

О каскадной кодовой конструкции для слоттированного канала множественного доступа¹

Ф.И. Иванов^{*,**}, С.А. Круглик^{***,****}

*Национальный исследовательский университет “Высшая школа экономики”, Москва, Россия
Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия
Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия
Научно-технологический университет “Сириус”, Сочи, Россия*

Поступила в редколлегию 03.12.2020

Аннотация—В статье рассмотрен векторно-дизъюнктивный канал множественного доступа, в котором каждый пользователь передает некоторый двоичный вектор длины L . В предыдущих работах были получены оценки на пропускную способность такого канала, а также показано, что в некоторых случаях она достигается на неравномерных входных распределениях. Последний факт мотивировал нас на применение каскадных кодовых конструкций, позволяющих, с одной стороны, достичь целевое входное распределение, а с другой детектировать и исправлять ошибки, возникающие вследствие наличия шума или интерференции при передаче.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: множественный доступ, векторно-дизъюнктивный канал, пропускная способность канала, дискретные случайные величины

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одной из ключевых тенденций развития беспроводных сетей является резкое увеличение числа активных устройств вследствие все большего распространения концепции Интернета вещей. Это, в свою очередь, ведет к росту уровня взаимной интерференции между устройствами при увеличении требований на вероятность успешной передачи и ее скорость.

В рассматриваемых сценариях огромное число устройств работает в некоординированном режиме. При этом существует некоторое подмножество постоянно активных пользователей U , посылающих короткие сообщения на базовую станцию. Базовая станция при этом заинтересована только в корректном получении списка всех сообщений безотносительно идентификаторов конкретных пользователей, осуществивших передачу. Некоординированный режим, а также короткая длина сообщений, отдаляет рассматриваемую постановку от классических постановок задач множественного доступа и делает актуальным решение задач нахождения фундаментальных пределов, а также построения вычислительно эффективных схем кодирования.

Практически все существующие вычислительно-эффективные схемы кодирования для каналов множественного доступа, в частности схемы множественного доступа с кодовым разделением (CDMA), схемы с разделением скоростей [1] и схемы с чередованием [2], неявно предполагают наличие координации между пользователями и зависимость некоторых параметров схем от конкретных пользователей. Такими параметрами могут быть расширяющие

¹ Исследование Иванова Ф.И. выполнено за счет средств совета по грантам Президента РФ (номер проекта МК-1248.2020.9). Исследование Круглика С.А. выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов 19-37-90022 и 19-37-51036.

последовательности, кодовые скорости, временные параметры, а также используемые Таннер-графы.

В данной работе мы рассмотрим особый случай некордированного множественного доступа, называемый векторно-дизъюнктивным каналом, также известным в литературе как канал с логическим ИЛИ или Z-канал. Данный канал был впервые введен в работе [3]. Построение систем множественного доступа на его основе было рассмотрено в работах [4, 5]. В работах [6–9] была рассмотрена задача нахождения пропускной способности данного канала в ряде дополнительных предположений.

Также данный канал был исследован в работах [10, 11], в которых предлагалось использовать чередованные коды БЧХ и коды Рида–Соломона для борьбы с коллизиями, возникающими вследствие одновременной передачи несколькими пользователями на одной частоте. Пропускная способность таких каналов была рассмотрена в работах [12, 13]. Более сложная модель данного канала при наличии шума была рассмотрена в работе [14]. В частности было показано значительное снижение пропускной способности в сравнении с каналами без шума, что, в свою очередь, мотивировало нас рассмотреть задачу одновременного разрешения возникающих коллизий, а также исправления ошибок. В рамках данной работы нами рассмотрен векторный дизъюнктивный канал множественного доступа, представлены схемы кодов, позволяющие, с одной стороны, изменить входное распределение канала с целью достижения пропускной способности в нем, а с другой детектировать или исправлять значительную долю ошибок и коллизий.

2. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Рассмотрим векторный дизъюнктивный канал, состоящий из $Q > 1$ независимых элементарных подканалов и $U > 0$ пользователей, осуществляющих передачу в нем. Предположим, что данный канал разделен на S независимых подканалов (называемых слотами), состоящих из L элементарных. В произвольный момент времени пользователь с номером i случайным образом выбирает слот с номером j ($1 \leq j \leq \frac{Q}{L}$) и передает в нем блок из L бит данных. На приемном конце для каждого слота осуществляется поэлементная дизъюнкция всех передаваемых в нем сообщений. Очевидно, что максимально число пользователей, способных осуществить ортогональную передачу в такой системе, равно S .

Определим коллизию как событие передачи несколькими пользователями в одном слоте, а кратность коллизии κ как число пользователей, передающих в одном слоте минус один. Таким образом отсутствие коллизии соответствует случаю $\kappa = 0$. Вероятность данного события равна $P_s = 1 - (1 - \frac{1}{S})^{U-1}$. Вероятность же коллизии кратности $\kappa = t$ в слоте, в котором передает данный пользователь, равна

$$P(\kappa = t) = \binom{U-1}{t} \left(\frac{1}{S}\right)^t \left(1 - \frac{1}{S}\right)^{U-t-1}.$$

В первой части данной работы мы рассматриваем сценарий некордированной передачи в канале без шума из-за чего для конкретного пользователя мы можем рассматривать передачу остальных пользователей как шум. Т.к. каждый из $U - 1$ пользователей независимо и равновероятно выбирает элементарный подканал для передачи, то вероятность выбора одного подканала t пользователями равна $\left(\frac{1}{S}\right)^t \binom{U-1}{t}$. При этом оставшиеся $U - 1 - t$ пользователей могут выбрать для передачи любые из $S - 1$ оставшихся подканалов. Вероятность данного события вычисляется как $\left(1 - \frac{1}{S}\right)^{U-t-1}$.

Отдельно отметим, что в некоторых случаях передача других пользователей не приводит к неправильной передаче для данного пользователя. В частности это происходит, когда переда-

ваемая им информация представляет из себя вектор из всех единиц. Ввиду экспоненциального уменьшения вероятности данного события с ростом L мы опускаем данный случай из нашего рассмотрения.

3. ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ КАНАЛА

В данном разделе мы используем оценки на пропускную способность канала, полученные в работе [13], которые можно сформулировать в виде следующей теоремы

Теорема 1. *Пропускная способность C векторно-дизъюнктивного канала множественного доступа с U активными пользователями и S ортогональными слотами размера L может быть оценена как:*

$$C \geq \sum_{w=0}^L p_{\text{in}}(w) \sum_{w'=w}^L \binom{L}{w, w'-w} p(w'|w, U) \log_2 \frac{p(w'|w, U)}{p_{\text{out}}(w')},$$

где

$$p_{\text{in}}(w) = p^w (1-p)^{L-w},$$

$$p(w'|w, U) = \begin{cases} \sum_{t=0}^{U-1} \Pr\{\kappa = t\} p^{t(w'-w)} (1-p^t)^{L-w'}, & w' \geq w \\ 0, & w' < w \end{cases}$$

и

$$p_{\text{out}}(w') = \sum_{w=0}^{w'} \binom{w'}{w} p_{\text{in}}(w) p(w'|w, U)$$

На рисунке 1 представлена зависимость пропускной способности C от числа активных пользователей U для фиксированных $Q = 1024$, $L = 8$ и различных значений вероятности p передачи единицы каждым из пользователей.

Легко видеть что значение $p = 0.5$ является неоптимальным т.к. оно максимизирует C только в случае малого числа активных пользователей ($U < S$). В остальных случаях меньшие значения p приводят к лучшим значениям пропускной способности. Из этого факта следует что для больших значений U лучше передавать последовательности с малым числом единиц из-за меньших вероятностей коллизий и, как следствие, большей пропускной способности. В дальнейшем мы рассмотрим различные подходы к построению кодов, преобразующих наиболее естественное равномерное распределение $U \sim \text{ber}(1/2)$ на входе на новое распределение $U_{\text{new}} \sim \text{ber}(p_{\text{opt}})$, где $p_{\text{opt}} = p_{\text{opt}}(U, L, Q)$.

4. РАЗРЕШЕНИЕ КОЛЛИЗИЙ

Пусть $\mathbf{X}_i = (\mathbf{X}_{i1}, \mathbf{X}_{i2}, \dots, \mathbf{X}_{ik})$, где $\mathbf{X}_{ij} = (x_{ij}^{(1)}, x_{ij}^{(2)}, \dots, x_{ij}^{(L)})$, $x_{ij}^{(\tau)} \in \{0, 1\}$ является сообщением пользователя i . Тогда для борьбы с коллизиями пользователь i добавляет вектор проверок $\mathbf{P}_i = (\mathbf{P}_{i1}, \mathbf{P}_{i2}, \dots, \mathbf{P}_{ih})$, где $\mathbf{P}_{ij} = (p_{ij}^{(1)}, p_{ij}^{(2)}, \dots, p_{ij}^{(L)})$, $p_{ij}^{(\tau)} \in \{0, 1\}$ и затем передает $\mathbf{C} = (\mathbf{X}\mathbf{P})$. Если $n = k + h$, то для реализации данной процедуры возможно применение двоичных (nL, kL) кодов или же (n, k) кодов над некоторым конечным полем $GF(2^L)$ или каскадных конструкций.

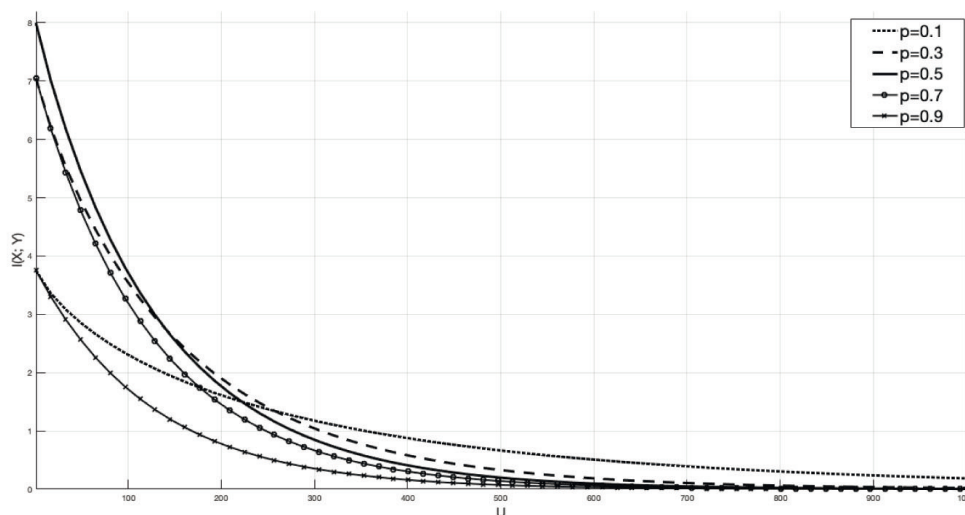


Рис. 1. Взаимная информация как функция от числа пользователей для $Q = 1024$ и $L = 8$

В работах [10, 11] для борьбы с коллизиями в данных постановках применялись чередующиеся коды Рида–Соломона и чередующиеся двоичные БЧХ коды. При этом очевидно, что в случае канала без шума ошибке соответствует случай одновременной передачи несколькими пользователями в одинаковом слоте. Вследствие чего данные коллизии группируются в векторы длины L , в каждом из которых может произойти до L ошибок. Следствием данного факта является то, что систематический двоичный (nL, kL) код способен исправлять независимые негруппированные коллизии. Иными словами он должным образом не учитывает модел канала и, тем самым, является неподходящим для него.

В дальнейшей работа построена следующим образом. В разделе 5 мы рассматриваем канал без шума и задачу увеличения пропускной способности путем выбора соответствующего кодирования источника с возможностью исправления ошибок и без нее. В разделе 6 мы рассматриваем каскадную кодовую конструкцию для канала с шумом. Заключение представлено в разделе 7.

5. КОДИРОВАНИЕ ИСТОЧНИКА

Предположим, что имеется векторно-дизъюнктивный канал множественного доступа с фиксированным числом ортогональных слотов S , относительно большим числом элементарных слотов L и ожидаемым максимальным числом коллизий U . Мы также можем предполагать наличие шума η , описываемого с помощью вектора параметров \mathbf{v} . Также предположим, что каждый пользователь передает двоичный вектор \mathbf{X} длины L . При этом каждый элемент X_i вектора \mathbf{X} является независимой случайной величиной $X_i \sim \text{ber}(0.5)$. В данной постановке мы можем сформулировать следующую задачу: найти преобразование $\phi : \mathbf{X} \rightarrow \hat{\mathbf{X}}$ такое что $\hat{X}_i \sim \text{ber}(p_{opt})$ и выполняются следующие свойства: $p_{opt} = \text{argmax}_p C(L, U, S, \mathbf{v})$ и $\exists \phi^{-1}$. Последнее означает что код является однозначно декодируемым. Мы приводим две соответствующие схемы кодирования источника. Первая предполагает отсутствие шума в канале тогда как вторая является адаптирована для исправления независимых ошибок в нем.

5.1. Вероятностные схемы

Предположим, что имеется двоичный источник без памяти U , равновероятно генерирующий символы 0 и 1. Необходимо представить строку длины $L' \leq L$ на выходе источника в

виде двоичной строки длины L , являющейся типичной последовательностью $X \sim \text{ber}(p_{opt})$. Значение $p_{opt} < 1/2$ при этом предполагается известным. Если мы определим скорость данной схемы как $R = \frac{L'}{L}$, то теорема Шеннона о кодировании источника утверждает, что для однозначно декодируемого кода верно условие $R \geq h(p_{opt})$, где $h(x)$ — функция двоичной энтропии. Из данного факта следует, что для достижения лучшей производительности нежели чем $C(L, U, S, \mathbf{v}, p = 0.5)$ должно быть выполнено условие

$$C(L, U, S, \mathbf{v}, p = p_{opt})h(p_{opt}) > C(L, U, S, \mathbf{v}, p = 0.5).$$

Проиллюстрируем данное утверждение с помощью простого примера. Пусть существует двоичный источник без памяти с $L' = 2$, к которому применяется следующее кодирование: $00 \rightarrow 00$; $01 \rightarrow 01$; $10 \rightarrow 10$; $11 \rightarrow 110$. При этом скорость равна

$$R = \frac{2}{\mathbb{E}L'} = \frac{2}{2 \cdot \frac{3}{4} + 3 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{8}{9},$$

вероятность p' нуля в выходной последовательности равна $p' = \frac{7}{12} > \frac{1}{2} = p$. В то же время $h(7/12) = 0.9799 > R$, что означает недостижения данной кодовой схемой пропускной способности $h(p_{opt})$. Кроме того кодовые слова данного кода имеют разные длины, что приводит к различным длинам слота и, как следствие, дополнительным трудностям с точки зрения передачи по каналу. Отметим, что данный код является префиксным и, как следствие, уникально декодируемым.

Рассмотрим общий алгоритм, позволяющий достичь любое фиксированное значение $p_{opt} < 1/2$. Предположим, что символы источника комбинируются в двоичные векторы длины L , где L достаточно велико. Применим к набору \mathcal{X}_L из 2^L данных векторов следующий алгоритм для получения набора $\mathcal{X}_{L'}$ из $2^{L'}$ двоичных векторов длины L' таких что $\forall \mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_{L'}) \in \mathcal{X}_{L'}$, $X_i \sim \text{ber}(p'_{opt})$, где $p'_{opt} \rightarrow p_{opt}$ при $L' \rightarrow \infty$.

1. Вычислим p_{init} — среднюю вероятность нуля в \mathcal{X}_L . Если $p_{init} \leq p_{opt}$, то завершаем.
2. Если $p_{init} > p_{opt}$, то преобразуем каждый элемент $\mathbf{x} \in \mathcal{X}_L$ в $\mathbf{x} \rightarrow (0 \mathbf{x})$, обновим \mathcal{X}_L и пересчитаем p_{init} для обновленного набора.
3. Если $p_{init} > p_{opt}$, то найдем элемент $\mathbf{x}' \in \mathcal{X}_L$ с максимальным весом и заменим его $\mathbf{x}' = \mathbf{1} - \mathbf{x}'$, обновим \mathcal{X}_L and p_{init}
4. Повторим предыдущий шаг до того как $p_{init} \leq p_{opt}$ или если изменение элементов приводит к росту p_{init} .
5. Если $p_{init} \leq p_{opt}$, то завершаем. Иначе переходим к шагу 2.

Для иллюстрации данного алгоритма рассмотрим следующий пример. Пусть \mathcal{X}_L — набор всевозможных $2^L = 2^{10}$ двоичных векторов длины $L = 10$. Предположим что $p_{targ} = \frac{1}{6}$ и $p_{targ} = \frac{1}{3}$. На рисунке 2 представлена зависимость между p_{init} и числом произведенных итераций.

Легко видеть что для получения $p_{targ} = 1/6$ из $p_{init} = 1/2$ необходимо осуществить 12 итераций алгоритма. При этом чем меньше отличие между p_{init} и p_{targ} , тем меньше итераций необходимо осуществить для получения заданного p_{targ} . В частности, для получения $p_{targ} = 1/3$ необходимо 5 итераций, что приводит к кодовому слову длины 15, тогда как для получения $p_{targ} = 1/6$ необходимо 12 итераций, что, в свою очередь, приводит к кодовому слову длины 22.

Отметим, что представленный вероятностный метод приводит к требуемым значениям вероятности, но при этом он не учитывает расстояние между словами при построение обновленного набора кодовых слов \mathcal{X}_L . Это означает, что данный код не способен исправлять и даже детектировать ошибки с ограниченным весом. В следующем подразделе мы рассмотрим конструкции кодов постоянного веса, решающих данную проблему.

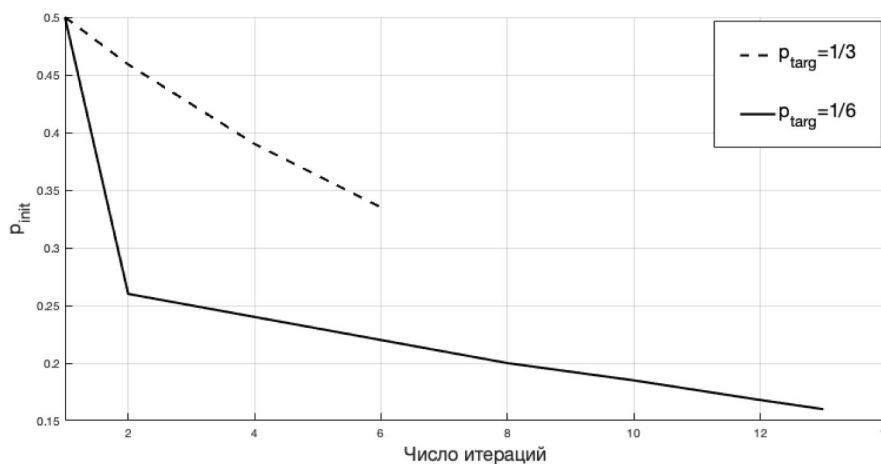


Рис. 2. Зависимость между выходной вероятностью и числом итераций

5.2. Коды постоянного веса

Одним из возможных способов удовлетворения требований по достижению оптимального p_{targ} , а также способности детектировать или исправлять некоторые конфигурации ошибок, является передача кодового слова кода C постоянного веса в слоте. Дадим формальное описание данных кодов.

Рассмотрим некоторый код, в котором все слова имеют постоянный вес w . Данный код C называется кодом постоянного веса. Будем обозначать его как (n, d, w) код. Число кодовых слов данного кода называется размером кода. Определим через $A(n, d, w)$ максимальный размер (n, d, w) кода, имеющего длину n , минимальное расстояние в метрике Хэмминга d и постоянный вес кодового слова w . В нашем случае примем $n = L$. При этом постоянный вес w должен быть выбран таким образом чтобы $\frac{w}{L} \rightarrow p_{targ}$. Из-за чего будем рассматривать (L, d, Lp_{targ}) коды.

Корректирующая способность данного кода определяется значением параметра d , который должен быть выбран исходя из уровня шума в канале. Для каналов без шума, а также в случае, когда мы требуем только обнаружения ошибок, мы должны выбирать d , максимизирующее $A(n, d, w)$. Это объясняется тем фактом, что векторно-дизъюнктивный канал может только увеличивать вес передаваемых кодовых векторов. Т.к. все слова кода постоянного веса имеют вес равный w то из того факта что $\forall \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2 \in C : wt(\mathbf{c}_1 \vee \mathbf{c}_2) \geq w + d$, следует обнаружением им любой конфигурации коллизий.

В случае канала с шумом кодовое расстояние d рассматриваемого кода постоянного веса должно быть выбрано таким образом, чтобы $P_e(d) < FER_t$, где FER_t обозначает целевую ошибку на пакет, а $P_e(d)$ вероятность ошибки/отказа от декодирования. В частности, когда канал является асимметричным, оптимальный код для вышеописанного сценария передачи может быть получен путем применения границ из работы [15].

6. КАСКАДНАЯ КОНСТРУКЦИЯ

В случае рассмотрения передачи при наличии как коллизий, так и ошибок, применение только кодирования источника/слота является недостаточным. В частности когда мы рассматриваем коллизию кратности один в слоте длины L с $p(0) = p_{targ}$ при достаточно большом L в слоте в среднем происходит $Lp_{targ}(1 - p_{targ})$ ошибок. Для разрешения данных коллизий необходимо применять $(L, Lp_{targ}(1 - p_{targ}) - 1, Lp_{targ})$ код постоянного веса, который имеет достаточно малое значение $A(n, d, w)$, а значит и низкую кодовую скорость.

При этом для данного случая возможна более оптимальная схема кодирования, описываемая следующим образом:

1. Кодлируем входную информационную последовательность

$$\mathbf{u} = (\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_K), \quad \mathbf{u}_i = (u_1^i, u_2^i, \dots, u_{L'}^i)$$

в $\hat{\mathbf{u}} = (\hat{\mathbf{u}}_1, \hat{\mathbf{u}}_2, \dots, \hat{\mathbf{u}}_K)$, где $\hat{\mathbf{u}}_i = (\hat{u}_1^i, \hat{u}_2^i, \dots, \hat{u}_{L'}^i)$ является кодовым словом слова постоянного веса или же построено с помощью вероятностного схемы, описанной в разделе 5.1

2. Кодлируем $\hat{\mathbf{u}}$ некоторым (N, K, D) кодом над $GF(2^L)$.

Представленная схема представляет собой классическую каскадную кодовую конструкцию, составленную из двух кодов: внутреннего кода постоянного веса или вероятностного кода и внешнего (N, K, D) кода над $GF(2^L)$. В предыдущих работах [10] и [11] было рассмотрено только одношаговое кодирование на основе чередующихся кодов Рида–Соломона или чередующихся двоичных кодов, в частности БЧХ. Отметим, что в случае высоких порядков чередования L данные коды могут исправлять до $\frac{L}{L+1}(D-1)$ ошибок/коллизий любого порядка. Однако при наличии шума в канале данные схемы становятся практически нереализуемыми из-за наличия шума в большинстве слотов. В частности при рассмотрении в качестве модели канала двоично-симметричного канала с вероятностью ошибки p вероятность того, что L бит приняты верно равна $(1-p)^L$, что, в свою очередь, стремится к нулю при стремлении L к бесконечности.

В случае же применения кодов постоянного веса в качестве внутренних кодов вероятность получения после декодирования некоторого кодового слова $\hat{\mathbf{c}} \neq \mathbf{c}$ при получении из канала кодового слова \mathbf{c} при заданной кратности коллизии $t \geq 0$ равна нулю. Это объясняется тем, что $wt(\bigvee_{i=1}^t \mathbf{c}_i) > w$ если существует $i \neq j$ такое что $\mathbf{c}_i \neq \mathbf{c}_j$. Поэтому в случае канала без шума внешний код способен исправлять только стирания. В данном случае мы можем, в частности, применить код Рида–Соломона с кодовым расстоянием D и исправить до $D-1$ стирания. При этом вероятность ошибочного декодирования может быть оценена сверху как

$$P_e \leq \sum_{i=D}^N \binom{N}{i} (1-P_s)^i P_s^{N-i},$$

что, в свою очередь, является минимальным значением для МДР кодов. Однако данная вероятность зависит от модели канала т.к. $P_s = P_s(U, S)$. Поэтому задача построения каскадных кодов сводится к выбору минимального значения D при котором для данных U, S, P_e выполнено последнее условие.

Для каналов с шумом, в соответствии с работой [14], вероятность $P(\hat{\mathbf{c}}|\mathbf{c}, t)$ декодирования некоторого кодового слова $\hat{\mathbf{c}} \neq \mathbf{c}$ при получении из канала кодового слова \mathbf{c} для заданной кратности коллизии $t \geq 0$ становится ненулевой и необходимо применять коды, позволяющие исправлять и стирания и ошибки. В частности могут быть применены коды Рида–Соломона над $GF(2^L)$ или же чередующиеся коды Рида–Соломона над $GF(2^l)$ с порядком чередования L/l .

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы рассмотрели задачу построения каскадных кодовых конструкций для векторно-дизъюнктивных каналов множественного доступа. Мы представили вероятностную конструкцию позволяющую преобразовать данные пользователя с равномерным распределением в новые данные со специально подобранным биномиальным распределением, что, в свою

очередь, позволяет достичь нижней границы на пропускную способность данного канала. Кроме того мы рассмотрели некоторые вопросы построения каскадных кодовых конструкций, позволяющих не только обнаруживать ошибки и исправлять коллизии, но и исправлять некоторую долю независимых ошибок, возникающих вследствие передачи по каналу с шумом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. B. Rimoldi and R. Urbanke, A rate-splitting approach to the Gaussian multiple-access channel, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 2, pp. 364-375, 1996.
2. L. Ping, L. Liu, K. Wu, and W. K. Leung, Interleave division multiple-access, *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 5, no. 4, pp. 938-947, 2006.
3. A. R. Cohen, J. A. Heller and A. J. Viterbi, A new coding technique for asynchronous multiple access communication, *IEEE Transactions on Communication Technology*, vol. 19, pp. 849-855, October 1971.
4. D. S. Osipov, A. A. Frolov and V. V. Zyablov, Multiple access system for a vector disjunctive channel, *Problems of information Transmission*, vol. 48, no. 3, pp. 243-249, 2012.
5. A. A. Frolov, V. V. Zyablov, V. R. Sidorenko and R. Fischer, On a multiple-access in a vector disjunctive channel, *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, pp. 211-215, 2013.
6. L. Wilhelmsson and K. S. Zigangirov, On the Asymptotic Capacity of a Multiple-Access Channel, *Problems of Information Transmission*, vol. 33, no. 1, pp. 9-16, 1997.
7. S. C. Chang and J. Wolf, On the t-User m-Frequency Noiseless Multiple-Access Channel with and without Intensity Information, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 27, no. 1, pp. 41-48, Jan. 1981.
8. L. A. Bassalygo and M. S. Pinsker, Evaluation of the Asymptotics of the Summarized Capacity of an m-Frequency t-User Noiseless Multiple-Access Channel, *Problems of Information Transmission*, vol. 36, no. 2, pp. 91-97, 2000.
9. A. Han Vinck and K. Keuning, On the Capacity of the Asynchronous t-User m-Frequency Noiseless Multiple-Access Channel without Intensity Information, *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 42, no. 6, pp. 2235-2238, Nov. 1996.
10. F. Ivanov and P. Rybin, Signal-Code Construction Based on Interleaved Reed-Solomon Codes for Multiple Access System over Vector-Disjunctive Channel, *2018 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops)*, pp. 1-5, 2018.
11. F. Ivanov and P. Rybin, Novel Signal-Code Construction for Multiple Access System over Vector-Disjunctive Channel, *2018 International Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA)*, pp. 560-564, 2018.
12. F. Ivanov, P. Rybin, V. Afanassiev, On the Performance of Slotted Vector-Disjunctive Channel, *2019 16th Canadian Workshop on Information Theory (CWIT)*, pp. 1-5, 2019.
13. F. Ivanov, A. Kreshchuk, P. Rybin and V. Afanassiev, On the Capacity Estimation of a Slotted Multiuser Communication Channel, *2019 11th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT)*, pp. 1-5, 2019.
14. F. Ivanov, A. Kreshchuk, P. Rybin and V. Afanassiev, On the Capacity Estimation of a Slotted Multiuser Communication Channel with Noise, *2019 XVI International Symposium Problems of Redundancy in Information and Control Systems (REDUNDANCY)*, pp. 27-31, 2019.
15. H. Zhou, A. Jiang and J. Bruck, Nonuniform codes for correcting asymmetric errors, *2011 IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings*, pp. 1046-1050, 2011.

On the Concatenated Code Constructions for Slotted Multiuser Communication Channel

F.I. Ivanov, S.A. Kruglik

We consider multiuser vector-disjunctive channel where users transmit some vector of bits of length L . Previously the capacity of this channel was estimated and it was shown that there are some cases when it achieves on non-uniform input distribution. It motivates us to study a question of applying some classes of codes that allows in one hand to reach target input distribution and in another one to add some redundancy to transmitted messages to detect or correct some error patterns that appears during transmission either in the case of user interference or due to channel noise.

KEYWORDS: multiple access, vector disjunctive channel, channel capacity, discrete random variable

ACKNOWLEDGMENTS: The research of Ivanov F.I. was funded by Grants Council of the President of the Russian Federation, project No. MK-1248.2020.9. The research of Kruglik S.A. was funded by RFBR, projects number 19-37-90022, 19-37-51036.