (7) для точного варианта (1) и варианта с уменьшенной до 256 градаций точностью и нанесенным Гауссовым шумом с СКО $\sigma = 2$ градации (2).

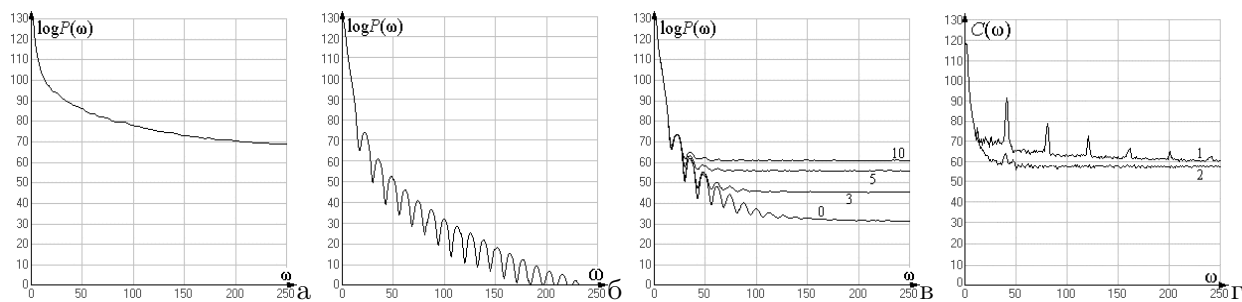


Рис. 2. Графики среднего радиального профиля МСП изображений: а) исходного Рис. 1,а; б) сглаженного Рис. 1,б; в) с уменьшением точности до 256 градаций и добавлением Гауссова шума: 0 — без шума, 3-10 — шум $\sigma = 3$; 5 и 10 градаций соответственно; г) профиль кепстра: 1 — точный, 2 — точность 256 градаций и Гауссов шум $\sigma = 2$ градаций.

5. ГАУССОВО РАССЕЙЯНИЕ

Искажающий оператор Гауссова рассеяния с круговой симметрией, центрированный в нуле, имеет вид:

$$h_G(x, y) = C \exp\{-(x^2 + y^2)/2\sigma^2\}. \quad (10)$$

Оператор $h_G(x, y)$ не ограничен пространственно и в любом сечении имеет профиль нормального распределения. Тот же вид имеет и профиль МСП Гауссова оператора. Согласно (2) Фурье-спектр изображения, сглаженного Гауссовым рассеянием, будет:

$$F(\omega_x, \omega_y) = C \exp\{-(x^2 + y^2)/2\sigma^2\} G(\omega_x, \omega_y) + \Xi(\omega_x, \omega_y).$$

Для среднего радиального профиля МСП (3) получим:

$$P(\omega) = C \exp\{-\omega^2/2\sigma^2\} G_M(\omega) + \Xi_M(\omega). \quad (11)$$

Здесь $G_M(\omega)$ и $\Xi_M(\omega)$ — средние значения МСП сигнала наблюдаемой сцены и аддитивного некоррелированного случайного шума пространственной частоты ω .

В реальных ситуациях амплитуда шума не превышает нескольких процентов амплитуды сигнала, причем первое слагаемое в (11) спадает достаточно быстро с ростом ω , а второе можно считать постоянным. При этом в пространстве ω удастся выделить две области, различающиеся соотношениями слагаемых. При больших ω , когда $C \exp\{-\omega^2/2\sigma^2\} G_M(\omega) < \Xi_M(\omega)/2$, для логарифма МСП можно записать:

$$\log P(\omega) \approx \log \Xi_M(\omega) \approx C_1,$$

т.е. при больших ω значения $\log P(\omega)$ близки к константе, определяемой уровнем шума Ξ_M .

В области малых ω , когда $C \exp\{-\omega^2/2\sigma^2\} G_M(\omega) > 2\Xi_M(\omega)$,

$$\log P(\omega) \approx -\omega^2/2\sigma^2 + \log G_M(\omega) + C_2 = A(\omega) + B(\omega) + C. \quad (12)$$

Здесь первая составляющая, $A(\omega) = -\omega^2/2\sigma^2$, определяется Гауссовым рассеянием, вторая, $B(\omega) = \log G_M(\omega)$, зависит от конкретного изображения, а C — константа.

Таким образом, задача оценивания величины Гауссова рассеяния сводится к определению параметра σ , задающего форму $A(\omega)$ в (12). Для этого необходимо найти способ оценки параметров одного из сигналов по смеси двух. Составляющая $B(\omega)$, вообще говоря, зависит от конкретного изображения. Анализ представительного набора изображений хорошего качества показал, что за исключением небольшой области близких к нулю значений ω , на остальном

протяжении интересующего диапазона ω составляющая $B(\omega)$ выпукла вниз. С другой стороны, составляющая $A(\omega)$ описывается формулой $y = -ax^2 + b$ и всюду выпукла вверх. Эксперименты с искажением изображений оператором (10) показали, что на рассматриваемом участке ω амплитуда выпуклости у составляющей $A(\omega)$ выше, чем у $B(\omega)$, в результате чего на кривой $\log P(\omega)$ удастся найти участок (ω_1, ω_2) , на котором $\log P(\omega)$ выпукла вверх.

Это означает, что на графике среднего радиального профиля МСП $\log P(\omega)$ изображения, искаженного Гауссовым круговым рассеянием, при малых ω должен быть участок, близкий функции $y = -ax^2 + b$, где $a = 1/(2\sigma^2)$. Для нахождения значений a и b воспользуемся преобразованием Хафа [16, 27, 28]. Оно сводится к отображению анализируемого множества точек в пространство параметров предполагаемой функции, в котором формируется диаграмма накопления. Тем самым, если на графике среднего радиального профиля МСП имеется участок, соответствующий параболе вида $-ax^2 + b$, то на диаграмме Хафа получим экстремум (узловую, или нодальную точку), координаты которого соответствуют искомым значениям a и b . Узловая точка диаграммы (при ее наличии) даст искомые значения a , из которого без труда вычисляется дисперсия Гауссова сглаживания:

$$\sigma_G = 1/\sqrt{2a}. \quad (13)$$

Важнейшим моментом является выбор участка среднего радиального профиля МСП, который должен участвовать в анализе с использованием преобразования Хафа. Для этого отыскивается касательная снизу к начальной части графика профиля (наклонная линия 'Т' на Рис. 3,б). Точки ω_1 и ω_2 ее касания с кривой $\log P(\omega)$ задают границы используемого участка. Если обнаруживается лишь одна точка касания (т.е. $\log P(\omega)$ всюду выпукла вниз), либо найденные ω_1 и ω_2 излишне близки, то считается, что Гауссова рассеяния не обнаружено.

Следует отметить, что при таком способе оценки, значения a и b будут искажены влиянием не устраненной составляющей $B(\omega)$ в (12). Это приведет к уменьшению кривизны $\log P(\omega)$ на участке анализа, и, как следствие, к завышению интересующего значения a . В связи с этим представляется перспективным оценивание некоторой средней формы $\log G_M(\omega)$ по представительному набору изображений хорошего качества и вычитание полученной составляющей из правой части (12) для диапазона значений (ω_1, ω_2) , используемого при поиске узловой точки. Данный вопрос требует самостоятельных исследований и уточнений, поскольку он, вероятно, осложняется масштабной зависимостью составляющей $B(\omega)$ от размеров изображения.

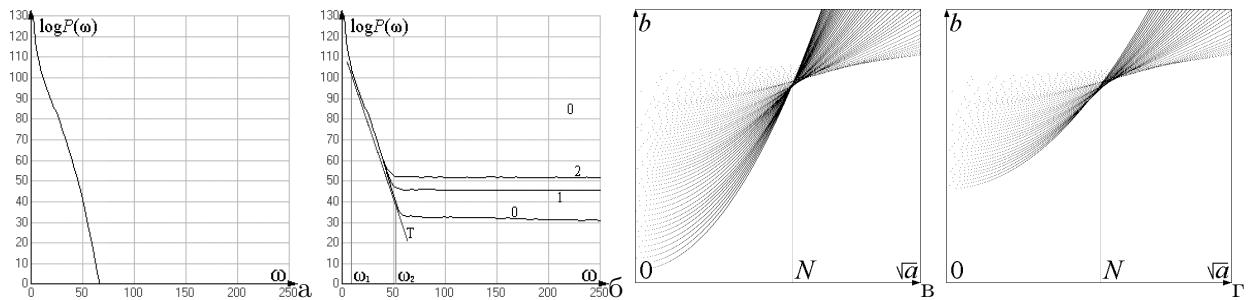


Рис. 3. Графики среднего радиального профиля МСП Гауссова сглаживания (10) с $\sigma = 5$ пикселей: а) точное сглаживание, б) уменьшение точности до 256 градаций (0), а также добавление Гауссова шума с $\sigma = 1$ и $\sigma = 2$ градаций. Диаграммы накопления в пространстве параметров Хафа: в) для профиля (а), г) для участка (ω_1, ω_2) профиля 0 на (б).

Пример анализа изображения на Рис. 1,а, искаженного Гауссовым сглаживанием (10) с $\sigma = 5$ пикселей, иллюстрируется на Рис. 3, где представлены графики среднего радиального профиля МСП (4) и соответствующие диаграммы накопления в пространстве параметров

преобразования Хафа. На (а) показан средний радиальный профиль МСП при точном сглаживании, на (б) — изменения профиля при уменьшении точности сглаженного изображения до 256 градаций яркости: 0 — без дополнительного шума, 1 и 2 — при нанесении Гауссова шума с СКО равным 1 и 2 градации соответственно. Рисунки (в) и (г) демонстрируют диаграммы накопления в пространстве параметров Хафа для сглаженного изображения. Диаграмма (в) соответствует графику (а), а диаграмма (г) — участку (ω_1, ω_2) профиля 0 на (б). С целью компактности диаграммы, по оси абсцисс выбрано масштабирование $\sqrt{a}$. Символом N отмечена обнаруженная нодальная точка. В первом случае найденное значение составило 5,32 градации, во втором — 5,45 градаций. Отличия в 6–9% найденных значений от величины дисперсии реального сглаживания (5 градаций) следует объяснить влиянием не устраненной составляющей $B(\omega)$ в (12), которое обсуждалось выше.

6. ЛИНЕЙНЫЙ СМАЗ

Линейный смаз чаще всего возникает в результате равномерного прямолинейного смещения изображения во время экспозиции, вызываемого соответствующим относительным движением устройства регистрации и наблюдаемой сцены. Искажающий оператор линейного смаза эквивалентен свертке сигнала изображения с отрезком длины r , ориентированным под углом α ($0 \leq \alpha < \pi$). Для непрерывного сигнала центрально-симметричный искажающий оператор $h(x, y)$ в (1), задающий линейный смаз, описывается формулой:

$$h_S(x, y) = \begin{cases} 1/r & y = x \tan \alpha, \quad x^2 + y^2 \leq r^2/4; \\ 0 & \text{в остальных точках.} \end{cases} \quad (14)$$

Амплитуду спектра оператора (14) можно представить в следующем виде:

$$S(\omega_x, \omega_y) = 2|\sin(\Omega r/2)|/(\Omega r/2), \quad \text{где} \quad \Omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \cos(\alpha - \arctan(\omega_y/\omega_x)). \quad (15)$$

Нетрудно видеть, что $S(\omega_x, \omega_y)$ будет иметь форму полос, ориентированных перпендикулярно направлению смаза α и имеющих период W/r , где W — размер изображения, а r — величина смаза. Профиль сечения $S(\omega_x, \omega_y)$ в направлении α имеет вид $|\sin x|/x$.

Диагностика подобных искажений в некоторых работах основывается на использовании преобразования Радона [4, 5]. В нашем случае определение направления полос, как это было предложено в [29], удобнее строить на рассмотренном выше варианте кепстрального преобразования (7).

Амплитуда кепстра неискаженного изображения близка к константе. Если же изображение искажено смазом, то в его спектре будет присутствовать периодическая структура (полосы нулей), а в кепстре появится проходящая через начало координат линия повышенных значений сигнала с множеством локальных максимумов. Данная линия перпендикулярна полосам спектра, т.е. по наклону совпадает с направлением смаза изображения. Такой сигнал легко обнаруживается анализом кепстра в полярных координатах $C_S(\alpha, q)$, где α — угол, а q — расстояние от центра. Искомый угол α_{Res} находится как обеспечивающий максимум интеграла вдоль прямой, проходящей через центр под углом α :

$$\alpha_{\text{Res}} = \arg \max_{\alpha} \int_q C_S(\alpha, q) dq. \quad (16)$$

Если значение интеграла в правой части (16), соответствующего α_{Res} , не превосходит среднего значения данного интеграла по всем α на некоторый задаваемый порог, то считается, что линейного смаза не обнаружено.

Упомянутые локальные максимумы на обнаруженной в кепстре линии (α_{Res}, q) будут расположены с периодом r , равным величине смаза, что в принципе дает формальную возможность одновременного определения и направления, и величины смаза. Однако в силу заметного влияния шума, экстремумы оказываются слабо выраженными, а найденные по ним искомые значения — недостоверными. Более устойчивым является описываемый ниже способ определения периода полос, эквивалентный, по сути, анализу одной (перпендикулярной α_{Res}) проекции из преобразования Радона [14, 28].

Через каждую точку q на прямой (α_{Res}, q) , ориентированной в направлении смаза α_{Res} , проведем ортогональную прямую, проходящую под углом $\psi = \alpha_{\text{Res}} + \pi/2$, которую обозначим $L_{\psi,q}(l)$. Для каждого q вычислим средние значения $P_\alpha(q)$ логарифма МСП $\log |S(\omega_x, \omega_y)|$ вдоль данной ортогональной прямой $L_{\psi,q}(l)$:

$$P_\alpha(q) = \frac{1}{L} \int_{l \in L_{\psi,q}} \log |S(\omega_x, \omega_y)| dl, \quad (\omega_x, \omega_y) \in L_{\psi,q}(l). \quad (17)$$

Здесь L обозначает длину линии $L_{\psi,q}$ в пределах пространства спектра, а ω_x и ω_y определяются следующим образом: $\omega_x = q \cos \alpha + l \sin \alpha$ и $\omega_y = q \sin \alpha - l \cos \alpha$. Тем самым $P_\alpha(q)$ представляет собой *средний профиль* МСП изображения *по направлению*, перпендикулярному смазу. Затем, аналогично (8), по вычисленным значениям $P_\alpha(q)$ находится период полос ρ_L как точка максимума функционала:

$$\rho_L = \arg \max_{\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max}} \left(\frac{1}{[W/\rho] - 1} \sum_{n=1}^{[W/\rho]-1} (P_\alpha(n\rho + \rho/2) - P_\alpha(n\rho)) \right). \quad (18)$$

Получив значение периода ρ_L , и зная размер изображения W , вычисляется величина смаза r_S :

$$r_S = W/\rho_L. \quad (19)$$

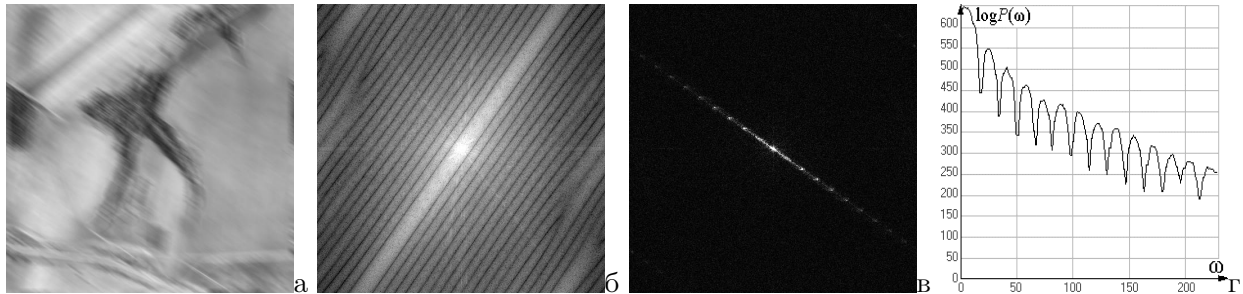


Рис. 4. а) Изображение Рис. 1,а, искаженное линейным смазом; б) МСП (а) в логарифмическом масштабе; в) кепстр (а); г) профиль (б) в направлении смаза.

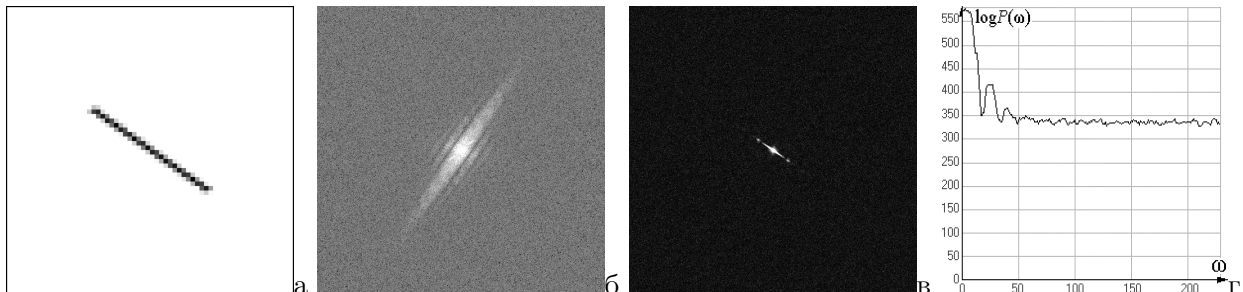


Рис. 5. а) Дискретный оператор линейного смаза (увеличен в 8 раз); б) МСП Рис. 4,а искаженного Гауссовым шумом $\sigma = 7$ градаций; в) кепстр; г) профиль (б) в направлении смаза.

Пример анализа изображения, искаженного линейным смазом, демонстрируется на Рис. 4 и Рис. 5. Смаз моделирован сверткой (1) исходного изображения (Рис. 1,а) и сигнала, эквивалентного смазу под углом 145 градусов и величиной 32 пикселя (показан в увеличенном масштабе на Рис. 5,а). На Рис. 4,б–г приведены стадии анализа изображения (а) в точном виде, а на Рис. 5,б–г — при уменьшении точности сглаженного изображения до 256 градаций и последующем нанесении Гауссова шума с СКО $\sigma = 7$ градаций. Рис. 4,б и 5,б содержат спектры изображений в логарифмическом масштабе. Нарушение регулярности полос на высоких частотах вызвано недостаточной точностью дискретного искажающего сигнала на Рис. 5,а. На Рис. 4,в и 5,в показаны кепстры (7); а Рис. 4,г и 5,г — зависимости $P_\alpha(q)$ в (17), т.е. усредненные профили полос МСП.

7. О ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ И СУПЕРПОЗИЦИИ ТИПОВ ИСКАЖЕНИЙ

Рассмотренные процедуры диагностики искажений имеют многочисленные общие части, что в принципе позволяет реализовать их как единый алгоритм с ветвлениями. Каждая из рассмотренных процедур как на промежуточных этапах, так и на окончательном этапе содержит проверки различных критериев достоверности результатов. Это дает возможность автоматического выбора алгоритма анализа того или иного искажения, а также принятия решения об отказе от обнаружения каждого из них. При этом совокупность всех отказов от обнаружения будет являться индикатором того факта, что на изображении не обнаружено анализируемых искажений. Такая схема, по сути, была использована в тестовой комбинации алгоритмов и показала свою работоспособность.

В реальности изображение может подвергаться нескольким искажениям одновременно. Например, весьма вероятно совместное влияние рассеяния (например, в результате расфокусировки) и линейного смаза (из-за взаимного смещения наблюдаемой сцены и устройства регистрации). Очевидно, что из трех рассмотренных выше вариантов искажений интерес могут представлять лишь сочетания смаза и одного из видов рассеяния: кругового или Гауссова.

При суперпозиции нескольких искажений МСП результата будет описываться произведением правых частей выражений (15) и (6) или (15) и (10). Таким образом, амплитуда итогового МСП будет спадать значительно быстрее, чем в случае одного какого-то искажения.

Изучалась возможность диагностики искажений в случае их суперпозиции. Для этого изображение искажалось оператором линейного смаза (14), а затем оператором кругового (5) или Гауссова (10) рассеяния. Поскольку все эти искажающие операторы являются линейными и однородными, то очередность их применения несущественна. Эксперименты показали, что рассмотренным выше алгоритмам удастся достаточно уверенно диагностировать суперпозицию искажений в случае точного представления сигнала. Однако при снижении точности сигнала и, тем более, при наличии шума, качество диагностики резко снижается. Так, при точности сигнала в 256 градаций уверенно обнаруживается лишь оператор кругового рассеяния, а диагностики Гауссова рассеяния и линейного смаза имеют высокую вероятность отказа. В случае же добавления даже небольшого шума ($\sigma = 1$ градаций) диагностика оказывается безрезультативной.

На Рис. 6 показано, как выглядят некоторые из исследованных выше характеристик при суперпозиции искажений. МСП изображения Рис. 1,а, искаженного линейным смазом (14) и круговым рассеянием (5) при точном представлении изображения представлен на Рис. 6,а (сравнить с Рис. 1,в и Рис. 4,б). То же, но при снижении точности изображения до 256 градаций яркости, — на Рис. 6,б (сравнить с Рис. 5,б). Рис. 6,в — кепстр изображения Рис. 6,а (сравнить с Рис. 1,г). Графики среднего радиального профиля МСП изображений, представленных на Рис. 6,а и Рис. 6,б, показаны на Рис. 6,г (графики 0 и 1 соответственно; сравнить с графиками на Рис. 2,б и в). Приведенные изображения и графики подтверждают, что при суперпозиции

нескольких искажений МСП изображения спадает значительно быстрее, чем в случае только одного какого-то искажения.

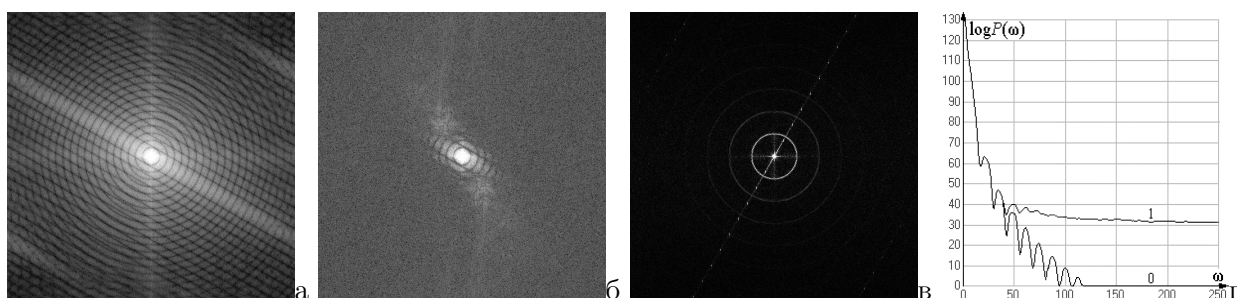


Рис. 6. а) МСП изображения Рис. 1,а, искаженного линейным смазом и круговым рассеянием в точном представлении; б) то же, но при точности изображения 256 градаций; в) кепстр искаженного изображения; г) графики среднего радиального профиля МСП изображений: 0 — точное представление, 1 — 256 градаций.

8. ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Для проведения экспериментов использовались изображения сравнительно высокого качества, часть из которых приведена на Рис. 1,а и на Рис. 7. Процедура искажения изображений, т.е. его свертки с искажающим оператором (1), производилась по формуле (2) путем перемножения спектров изображения и функции рассеяния, а затем выполнения обратного Фурье-преобразования. Для каждого из рассмотренных методов диагностики анализу подвергались как изображения, сглаженные соответствующим оператором в точном виде (формат с плавающей запятой, 32 бита), так и изображения с уменьшенной точностью (256 градаций, 8 бит), которые дополнительно искажались аддитивным Гауссовым шумом.

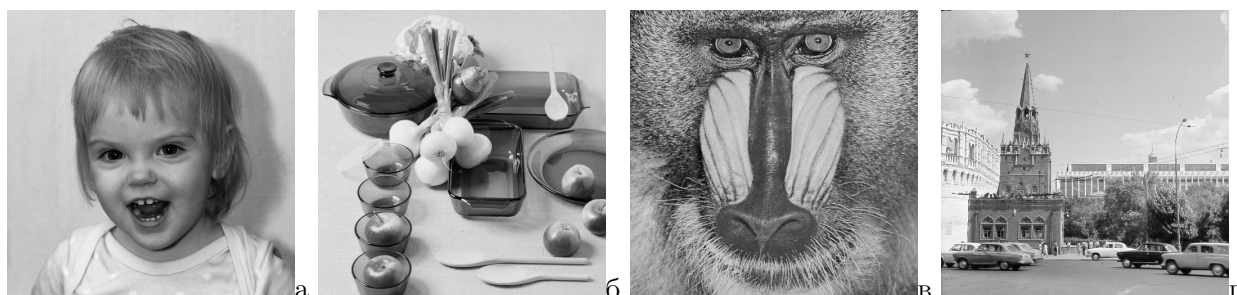


Рис. 7. Некоторые изображения, использованные в экспериментах.

Проведенные эксперименты показали, что результаты диагностики искажений сравнительно мало зависят от размеров искажающих операторов, но значительно больше — от наличия шума и характеристик самих изображений. Некоторые результаты тестирования приведены в Табл.1, где отображены результаты действия следующих операторов: кругового рассеяния (5) с радиусом кружка рассеяния $r = 20$ элементов, Гауссова рассеяния (10) с СКО $\sigma = 5$ элементов, линейного смаза (14) с $\alpha = 145^\circ$ и $r = 32$ элемента. Первоначально изображение, искаженное тем или иным оператором, подвергалось уменьшению точности квантования до 256 градаций яркости, затем на него наносился Гауссов шум. В Табл.1 представлены максимальные значения величины шума (СКО, σ), при котором алгоритму анализа удавалось правильно диагностировать вид и параметры искажения.

Точность определения параметров для искажений круговым рассеянием и линейным смазом во всех случаях составила 0,5–1,5%, что можно считать неплохим показателем. Однако

оценка Гауссова рассеяния в экспериментах оказалась на 7–10% больше, чем величина реально нанесенного искажения. Расхождения, по-видимому, возникают из-за влияния составляющей $B(\omega)$ в (12), о чем говорилось выше. Это подтверждается тем фактом, что если в качестве сглаживаемого сигнала взять не реальное изображение, а некоррелированный шум, для которого $B(\omega) = \text{const}$, то оценка Гауссова рассеяния оказывается корректной. Эксперименты показали, что наиболее устойчивым к шуму является алгоритм диагностики кругового рассеяния; неплохие показатели также и у алгоритма диагностики линейного смаза. Устойчивость алгоритма диагностики Гауссова рассеяния оказалась наиболее низкой.

Табл. 1. Максимальные значения Гауссова шума (СКО, градаций), при которых наблюдалась успешная диагностика типа и параметров искажения.

Вид искажения:	Номер рисунка и макс. уровень шума (σ):				
	Рис.1,а	Рис.7,а	Рис.7,б	Рис.7,в	Рис.7,г
Круговое рассеяние ($r = 20$ элементов)	10	8	14	10	10
Гауссово рассеяние ($\sigma = 5$ элементов)	2	1	5	2	2
Линейный смаз ($\alpha = 145^\circ$, $r = 32$ элемента)	8	3	8	8	7

9. ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В работе исследованы так называемые “слепые” методы диагностики искажений, когда кроме самого полученного сигнала не имеется никакой дополнительной информации ни о типе или параметрах возможных искажений, ни даже об их наличии. Предложены алгоритмы, позволяющие по наблюдаемому изображению обнаруживать искажения и определять параметры трех видов однородных линейных искажающих операторов: кругового рассеяния, Гауссова рассеяния и линейного смаза. Эксперименты продемонстрировали достаточно высокую точность идентификации вида и параметров искажения. Показана устойчивость алгоритмов к уровню дискретизации сигнала и добавлению шума. Следует отметить, что для моделирования искажений в экспериментах применялось Фурье-преобразование, при котором изображение считается как бы “натянутым на тор”, что существенно подавляет краевые эффекты, которые в реальных ситуациях могут заметно влиять на сигнал и результат.

Эксперименты показали, что устойчивость к точности сигнала и уровню шума у предложенных алгоритмов диагностики кругового рассеяния (9) и линейного смаза (20) существенно выше, чем у алгоритма диагностики Гауссова сглаживания (13). Первые два успешно обнаруживают искажения при уровне СКО Гауссова шума до 5–10 градаций, тогда как последний — лишь в пределах 2–3 градаций. Есть надежда, что корректная оценка составляющей $B(\omega)$ в (12) и последующее ее подавление, о чем говорилось в тексте, позволят существенно повысить устойчивость алгоритма (13). Наряду со снижением точности сигнала и добавлением шума, на диагностику влияет сжатие изображения с потерями (например, JPEG). Кроме того следует отметить, что уровень допустимых помех зависит также от свойств конкретного изображения, в частности, от резкости контурных перепадов, наличия мелких деталей и пр.

Одним из возможных подходов к решению проблем с компонентой $B(\omega)$ может быть оценивание средней формы данной компоненты по представительному набору изображений хорошего качества (возможно, отдельно для каких-то классов изображений) и вычитание полученной составляющей из правой части (12). Данный подход представляется перспективным, но требует дополнительных исследований, поскольку может осложняться зависимостью данной составляющей от масштабов изображения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Andrews H. C., Hunt B. R. *Digital Image Restoration*. New Jersey: Prentice-Hall, 1977. 238 p.
2. Василенко Г. И., Тараторин А. М. *Восстановление изображений*. М: Радио и связь, 1986. 304 с.
3. Tiwari S., Shukla V. P., Singh A. K. Review of Motion Blur Estimation Techniques // *Journal of Image and Graphics*, 2013, vol. 1, no. 4, pp. 176–184.
4. Bora R. M., Chaudhari S. N., Vispute P. S. A Comparative Analysis of Motion-Blur Magnitude Parameter Estimation Techniques // *International Journal of Engineering Research & Technology (IJERT)*, 2014, vol. 3 no. 2, pp. 587–589.
5. Dash R., Majhi B. Motion Blur Parameters Estimation for Image Restoration // *Optik*, 2014, vol. 125, pp. 1634–1640.
6. Song Y. X., Zhang Y. M. Parameter Estimation and Restoration of Motion Blurred Image // *Applied Mechanics and Materials*, 2014, vols. 608–609, pp. 855–859.
7. Oliveira J. P. A., Figueiredo M. A. T., Bioucas-Dias J. M. Blind Estimation of Motion Blur Parameters for Image Deconvolution // *Proc. 3rd Iberian Conf. IbPRIA 2007*, vol. 4478, pp. 604–611.
8. Oliveira J. P., Figueiredo M. A., Bioucas-Dias J. M. Parametric blur estimation for blind restoration of natural images: linear motion and out-of-focus // *IEEE Trans. Image Process.*, 2014, vol. 23, no. 1, pp. 466–477.
9. Tiwari S., Shukla V. P., Biradar S. R., Singh A. K. Blur parameters identification for simultaneous defocus and motion blur // *CSI Transactions on ICT*, 2014, vol. 2, no. 1, pp. 11–22.
10. Liang M. Parameter Estimation for Defocus Blurred Image Based on Polar Transformation // *Rev. Tec. Ing. Univ. Zulia*, 2016 vol. 39, no. 1, pp. 333–338.
11. Zhu X., Cohen S., Schiller S., Milanfar P. Estimating Spatially Varying Defocus Blur From A Single Image // *IEEE Trans. Image Processing*, 2013, vol. 22, no. 12, pp. 4879–4891.
12. Gajjar R., Pathak A., Zaveri T. Defocus Blur Parameter Estimation Technique // *Int. Journal Electronics and Communication Engineering and Technology (IJECET)*, 2016, vol. 7, no. 4, pp. 85–90.
13. Radon J. Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte langs gewisser Mannigfaltigkeiten // *Berichte Sachsische Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, Mathematisch-Physische Klasse*, 1917, vol. 69, pp. 262–277.
14. Deans S. R. *The Radon Transform and Some of its Applications*. Wiley, N.Y., 1983. 289 с.
15. Оппенхайм А. В., Лим Дж. С. Важность фазы при обработке сигналов. // *ТИИЭР*, 1981, т. 69, № 5, С. 39–54.
16. Прэтт У. *Цифровая обработка изображений*. Т. 1 и 2. М.: Мир, 1982. 790 с.
17. Гонсалес Р., Вудс Р. *Цифровая обработка изображений*. М.: Техносфера, 2012. 1104 с.
18. Милукова О. П. Априорная информация в задачах восстановления // *Компьютерная оптика*, 1995, вып. 14–15, часть 1, стр. 148–155.
19. Milukova O. P., Chochia P. A. Application of Metrical and Topological Image Characteristics for Distortion Diagnostics in the Signal Restoration Problem // *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2018, vol. 63, no. 6, pp. 637–642.
20. Чочиа П. А. *Методы обработки видеoinформации на основе двухмасштабной модели изображения*. Saarbrucken: LAP Lambert Academic Publishing, 2017. 308 с.
21. Noll M. A. Cepstrum Pitch Determination // *Journal of Acoustical Society of America*, 1967, vol. 41, no. 2, pp. 293–309.
22. Гоноровский И. С. *Радиотехнические цепи и сигналы*. М.: Радио и связь. 1986. 512 с.

23. Bogert B. P., Healy M. J. R., Tukey J. W. The Quefrency Alanlysis of Time Series for Echoes: Cepstrum, Pseudo Autocovariance, Cross-Cepstrum and Saphe Cracking // Proc. Symposium on Time Series Analysis (ed. Rosenblatt M.), chapt. 15, pp. 209–243. N.Y.: Wiley, 1963.
24. Norton M. P., Karczub D. *Fundamentals of Noise and Vibration Analysis for Engineers*. Cambridge University Press., 2003.
25. Wu S., Lu Z., Ong E. P., Lin W. Blind Image Blur Identification in Cepstrum Domain // *Computer Communications and Networks*, 2007. Proc. of 16th Int. Conf., pp. 1166–1171.
26. Randall R. B. A history of cepstrum analysis and its application to mechanical problems // *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, vol. 97, no. 12, pp. 3–19.
27. Duda R. O., Hart P. E. Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures // *Comm. ACM*, 1972, vol. 15, pp. 11–15.
28. Ballard D. H. Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes // *Pattern Recognition*, 1981, vol. 13, no. 2, pp. 111–122.
29. Karnaukhov V. N., Kober V. I., Mozerov M. G., Chochia P. A. Design of a Block–Programming System for a Posteriori Analysis and Restoration of Multispectral Images // *Journal of Communications Technology and Electronics*, 2019, vol. 64, no. 8, pp. 827–833.

Estimation of Linear Homogeneous Distorting Operator from Observed Image Spectrum

Chochia P. A.

In the paper, we consider the problem of assessing the type and parameters of distortions from the observed image analysis (the “*blind estimation*” task). We explore the questions of diagnostics of the linear homogeneous distorting operators of three defocus types: circular form with rectangular profile, circular form with Gaussian profile, and motion blur ones. The so-called *average radial profile* and *average directional profile* of spectrum density are used for distortion identification. The diagnostics and parameters estimation algorithms for every considered distortion types are proposed and researched. The influence of noise and data accuracy to the reliability of the results is demonstrated.

KEYWORDS: Distorting operator assessment, blind estimation, average radial profile, average directional profile, circular blur, Gaussian blur, motion blur.