Информационные процессы, Том 21, № 2, 2021, стр. 93–107
© 2021 Бакулин, Крейнделин, Панкратов, Степанова.

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Новый подход к задачам MIMO-детектирования и многопользовательской демодуляции

М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, Д.Ю. Панкратов, А.Г. Степанова

Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия
e-mail: m.g.bakulin@gmail.com, vitkrend@gmail.com, dpankr@mail.ru, a210104@mail.ru
Поступила в редколлегию 02.04.2021

Аннотация—Представлены результаты теоретического анализа и компьютерного моделирования применения негауссовской аппроксимации в задачах демодуляции в системах MIMO. Результаты этой работы также могут применяться в задачах многопользовательской демодуляции в системах с неортогональными сигналами. В результате теоретического анализа была предложена аппроксимация априорного распределения оцениваемых параметров, а также приведено теоретическое обоснование применения методов решения систем линейных и нелинейных уравнений для решения задачи демодуляции в многопользовательских системах. Приведены результаты моделирования методом Монте-Карло, а также сравнение с известными алгоритмами демодуляции для систем MIMO, которые подтверждают эффективность предлагаемого теоретического подхода негауссовской аппроксимации для дополнительного учета априорной информации при демодуляции.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: негауссовская аппроксимация, система нелинейных уравнений, MIMO, алгоритмы демодуляции, метод Монте-Карло, NOMA, MMSE.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время наблюдается быстрое развитие информационных систем, особенно систем радиосвязи, в том числе, так называемых систем со многими передающими антеннами и многими приемными антеннами (MIMO), которые работают в многопользовательском режиме. В системах MIMO одновременно передаются и принимаются большое количество сигналов для разных абонентов с помощью большого числа антенн, что требует применения высокоэффективных алгоритмов обработки сигналов (алгоритмов демодуляции), имеющих приемлемую вычислительную сложность [1], [2], [3]. Задача демодуляции состоит в том, чтобы по полученным наблюдениям оценить информационные параметры с учетом доступных апостериорных и априорных сведений о принимаемых сигналах. Эффективность алгоритмов демодуляции зависит от критериев качества их работы и объема учитываемой априорной информации о принимаемых сигналах. В такой формулировке задача широко известна и имеет целый ряд приложений: оценивание случайных процессов [4], [5], многопользовательское детектирование [6], [7], демодуляция сигналов в системах MIMO [3], [8] и др. Под качеством демодуляции понимается мера различия между истинным значением оцениваемого параметра и его оценкой, оптимальной по некоторому критерию, причем критерий качества выбирается эмпирически в зависимости от характера решаемой задачи. На практике часто используют критерий минимума среднеквадратической ошибки [9], [10]. После выбора критерия качества необходимо разработать реализующий его алгоритм демодуляции $\mathfrak{A}(\cdot)$, оптимальный по данному критерию. Следует отметить, что разный учет априорных сведений при разработке алгоритмов демодуляции влияет как на сложность, так и на эффективность обработки сигналов [11], [12]. В данной работе приводится статистическое обоснование использования методов решения систем

уравнений и разработка оптимальных алгоритмов демодуляции с разным учетом априорных сведений о принимаемых сигналах. Оптимальность предполагается по критериям минимума среднеквадратической ошибки и максимума апостериорной плотности вероятности оцениваемых параметров принимаемых сигналов. Для анализа характеристик и качества работы алгоритмов демодуляции проводится их анализ с помощью компьютерного моделирования методом Монте-Карло.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

Пусть на вход демодулятора поступает вектор сигналов $\mathbf{y}$. Целью демодуляции в цифровой системе связи является получение оценки $\hat{\mathbf{x}}$ вектора информационных символов $\mathbf{x}$ из множества $\Omega_{\mathbf{x}}$ по наблюдаемому векторному сигналу $\mathbf{y}$ из множества $\Omega_{\mathbf{y}}$ [13]. Под качеством демодуляции понимается мера различия между истинным значением параметра $\mathbf{x}$ и его оценкой $\hat{\mathbf{x}}$, причем в рассматриваемом случае эта мера определяется минимумом среднеквадратического отклонения. Таким образом, с помощью алгоритма демодуляции $\mathfrak{A}(\cdot)$ принимаемого сигнала $\mathbf{y}$ необходимо получить такую оценку $\hat{\mathbf{x}}$, которая наиболее точно соответствует истинному значению параметра $\mathbf{x}$ по выбранному критерию качества [4], [9]. Будем рассматривать систему MIMO, в которой имеется M передающих антенн и N приемных антенн. Модель сигнала, который поступает на вход демодулятора в такой системе, имеет следующий вид [3]:

$$\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{x}} + \dot{\eta}, \tag{1}$$

где $\dot{\mathbf{y}}$ – комплексный вектор принимаемых сигналов размерности $N \times 1$ с элементами $\dot{y}_n = y_{n,r} + jy_{n,i}$, $n = 1, \ldots, N$; $\dot{\mathbf{H}}$ – комплексная матрица радиоканала MIMO размерности $N \times M$; $\dot{\mathbf{x}} \triangleq [\dot{x}_1 \dot{x}_2 \ldots \dot{x}_M]^T$ – вектор переданных комплексных информационных символов размерности $M \times 1$, причем каждый символ $\dot{x}_m = x_{m,r} + jx_{m,i}$, $m = 1, \ldots, M$; $\dot{\eta}$ – комплексный гауссовский случайный вектор шума размерности $N \times 1$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $\mathbf{R}_\eta = D_\eta \mathbf{I}_N, D_\eta = 2\sigma_\eta^2 = E\{\eta_n \eta_n^*\}$ – дисперсия комплексного отсчёта шума наблюдения, $n = 1, \ldots, N$, $\mathbf{I}_N$ – единичная матрица размера $N \times N$. При этом элементы $\dot{h}_{ij}$ матрицы $\dot{\mathbf{H}}$ радиоканала MIMO являются комплексными гауссовскими случайными величинами и представляют собой комплексные коэффициенты передачи от j-й передающей антенны к i-й приемной антенне. Выражение (1) также может описывать модель наблюдения в многопользовательской системе с неортогональными сигналами. В этом случае коэффициенты $\dot{h}_{ij}$ являются отсчётами кодовых последовательностей. Комплексное выражение (1) можно записать в действительном виде, используя преобразования, аналогичные описанным в [14]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \eta, \tag{2}$$

где $\mathbf{H}$ – матрица радиоканала MIMO размерности $2N \times 2M$ с действительными коэффициентами, η – вектор действительных гауссовских случайных величин размерности $2N \times 1$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей $\mathbf{R}_\eta = \sigma_\eta^2 \mathbf{I}_{2N}$, $\mathbf{x} \triangleq [x_1 x_2 \ldots x_{2M}]^T$ – вектор размерности $2M \times 1$ оцениваемых действительных квадратурных составляющих вектора $\dot{\mathbf{x}}$ модели (1), модулированных с помощью символов квадратурной амплитудной модуляции (QAM) [13]. Пример перехода от комплексных векторов и матриц для случая $N = M = 2$ приведен ниже:

$$\begin{bmatrix} y_{1,r} \\ y_{1,i} \\ y_{2,r} \\ y_{2,i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11,r} & -h_{11,i} & h_{12,r} & -h_{12,i} \\ h_{11,i} & h_{11,r} & h_{12,i} & h_{12,r} \\ h_{21,r} & -h_{21,i} & h_{22,r} & -h_{22,i} \\ h_{21,i} & h_{21,r} & h_{22,i} & h_{22,r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{1,r} \\ x_{1,i} \\ x_{2,r} \\ x_{2,i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{1,r} \\ \eta_{1,i} \\ \eta_{2,r} \\ \eta_{2,i} \end{bmatrix},$$

где индекс r означает действительную часть, а индекс i означает мнимую часть соответствующего комплексного элемента, например, $y_{1,r}$ – действительная часть, $y_{1,i}$ – мнимая часть элемента $\dot{y}_1$ вектора $\dot{\mathbf{y}}$ модели (1). Таким образом, для решения задачи демодуляции сигнала $\mathbf{y}$ необходимо найти оценку вектора параметров $\mathbf{x}$, решив систему линейных уравнений с учетом наличия шума в канале связи. Байесовский подход к оцениванию вектора параметров $\mathbf{x}$ предполагает известным априорную плотность $p_{pr}(\mathbf{x})$ оцениваемых параметров, что позволяет определить апостериорную плотность $p_{ps}(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ по формуле Байеса [9], [11], [15], [16], [20]:

$$p_{ps}(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{x})\, p_{pr}(\mathbf{x})}{p(\mathbf{y})}, \tag{3}$$

где плотность $p(\mathbf{y})$ определяется из условия нормировки:

$$p(\mathbf{y}) = \int_{\Omega_{\mathbf{x}}} p(\mathbf{y}|\mathbf{x})\, p_{pr}(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}.$$

Условная плотность $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ представляет собой функцию правдоподобия и является известной, будем обозначать ее как $L(\mathbf{y}|\mathbf{x})$. Она определяется уравнением наблюдения и не зависит от априорной информации об оцениваемом векторе. Апостериорная плотность $p_{ps}(\mathbf{x}|\mathbf{y})$ содержит полную информацию об оцениваемом векторе $\mathbf{x}$ и может использоваться для вычисления оценок, оптимальных по разным критериям. Например, байесовская оценка, оптимальная по критерию минимума среднеквадратической ошибки, является апостериорным средним значением (условным математическим ожиданием) вектора $\mathbf{x}$ и находится по формуле [4], [9]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \int_{\Omega_{\mathbf{x}}} \mathbf{x} p_{ps}(\mathbf{x}|\mathbf{y})\, d\mathbf{x}. \tag{4}$$

Оценка по максимуму апостериорной плотности (MAP) находится в соответствии со следующим выражением [11], [16]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg\max_{\mathbf{x}\in\Omega_{\mathbf{x}}} \left(p_{ps}(\mathbf{x}|\mathbf{y})\right). \tag{5}$$

Таким образом, для оценивания вектора $\mathbf{x}$ необходимо знать апостериорное распределение $p_{ps}(\mathbf{x}|\mathbf{y})$, которое находится по формуле Байеса с использованием априорного распределения $p_{pr}(\mathbf{x})$ и функции правдоподобия $L(\mathbf{y}|\mathbf{x})$. От вида этих функций и выбранного критерия зависит как качество оценок, так и сложность алгоритма их вычисления. В большинстве практических случаев найти точное решения для апостериорной плотности является довольно сложной задачей, поэтому используются некоторые аппроксимации [4], [9], [12]. Далее будет показано, как, оставаясь в рамках байесовского подхода и используя различные аппроксимации априорного распределения, можно получить различные алгоритмы оценивания с разной сложностью и качеством оценивания.

2. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГАУССОВСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНОК MMSE ИЛИ MAP

Рассмотрим статистическое обоснование использования методов решения системы линейных уравнений для вычисления оценок вектора $\mathbf{x}$. На практике для количественной оценки меры различия между истинным значением вектора $\mathbf{x}$ и его оценкой $\hat{\mathbf{x}}$ используют квадратичную функцию потерь [5], [9], которая определяется выражением:

$$\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|^2_{\mathbf{V}} = (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})' \mathbf{V} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}), \tag{6}$$

где $\mathbf{V}$ – матрица весовых коэффициентов. Для получения усредненной функции потерь усреднним это выражение по распределению $p_{ps}(\mathbf{x}\,|\mathbf{y})$:

$$R(\hat{\mathbf{x}}\,|\mathbf{y}) = \int_{\Omega_{\mathbf{x}}} \|\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}\|^2_{\mathbf{V}}\, p(\mathbf{x}|y)d\mathbf{x}.$$

Функция $R(\hat{\mathbf{x}}\,|\mathbf{y})$ позволяет найти оценку, оптимальную по критерию минимума среднего риска. Таким образом, для решения задачи демодуляции необходимо найти решающее правило $\mathfrak{A}(\cdot)$ (алгоритм демодуляции), которое минимизирует функцию $R(\hat{\mathbf{x}}\,|\mathbf{y}) \to min$. Правило $\mathfrak{A}(\cdot)$ называется байесовским и позволяет найти оценку $\hat{\mathbf{x}}$, используя всю доступную (априорную) информацию о принимаемом сигнале [9]. Следует отметить, что при функции потерь (6), оценка, минимизирующая средний риск, является оценкой, оптимальной по критерию минимума среднеквадратической ошибки, и совпадает с апостериорным средним, которое представляет собой центр тяжести апостериорной плотности $p_{ps}(\mathbf{x}\,|\mathbf{y})$ [5], [9]. С учетом введенных выше обозначений запишем:

$$p_{ps}(\mathbf{x}\,|\mathbf{y}) = \frac{L(\mathbf{y}\,|\mathbf{x})\, p_{pr}(\mathbf{x})}{\int_{\Omega_{\mathbf{x}}} p(\mathbf{y}\,|\mathbf{x})\, p_{pr}(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}}, \tag{7}$$

где $L(\mathbf{y}\,|\mathbf{x})$ – функция правдоподобия, которая для рассматриваемой модели (2) описывается гауссовской плотностью:

$$L(\mathbf{y}\,|\mathbf{x}) = \frac{1}{\left(2\pi\sigma_\eta^2\right)^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})\right). \tag{8}$$

Алгоритм демодуляции, оптимальный по критерию минимума среднеквадратической ошибки (MMSE), вытекает из условия гауссовского априорного распределения вектора $\mathbf{x}$ [12], т.е. предполагается, что

$$p_{pr}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_x^2)^M} e^{-\frac{\mathbf{x}^T\mathbf{x}}{2\sigma_x^2}}, \tag{9}$$

где σ_x^2 – дисперсия (мощность) одной квадратурной составляющей информационного символа $\dot{x}_m, m = 1,\ldots,M$. Для нормированного символа с квадратурной амплитудной модуляцией (QAM) дисперсия $\sigma_x^2 = \frac{1}{2}$ [13]. Поскольку апостериорное распределение в рассматриваемом случае также будет гауссовским, то оценка MMSE будет совпадать с оценкой максимума апостериорной плотности вероятности (MAP), которая может быть найдена из следующего условия:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} = \hat{\mathbf{x}}_{MAP} &= \arg\max\left(L(\mathbf{y}\,|\mathbf{x})\, p_{pr}(\mathbf{x})\right) = \\ &= \arg\max\left(\log\left(L(\mathbf{y}\,|\mathbf{x})\right) + \log\left(p_{pr}(\mathbf{x})\right)\right).\end{aligned} \tag{10}$$

В формуле (10) учитывается, что аргумент максимума функции и аргумент максимума ее логарифма совпадают. С учетом свойств логарифма, подставляя выражения (8) и (9) в формулу (10), после некоторых преобразований получим:

$$\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} = \hat{\mathbf{x}}_{MAP} = \arg\max\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \frac{\mathbf{x}^\mathbf{T}\mathbf{x}}{2\sigma_X^2}\right). \tag{11}$$

Для поиска максимума продифференцируем в (11) по $\mathbf{x}$ выражение, максимум которого нужно найти, и приравняв результат к нулю, получим:

$$\frac{d}{d\mathbf{x}}\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}\mathbf{y}^\mathbf{T}\mathbf{y} - \mathbf{x}^\mathbf{T}\mathbf{H}^\mathbf{T}\mathbf{y} - (\mathbf{y}\mathbf{H}^\mathbf{T})^\mathbf{T}\mathbf{x} + \mathbf{x}^\mathbf{T}\mathbf{H}^\mathbf{T}\mathbf{H}\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}^\mathbf{T}\mathbf{x}}{2\sigma_X^2}\right) = 0.$$

Используя правила дифференцирования по векторному аргументу, с помощью некоторых преобразований получим следующее уравнение [17], [18]:

$$\frac{1}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H^T y} - \frac{1}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H^T H}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} - \frac{1}{\sigma_X^2}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} = 0.$$

Отсюда получим линейное уравнение:

$$\left(\mathbf{H^T H} + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_X^2}\mathbf{I}_{2M}\right)\hat{\mathbf{x}}_{MAP} = \mathbf{H^T y}. \tag{12}$$

Из (12) следует выражение для вычисления линейной оценки MMSE:

$$\hat{\mathbf{x}}_{MMSE} = \hat{\mathbf{x}}_{MAP} = \left(\mathbf{H^T H} + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_x^2}\mathbf{I}_{2M}\right)^{-1}\mathbf{H^T y}. \tag{13}$$

Выражение (13) полностью совпадает с известной формулой вычисления оценки MMSE [19]. Таким образом, показано, что линейная оценка MMSE является оптимальной байесовской оценкой по критерию минимума среднеквадратической ошибки при использовании гауссовской аппроксимации априорного распределения. Уравнение (12) является линейным относительно вектора $\hat{\mathbf{x}}$ и для его решения можно использовать любые итерационные методы решения системы линейных уравнений. Таким образом, использование линейных итерационных методов для вычисления оценок MMSE и MAP имеет теоретическое обоснование, основанное на статистическом байесовском подходе при гауссовской аппроксимации априорного распределения. Следует отметить, что при синтезе рассмотренного линейного алгоритма из априорной информации учитывались только априорное среднее и дисперсия каждого оцениваемого символа. Можно показать, что отказ от этой информации может быть имитирован использованием априорного гауссовского распределения с бесконечной априорной дисперсией $\sigma_x^2 \to \infty$. В этом случае в соответствии с выражением (13) получим:

$$\hat{\mathbf{x}}_{MMSE,\infty} = \left(\mathbf{H^T H}\right)^{-1}\mathbf{H^T y}.$$

Нетрудно заметить, что данное выражение совпадает с выражением для линейной оценки Zero Forcing [19]. Таким образом, использование гауссовской аппроксимации для априорного распределения позволяет получить линейные алгоритмы вычисления оценок. Однако при гауссовской аппроксимации не полностью учитывается истинный характер априорного распределения, что приводит к потерям и ухудшению характеристик алгоритма демодуляции.

3. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ НЕГАУССОВСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОЦЕНОК MMSE ИЛИ MAP

Рассмотренный в предыдущем разделе подход, использующий гауссовскую аппроксимацию априорного распределения, показал статистическую обоснованность использования линейных методов решения системы линейных уравнений для вычисления оценок MMSE или MAP. Если использовать негауссовское распределение, то можно получить аналогичную постановку задачи, в которой появляется нелинейность системы, и, как следствие, обосновывается нелинейный подход. Пусть вектор $\mathbf{x}$ имеет негауссовское априорное распределение с независимыми компонентами:

$$p_{pr}(\mathbf{x}) = \prod_{m=1}^{2M} p_{pr}(x_m). \tag{14}$$

Требуется найти оценку MAP, удовлетворяющую следующему условию:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} &= \arg\max\left(L\left(\mathbf{y}\,|\mathbf{x}\right)p_{pr}\left(\mathbf{x}\right)\right) = \\ &= \arg\max\left(\log\left(L\left(\mathbf{y}\,|\mathbf{x}\right)\right) + \log\left(p_{pr}\left(\mathbf{x}\right)\right)\right).\end{aligned} \tag{15}$$

С учетом (8) и (14) это условие преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} &= \arg\max\left(L\left(\mathbf{y}\,|\mathbf{x}\right)p_{pr}\left(\mathbf{x}\right)\right) = \\ &= \arg\max\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}\left(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}\right)^T\left(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}\right) + \sum_{m=1}^{2M}\log\left(p_{pr}\left(x_m\right)\right)\right).\end{aligned} \tag{16}$$

Дифференцируя выражение в скобках, получим условие для оценок MAP при негауссовском априорном распределении (14):

$$-\frac{1}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H^T}\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} + \frac{1}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H^T}\mathbf{y} + \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}\hat{\mathbf{x}}_{\mathbf{MAP}}}\left(\sum_{m=1}^{2M}\log\left(p_{pr}\left(\hat{x}_{MAP,m}\right)\right)\right) = 0, \tag{17}$$

где $\frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dx}}f\left(\mathbf{x}\right)$ – производная от скалярной функции $f\left(\mathbf{x}\right)$ векторного аргумента $\mathbf{x}$ по векторному аргументу $\mathbf{x}$, причем эта производная является векторной функцией. Выражение (17) в общем случае является нелинейным относительно переменных $\hat{x}_{MAP,m}$ и зависит от вида априорного распределения. Для приближенного описания априорного распределения квадратурных составляющих символа QAM можно использовать равномерное распределение. Причем, согласно критерию Кульбака [20] для аппроксимации распределений необходимо, чтобы математическое ожидание и дисперсия аппроксимирующего распределения были равны математическому ожиданию и дисперсии аппроксимируемого распределения. В этом случае для символа QAM с дисперсией квадратурных составляющих, равной 0.5, и нулевым средним значением можно использовать равномерное априорное распределение $p_{pr}\left(x\right) = \frac{1}{2a}$, на интервале $x \in [-a; a]$, где параметр a из формулы для вычисления дисперсии равномерного распределения $\sigma^2 = \left(2a\right)^2/12 = 0.5$ принимает значение $a = \sqrt{3}\sigma = \sqrt{\frac{3}{2}}$. Равномерное распределение достаточно хорошо может аппроксимировать распределение дискретной случайной величиной, особенно при высоком порядке квадратурной амплитудной модуляции. Однако, использовать его для оптимизации и решения уравнения (17) затруднительно из-за его не дифференцируемости. Поэтому лучше использовать другие аппроксимации. Например, для выполнения условия дифференцируемости в качестве аппроксимации равномерного распределения с любой точностью приближения, предлагается использовать следующую функцию:

$$p_{pr}\left(x\right) = const \cdot e^{-\left(\frac{x}{\sqrt{2}d}\right)^{2i}}, \tag{18}$$

где i и d – параметры распределения. Постоянная в данном выражении определяется, исходя из условия нормировки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{pr}\left(x\right)dx = 1. \tag{19}$$

Согласно [21], имеем:

$$\int_0^\infty x^k e^{-\frac{x^{2i}}{\left(2d^2\right)^i}}dx = \frac{\left(\sqrt{2}d\right)^{k+1}}{2i}\Gamma\left(\frac{k+1}{2i}\right). \tag{20}$$

Согласно (19), с учетом (18) должно выполняться следующее условие:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{pr}(x)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} const \cdot e^{-\left(\frac{x}{2d}\right)^{2i}} dx = 1.$$

Отсюда с учетом (20) при k=0 имеем:

$$const = \left(\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{x}{2d}\right)^{2i}} dx\right)^{-1} = \left(2\int_{0}^{\infty} e^{-\left(\frac{x}{2d}\right)^{2i}} dx\right)^{-1} = \left(2\frac{\left(\sqrt{2}d\right)}{2i}\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)\right)^{-1} = \frac{i}{\sqrt{2}d\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)}.$$

Здесь используется интеграл (20), но при этом учитываются пределы интегрирования. Отсюда получается следующее распределение:

$$p_{pr}(x) = \frac{ie^{-\frac{x^{2i}}{(2d^2)^i}}}{\sqrt{2}d\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)}. \tag{21}$$

Математическое ожидание этого распределения $E\{x\} = 0$, а дисперсия с учетом (20) и (21) определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} E\left\{x^2\right\} &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p_{pr}(x)\,dx = \frac{i}{\sqrt{2}d\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)} 2\int_{0}^{\infty} x^2 i e^{-\frac{x^{2i}}{(2d^2)^i}} dx = \\ &= 2\frac{i}{\sqrt{2}d\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)}\frac{\left(\sqrt{2}d\right)^3}{2i}\Gamma\left(\frac{3}{2i}\right) = \left(\sqrt{2}d\right)^2\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2i}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)}. \end{aligned} \tag{22}$$

В том случае, если использовать распределение (21) для аппроксимации априорного распределения нормированных квадратурных составляющих символа QAM, то должно выполняться условие $\sigma_x^2 = E\left\{x^2\right\} = 0.5$, т.е.

$$\sigma_x^2 = \left(\sqrt{2}d\right)^2\frac{\Gamma\left(\frac{3}{2i}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)} = 0.5.$$

Отсюда получим

$$d^2 = \frac{1}{2}\sigma_x^2\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2i}\right)} = \frac{1}{4}\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)}{\Gamma\left(\frac{3}{2i}\right)}. \tag{23}$$

Следует отметить, что при $i \to \infty$ распределение (21) стремится к равномерному распределению в полосе $\left[-\sqrt{2}d; \sqrt{2}d\right]$ или $[-\sigma_x; \sigma_x]$, при этом $\sigma_x = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Вид этого распределения для разных значений параметра i показан на Рис. 1. Подставляя (21) в (17), получим следующую систему нелинейных уравнений:

$$-\frac{1}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H^T}\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} + \frac{1}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H^T}\mathbf{y} - \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}\hat{\mathbf{x}}_{MAP}}\left(\frac{1}{(2d^2)^i}\sum_{m=1}^{2M} x_{m,MAP}^{2i}\right) = 0 \tag{24}$$

или

$$-\frac{1}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H}^T\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} + \frac{1}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H^T}\mathbf{y} - \frac{2i}{(2d^2)^i}\left[\hat{\mathbf{x}}_{MAP}\right]^{2i-1} = 0, \tag{25}$$

где оператор $[\mathbf{z}]^k$ обозначает поэлементное возведение в степень k каждого элемента вектора $\mathbf{z}$. Таким образом для поиска оценки MAP вектора $\mathbf{x}$ необходимо решить систему нелинейных уравнений (25), т.е. систему вида $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}_{MAP}) = 0$, где $\mathbf{F}()$ – нелинейная векторная функция. Существуют различные нелинейные методы решения системы вида $\mathbf{F}(\hat{\mathbf{x}}_{MAP}) = 0$ [22], [23]. Следует также отметить, что при $i = 1$ с учетом $\frac{\Gamma(1/2i)}{\Gamma(3/2i)} = 2$ получим $d^2 = \sigma_x^2$ и уравнение (25) становится линейным и будет полностью совпадать с уравнением (12).

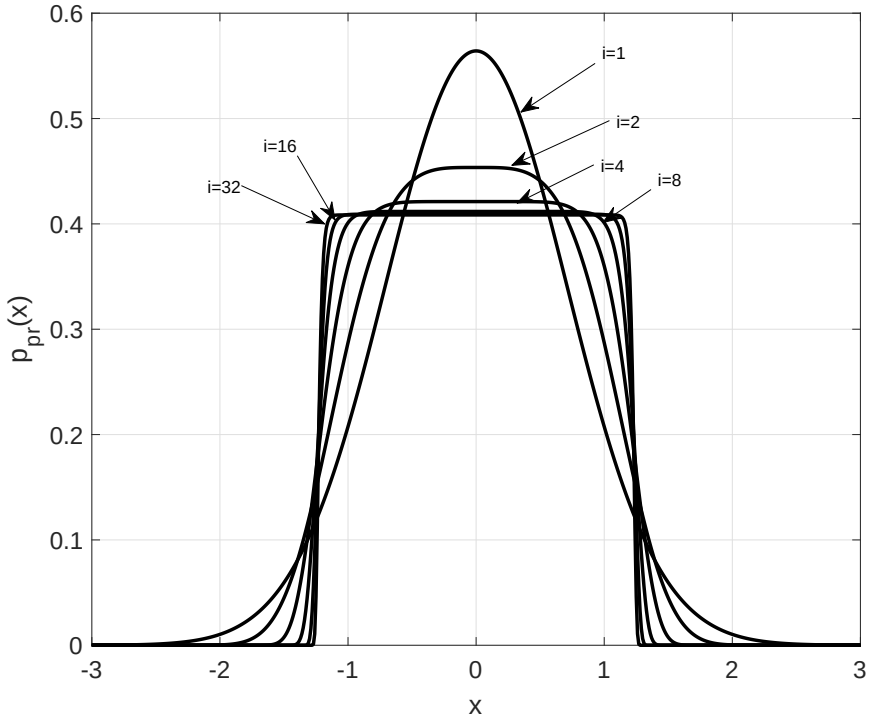

Рис. 1. Вид априорного распределения $p_{pr}(x)$ при различных значениях параметра i

4. НЕЛИНЕЙНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПО КРИТЕРИЮ MMSE С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО

Для подтверждения справедливости использования предложенного вида аппроксимации и анализа эффективности рассмотренного подхода воспользуемся методом Монте-Карло для вычисления оценок MMSE. Применим этот метод для вычисления многомерного интеграла в формуле (4) для нахождения апостериорного среднего. При использовании априорного распределения (21) апостериорное распределение будет описываться следующим выражением:

$$p_{ps}(\mathbf{x}\,|\mathbf{y}\,) = \frac{L(\mathbf{y}\,|\mathbf{x}\,)\,p_{pr}(\mathbf{x})}{\int_{\Omega_{\mathbf{x}}} p(\mathbf{y}\,|\mathbf{x}\,)\,p_{pr}(\mathbf{x})\,d\mathbf{x}} = \\ = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \sum_{m=1}^{2M}\frac{x_m^{2i}}{(2d^2)^i}\right)}{\int_{\Omega_{\mathbf{x}}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \sum_{m=1}^{2M}\frac{x_m^{2i}}{(2d^2)^i}\right)d\mathbf{x}}. \tag{26}$$

Оценка минимума среднеквадратической ошибки для данного распределения будет описываться следующим выражением:

$$\hat{\mathbf{x}} = \int_{\Omega_{\mathbf{x}}} \mathbf{x} p_{ps}(\mathbf{x}\,|\mathbf{y}\,)\,d\mathbf{x} = \\ = \frac{\int_{\Omega_{\mathbf{x}}}\mathbf{x}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \frac{1}{(2d^2)^i}\sum_{m=1}^{2M}x_m^{2i}\right)d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_{\mathbf{x}}}\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \frac{1}{(2d^2)^i}\sum_{m=1}^{2M}x_m^{2i}\right)d\mathbf{x}} \tag{27}$$

В отличие от известных алгоритмов MMSE, эта оценка отличается тем, что она является нелинейной и использует негауссовское априорное распределение $p_{pr}(\mathbf{x})$. Для удобства и на-

глядности вычислений введём следующие обозначения:

$$\varphi(\mathbf{x}) \triangleq exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \frac{1}{(2d^2)^i}\sum_{m=1}^{2M} x_m^{2i}\right), \tag{28}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_1 &\triangleq \int_{\Omega_\mathbf{x}} \mathbf{x}\varphi(\mathbf{x})\,d\mathbf{x}, \\ i_0 &\triangleq \int_{\Omega_\mathbf{x}} \varphi(\mathbf{x})\,d\mathbf{x}. \end{aligned} \tag{29}$$

Тогда оценка минимума среднеквадратического отклонения (нелинейная оценка MMSE) для исходного априорного распределения (21) будет определяться выражением

$$\hat{\mathbf{x}}_{NMMSE} = \frac{\mathbf{i}_1}{i_0}. \tag{30}$$

Введём вспомогательное распределение, которое будем использовать для вычисления апостериорного среднего методом Монте-Карло. В качестве такого распределения предлагается использовать следующую функцию:

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^M \det(\mathbf{V}_\mathbf{x})^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{V}_\mathbf{x}^{-1}(\mathbf{x}-\bar{\mathbf{x}})\right), \tag{31}$$

где $\bar{\mathbf{x}}$ – среднее значение, а $\mathbf{V}_\mathbf{x}$ - корреляционная матрица случайной величины $\mathbf{x}$. Тогда с использованием вспомогательной функции $f(\mathbf{x})$ для вычисления интегралов (29) можно использовать следующие преобразования:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_1 &= \int_{\Omega_\mathbf{x}} \mathbf{x}\frac{\varphi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})} f(\mathbf{x})\,d\mathbf{x} = E\left\{\mathbf{x}\frac{\varphi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})}\right\}, \\ i_0 &= \int_{\Omega_\mathbf{x}} \frac{\varphi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})} f(\mathbf{x})\,d\mathbf{x} = E\left\{\frac{\varphi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})}\right\}. \end{aligned} \tag{32}$$

Таким образом, интегралы i_0 и $\mathbf{i}_1$ могут быть вычислены методом усреднения многомерных функций $\left(\frac{\varphi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})}\right)$ и $\left(\mathbf{x}\frac{\varphi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})}\right)$ по распределению (31). Следовательно, для вычисления этих интегралов можно использовать метод Монте-Карло [24], [25]. В качестве генерируемого при использовании метода Монте-Карло распределения возьмём распределение линейной оценки MMSE для гауссовского априорного распределения $p_{pr}(\mathbf{x})$ с параметрами:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{MMSE} &= \left(\mathbf{H}^T\mathbf{H} + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_x^2}\mathbf{I}_{2M}\right)^{-1}\mathbf{H}^T\mathbf{y}, \\ \mathbf{V}_{MMSE} &= \sigma_\eta^2\left(\mathbf{H}^T\mathbf{H} + \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_x^2}\mathbf{I}_{2M}\right)^{-1}. \end{aligned} \tag{33}$$

Для генерации вектора с таким распределением можно использовать следующее преобразование [5]

$$\mathbf{x} = \mathbf{R}\mathbf{z} + \hat{\mathbf{x}}_{MMSE}, \tag{34}$$

где $\mathbf{z} \sim \mathbb{N}(\mathbf{0}, \mathbf{1})$ – вектор гауссовских случайных величие с нулевыми средними значениями и единичными дисперсиями, матрица $\mathbf{R}$ находится из условия $\mathbf{R}\mathbf{R}^T = \mathbf{V}_{MMSE}$. Усредняемая функция в этом случае будет определяться выражением

$$\frac{\varphi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})} = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \frac{1}{(2d^2)^i}\sum_{m=1}^{2M} x_m^{2i}\right)}{\frac{1}{(2\pi)^M \det(\mathbf{V}_\mathbf{x})^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}_{MMSE})^T \mathbf{V}_{MMSE}^{-1}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}_{MMSE})\right)}. \tag{35}$$

Следует отметить, что в выражении (35) коэффициент перед функцией $\exp(\cdot)$ в знаменателе не зависит от переменной $\mathbf{x}$ и при вычислении отношения $\frac{\mathbf{i}_1}{i_0}$ будет сокращён, поэтому дальше он учитываться не будет. Для получения окончательного результата рассмотрим следующие вспомогательные преобразования в выражении (35):

$$-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) = \left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \frac{1}{2\sigma_x^2}\mathbf{x}^T\mathbf{x}\right) + \frac{1}{2\sigma_x^2}\mathbf{x}^T\mathbf{x}.$$

Рассмотрим отдельно выражение в скобках, которое является квадратичной формой и после ряда тождественных преобразований может быть приведено к следующему виду:

$$\begin{aligned}&\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x}) - \frac{1}{2\sigma_x^2}\mathbf{x}^T\mathbf{x}\right) = \\ &= -\frac{1}{2\sigma_\eta^2}\mathbf{y}^T\left(\mathbf{I}_{2N} + \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H}\mathbf{H}^T\right)^{-1}\mathbf{y} - \frac{1}{2}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}_{MMSE})^T\mathbf{V}_{MMSE}^{-1}(\mathbf{x}-\hat{\mathbf{x}}_{MMSE}).\end{aligned} \tag{36}$$

Таким образом, с учетом известных преобразований для квадратичных форм, аналогичных преобразованиям, приведенным в [4], получим окончательное выражение для усредняемой функции:

$$\begin{aligned}&\frac{\varphi(\mathbf{x})}{f(\mathbf{x})} = Const\exp\left(\frac{1}{2\sigma_x^2}\mathbf{x}^T\mathbf{x} - \frac{1}{(2d^2)^i}\sum_{m=1}^{2M} x_m^{2i}\right) = \\ &= Const\exp\left(-\sum_{m=1}^{2M}\left(\left(\frac{2\Gamma\left(\frac{3}{2i}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)}\right)^i x_m^{2i} - x_m^2\right)\right), \\ &Const = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2}\mathbf{y}^T\left(\mathbf{I}_{2N} + \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\eta^2}\mathbf{H}\mathbf{H}^T\right)^{-1}\mathbf{y}\right),\end{aligned} \tag{37}$$

где $Const$ – постоянная, которая не зависит от переменной $\mathbf{x}$. Поскольку для вычисления оценки (30) с учетом (32) и (37) используется отношение интегралов, то постоянная $Const$ будет сокращена, и её можно не учитывать. В итоге нам нужно вычислить средние значения следующих функций:

$$\begin{aligned}&\mathbf{i}_1 = E\left\{\mathbf{x}\exp\left(-\sum_{m=1}^{2M}\left(\alpha x_m^{2i} - x_m^2\right)\right)\right\}, \\ &i_0 = E\left\{\exp\left(-\sum_{m=1}^{2M}\left(\alpha x_m^{2i} - x_m^2\right)\right)\right\}, \\ &\alpha = \left(\frac{2\Gamma\left(\frac{3}{2i}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)}\right)^i,\end{aligned} \tag{38}$$

где α – постоянная, зависящая от отношения Гамма-функций и значения параметра i. Усреднение функций (38) должно осуществляться по апостериорному распределению, полученному при гауссовском априорном распределении (при $i = 1$ для распределения (21)), параметры которого совпадают с параметрами алгоритма вычисления оценки MMSE (33). Это усреднение может быть выполнено методом Монте-Карло [24], [25]. В результате мы получим нелинейные оценки информационных символов (30), оптимальные по критерию минимума среднеквадратического отклонения (NMMSE), с учетом аппроксимации (21) априорного распределения $p_{pr}(\mathbf{x})$. Следует отметить, что при необходимости вычисления дисперсий можно воспользоваться также методом Монте-Карло. Для этого надо будет вычислить ещё один интеграл:

$$\mathbf{i}_2 = E\left\{[\mathbf{x}]^2 \exp\left(-\sum_{m=1}^{2M}\left(\alpha x_m^{2i} - x_m^2\right)\right)\right\}. \tag{39}$$

После вычисления методом Монте-Карло данного вектора, можно найти вектор дисперсий ошибок оценивания по формуле

$$\mathbf{d}_{NMMSE} = \frac{\mathbf{i}_2}{i_0} - [\hat{\mathbf{x}}_{NMMSE}]^2, \tag{40}$$

где $\hat{\mathbf{x}}_{NMMSE} = \frac{\mathbf{i}_1}{i_0}$ – нелинейная оценка вектора информационных символов (30), оптимальная по критерию минимума среднеквадратической ошибки, i – параметр негауссовской аппроксимации априорного распределения вектора $\mathbf{x}$, а отношение $\frac{\mathbf{i}_2}{i_0}$ в выражении (30) находится с помощью формул (38) и (39). Однако следует иметь в виду, что индивидуальное апостериорное распределение в этом случае будет негауссовским. Это нужно учитывать при вычислении мягких оценок битов, которые требуются для работы мягкого декодера после обработки с помощью алгоритма демодуляции (при использовании помехоустойчивого кодирования в системе радиосвязи).

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для исследования потенциальных характеристик предлагаемого метода нелинейного оценивания, оптимального по критерию минимума среднеквадратической ошибки (NMMSE), по рассмотренной выше методике было проведено статистическое моделирование на ЭВМ методом Монте-Карло [24], [25].

Условия моделирования следующие:

- система MIMO с конфигурацией антенн 16×16 в режиме пространственного мультиплексирования (Spatial Multiplexing);
- релеевские некоррелированные замирания в радиоканале MIMO;
- модуляция 16QAM;
- в качестве помехоустойчивого кодирования использовалось турбокодирование со скоростью 1/2; длина кадра составляет 576 битов;
- для обработки на приемной стороне использовались демодулятор и декодер, применяемые в системе LTE-Advanced [26].

На Рис. 2 приведены зависимости битовой ошибки (BER) на выходе демодулятора без кодирования от отношения сигнал/шум на бит (Eb/N0) в дБ. Для сравнения были исследованы алгоритмы NMMSE (кривые NMMSE-LTE-Uniform) с разными значениями параметра i распределения (26), т.е. для случаев i=[2; 4; 8; 16] (на графиках соответствуют обозначениям MC2, MC4, MC8 и MC16). На этих же графиках приведены кривые для линейного алгоритма MMSE

(MMSE-LTE), т.е. для алгоритма NMMSE при $i = 1$. Приведённые зависимости показывают, что с увеличением i качество демодуляции улучшается, однако степень улучшения постепенно снижается и кривые для $i = 8$ и $i = 16$ практически совпадают, что говорит о достаточном порядке аппроксимации априорного распределения $p_{pr}(\mathbf{x})$ с помощью формулы (21). Энергетический выигрыш для этих случаев по сравнению с линейным алгоритмом MMSE составляет 2.5-3 дБ.

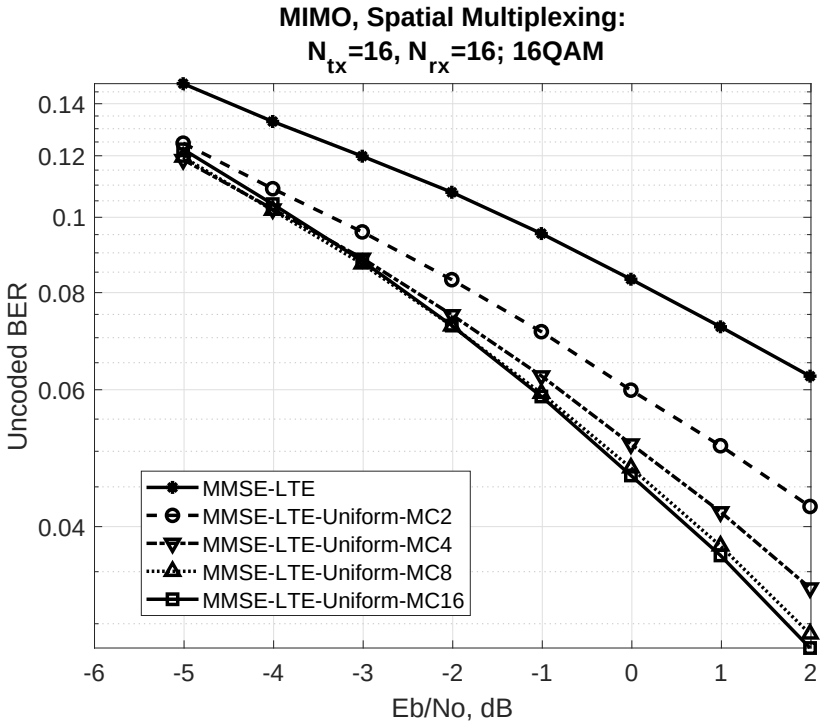

Рис. 2. Зависимости коэффициента битовых ошибок (BER) от отношения сигнал/шум для алгоритмов демодуляции без помехоустойчивого кодирования

Потенциальные характеристики алгоритмов NMMSE также сравнивались с характеристиками алгоритма демодуляции K-best, близкого к алгоритму ML с полным перебором, осуществление которого для большого числа антенн на практике нереализуемо [6], [27], [29], [30]. Для сравнения с потенциальными характеристиками было проведено совместное моделирование с детектором K-best с числом проверяемых комбинаций $K = 1024$ [28]. Результаты моделирования приведены на Рис. 3 и Рис. 4, где построены зависимости BER без кодирования (Рис. 3) и зависимости вероятности ошибки на кадр (Frame-Error-Rate – FER) для системы с турбо кодированием (Рис. 4). В предложенном алгоритме использовалась аппроксимация с параметром $i = 4$. Как следует из этих графиков, энергетический выигрыш для варианта с кодированием по сравнению с линейным алгоритмом MMSE составляет более 3 дБ (при FER=0.01). При этом алгоритм NMMSE проигрывает алгоритму K-best, близкому к алгоритму ML, порядка 1.5 дБ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показано, что известный линейный MMSE алгоритм демодуляции вытекает из байесовского подхода при использовании априорной информации только о математическом ожидании и дисперсии, и является следствием применения гауссовской аппроксимации. Для

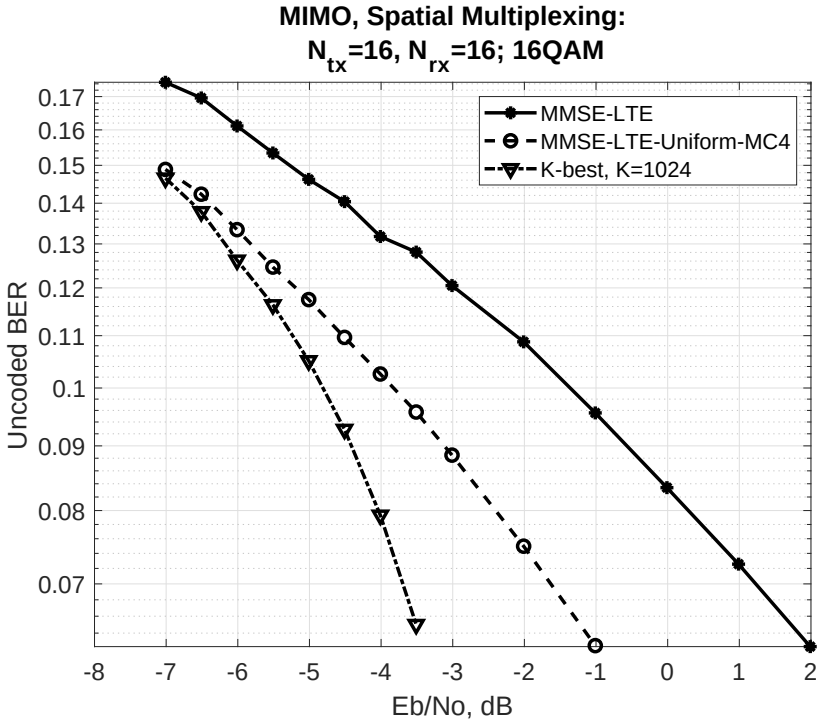

Рис. 3. Зависимости коэффициента битовых ошибок (BER) от отношения сигнал/шум для алгоритмов демодуляции без помехоустойчивого кодирования

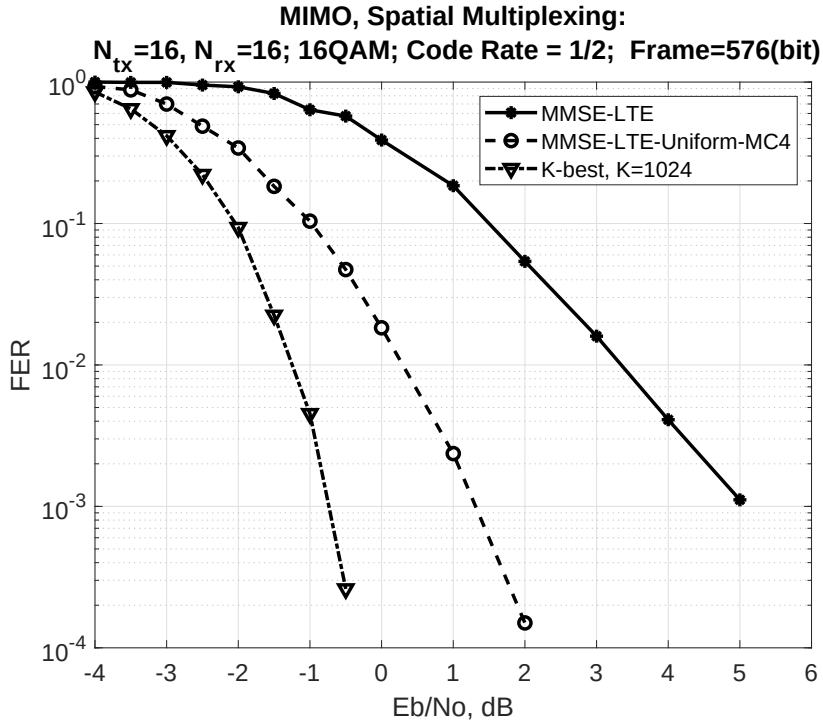

Рис. 4. Зависимости коэффициента FER (ошибочных кадров) от отношения сигнал/шум для алгоритмов демодуляции с помехоустойчивым кодированием

данного варианта обоснована возможность использования различных методов решения системы линейных уравнений. Кроме того, в данной работе для учета дополнительной априорной информации об оцениваемом векторе, предложено использование равномерного априорного распределения, а также предложено семейство распределений, в котором гауссовское распределение и равномерное распределение являются крайними частными случаями. Использование этого семейства позволяет синтезировать нелинейные алгоритмы оценивания (MMSE или MAP) различной сложности и качества. Показано, что с использованием предложенного подхода для вычисления MAP оценок, нужно решить систему нелинейных (степенных) уравнений. Для подтверждения эффективности предложенного подхода и анализа потенциальных характеристик было проведено моделирование, в котором для вычисления нелинейных оценок, оптимальных по критерию MMSE, использовался метод Монте-Карло. Результаты моделирования показали, что предложенный подход, учитывающий негауссовость априорного распределения, позволяет синтезировать нелинейные алгоритмы MMSE, обеспечивающие выигрыш 3 дБ по сравнению с линейным алгоритмом MMSE. При этом проигрыш по сравнению алгоритмом ML, реализованным в виде алгоритма K-best с большим числом проверяемых комбинаций, составляет 1.5 дБ. Это даёт широкую возможность применения данного подхода в сочетании с различными методами решения систем нелинейных уравнений, включая итерационные, для разработки простых алгоритмов демодуляции в системах MIMO и многопользовательской демодуляции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Holma, H., Toskala, A., Nakamura T. 5G Technology: 3GPP New Radio, John Wiley & Sons, 2020.
2. Боккуцци Д. Обработка сигналов для беспроводной связи. М.: Техносфера. 2012.
3. Бакулин М.Г., Варукина Л.А., Крейнделин В.Б. Технология MIMO: принципы и алгоритмы. – М.: Горячая линия-Телеком, 2014.
4. Э. Сейдж, Дж. Мелс, Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Пер. с англ. под ред. проф. Б.Р. Левина, М.: Связь, 1976.
5. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
6. Verdu S. Multiuser Detection. Cambridge: Univ. Press, 1998.
7. Advances in Multiuser Detection / Ed. M.L. Honig. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2009.
8. Bai L., Choi J. Low Complexity MIMO Detection. N.Y.: Springer, 2012.
9. Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. Учеб. пособие для вузов. – М.: Радиотехника, 2003.
10. Шлома А.М., Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Новые алгоритмы формирования и обработки сигналов в системах подвижной связи / Под ред. А.М. Шломы. М.: Горячая линия-Телеком, 2008.
11. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика: Учебное пособие для втузов. М.: Высш. шк., 1984.
12. M. G. Bakulin, V. B. Kreyndelin, V. A. Grigoriev, V. O. Aksenov, and A. S. Schesnyak Bayesian Estimation with Successive Rejection and Utilization of A Priori Knowledge. J. Commun. Technol. Electron. 65, 255–264, 2020
13. Прокис Д. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
14. Bakulin M.G., Vityazev V.V., Shumov A.P., Kreyndelin V.B., Effective signal detection for the spatial multiplexing MIMO systems, Telecommunications and Radio Engineering, 2018. T. 77. No 13. pp. 1141-1158.

15. Левин Б.Р. Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Советское радио, 1960.

16. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1982.

17. Тыртышников Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра. М.: Физматлит, 2007.

18. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю. Технологии в системах радиосвязи на пути к 5G. – М.: Горячая линия - Телеком, 2018, 280 с.

19. Крейнделин В.Б. Новые методы обработки сигналов в системах беспроводной связи. – СПб.: Линк, 2009.-272с.

20. Кульбак С. Теория информации и статистика. Перевод с англ. Д. И. Гордеева и А. В. Прохорова. Под ред. и с предисл. акад. А. Н. Колмогорова. – М: Наука, 1967.

21. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.:Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981.

22. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.

23. Kreyndelin, V.B., Pankratov D.Yu., Stepanova, A.G. Chebyshev type nonlinear iterative de-modulation algorithm for MIMO systems with large number of antennas. Telecommunications and Radio Engineering, 2020, 79(13), pp. 1109-1119.

24. Соболь И. М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1968.

25. Fishman, G. S. Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications. New York: Springer, 1995.

26. 3GPP TS 36.211 V15.10.0 (2020-06) 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical channels and modulation (Release 15), 2020.

27. Kreindelin V.B., Pankratov D.Yu., Shloma A.M., A multiuser demodulator with reduced enumeration. Radioelectronics and Communications Systems. 2005. T. 48. No 1. pp. 6-9.

28. M. Bakulin, V. Kreyndelin, A. Rog, D. Petrov, S. Melnik, MMSE Based K-best Algorithm for Efficient MIMO Detection, in 9th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), Munich, Germany, 4-6 November, 2017.

29. Manish Mandloi, Devendra Gurjar, Prabina Pattanayak, Ha Nguyen. 5G and Beyond Wireless Systems. PHY Layer Perspective. Singapure: Springer, 2021, 425 p.

30. Abu-Rgheff, Mosa Ali. 5G physical layer technologies. UK: JohnWiley & Sons, 2020, 579 p.

New approach for MIMO detection and multi-user demodulation

M.G.Bakulin, V.B.Kreyndelin, D.Yu.Pankratov, A.G.Stepanova

The results of theoretical analysis and computer simulation of non-Gaussian approximation application for detection in MIMO systems are presented. The results of this work can also be applied for multi-user demodulation in systems with non-orthogonal signals. As a result of the theoretical analysis, an approximation of the a priori distribution of the estimated parameters was proposed, and a theoretical justification of methods for solving linear and nonlinear equations systems for demodulation in multi-user systems was given. The results of simulation by the Monte Carlo method are presented, as well as comparison with known demodulation algorithms for MIMO systems, which confirm the effectiveness of the proposed theoretical approach of non-Gaussian approximation for additional consideration of a priori information in demodulation process.

KEYWORDS: non-Gaussian approximation, system of nonlinear equations, MIMO, demodulation algorithms, Monte Carlo method, NOMA, MMSE.