## ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ —

# Анализ эффективности и сложности демодуляции с использованием негауссовской аппроксимации в системах Massive MIMO

# М.Г.Бакулин, В.Б.Крейнделин, Д.Ю.Панкратов, А.Г.Степанова

Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия m.g.bakulin@gmail.com, vitkrend@gmail.com, dpankr@mail.ru, a210104@mail.ru Поступила в редколлегию 11.05.2022

Аннотация—Применение большого числа антенн (Massive Multiple Input Multiple Output, Massive MIMO) дает огромные преимущества современным системам связи в достижении высокой скорости передачи данных, спектральной эффективности и большого числа одновременно обслуживаемых пользователей. Однако увеличение числа антенн приводит к усложнению алгоритмов демодуляции, причем проблема усугубляется, когда используются схемы модуляции высокого порядка. В результате возникает необходимость синтеза новых алгоритмов демодуляции с хорошими характеристиками помехоустойчивости и приемлемой вычислительной сложностью для практической реализации в системах Massive MIMO. В предыдущих работах был предложен подход применения негауссовской аппроксимации априорного распределения оцениваемых параметров и модифицированного метода Ньютона для демодуляции в системах связи с большим числом антенн. В данной работе проводится исследование помехоустойчивости предложенного алгоритма демодуляции для различного числа антенн и разного порядка модуляции, а также оценка его вычислительной сложности. Сравнение характеристик предложенного алгоритма демодуляции с известными алгоритмами MMSE и K-best подтверждает эффективность использования предложенного подхода негауссовской аппроксимации в совокупности с модифицированным методом Ньютона для демодуляции в системах Massive MIMO.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Massive MIMO, 5G, 6G, помехоустойчивость алгоритмов демодуляции, негауссовская аппроксимация, модифицированный метод Ньютона, вычислительная сложность **DOI:** 10.53921/18195822 2022 22 2 77

#### ВВЕДЕНИЕ

Технология Massive MIMO является важной опорой в системах связи пятого поколения (5G) и считается наиболее перспективной технологией физического уровня для систем связи следующего поколения (6G) [1], [2], [3], [4], [5]. Технология Massive MIMO дает огромные преимущества современным системам связи в достижении высокой скорости передачи данных, спектральной эффективности, а также большого числа одновременно обслуживаемых пользователей. Однако увеличение числа антенн приводит к существенному усложнению алгоритмов формирования и обработки сигналов, в частности, к трудностям применения существующих алгоритмов демодуляции (например, K-best), причем проблема усугубляется при использовании в системах связи схем модуляции высокого порядка [6], [7], [9], [10]. Стремительно растущие требования к системам связи только наращивают остроту в необходимости разработки высокоэффективных алгоритмов демодуляции, обладающих приемлемой вычисличеные исловения сложностью [1], [6], [7]. В предыдущих работах [11], [12] был предложен подход

применения негауссовской аппроксимации априорного распределения оцениваемых параметров, доказана его эффективность и предложены алгоритмы демодуляции в системах связи с большим числом антенн с использованием данного подхода. Для оценки качества работы и возможности применения предложенного алгоритма демодуляции в данной работе проводится исследование помехоустойчивости и вычислительной сложности предложенного алгоритма демодуляции в разных условиях, а также сравнение характеристик предложенного алгоритма демодуляции с известными алгоритмами демодуляции K-best и MMSE (Minimum Mean Square Error) [6], [7], [11]. Полученные результаты компьютерного моделирования подтверждают эффективность использования предложенного подхода негауссовской аппроксимации и модифицированного метода Ньютона для демодуляции в системах Massive MIMO.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МОДЕЛЬ НАБЛЮДЕНИЯ

В системах Massive MIMO одновременно передаются и принимаются большое количество сигналов для разных абонентов с помощью большого числа антенн, что требует большого количества вычислительных ресурсов и высокой производительности для обработки сигналов. Задача демодуляции состоит в том, чтобы по полученным наблюдениям оценить информационные параметры с учетом доступных апостериорных и априорных сведений о принимаемых (наблюдаемых) сигналах [8], [13], [14].

Дадим краткое описание системы Massive MIMO, в которой имеется M передающих антенн и N приемных антенн. Модель сигнала, который поступает на вход демодулятора в такой системе, имеет следующий вид [5]:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{H}\dot{\mathbf{s}} + \dot{\boldsymbol{\eta}},\tag{1}$$

где  $\dot{\mathbf{y}}$  – комплексный вектор принимаемых сигналов размерности  $N \times 1$  с элементами  $\dot{y}_n = y_{n,r} + jy_{n,i}, n = 1, \ldots, N, \dot{\mathbf{H}}$  – комплексная матрица радиоканала МІМО размерности  $N \times M$  с элементами  $\dot{h}_{nm}$ , характеризующими коэффициенты передачи между n-й и m-й антеннами;  $\dot{\mathbf{s}} \triangleq [\dot{s}_1 \dot{s}_2 \dots \dot{s}_M]^T$  – вектор комплексных информационных символов абонентов размерности  $M \times 1$  с компонентами  $\dot{s}_m = s_{m,r} + js_{m,i}, m = 1, \ldots, M$ , модулированных с помощью квадратурной амплитудной модуляции (Quadrature Amplitude Modulation – QAM) [8];  $\dot{\boldsymbol{\eta}}$  – комплексный гауссовский случайный вектор шума размерности  $N \times 1$  с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей  $\mathbf{R}_\eta = D_\eta \mathbf{I}_N, D_\eta = 2\sigma_\eta^2 = E \{\eta_n \eta_n^*\}$  – дисперсия комплексного отсчёта шума наблюдения,  $n = 1, \ldots, N, \mathbf{I}_N$  – единичная матрица размера  $N \times N$ .

Выражение (1) также может описывать модель наблюдения в многопользовательской системе, в том числе с неортогональными сигналами [5], [11]. Например, в случае неортогонального доступа с кодовым разделением коэффициенты матрицы  $\dot{\mathbf{H}}$  являются отсчётами кодовых последовательностей. Выражение (1) с комплексной матрицей  $\dot{\mathbf{H}}$  размерности  $N \times M$ , преобразуется в эквивалентную действительную модель с матрицей  $\mathbf{H}$  размерности  $2N \times 2M$  в соответствии с уравнением:

$$\begin{bmatrix} \Re\{\dot{\mathbf{y}}\}\\ \Im\{\dot{\mathbf{y}}\}\\ \Im\{\dot{\mathbf{y}}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Re\{\dot{\mathbf{H}}\} - \Im\{\dot{\mathbf{H}}\}\\ \Im\{\dot{\mathbf{H}}\} & \Re\{\dot{\mathbf{H}}\} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Re\{\dot{\mathbf{s}}\}\\ \Im\{\dot{\mathbf{s}}\}\\ \Im\{\dot{\mathbf{s}}\} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Re\{\dot{\boldsymbol{\eta}}\}\\ \Im\{\dot{\boldsymbol{\eta}}\}\\ \Im\{\dot{\boldsymbol{\eta}}\} \end{bmatrix},$$
(2)

где символ « $\Re$ » обозначает действительную часть, а символ « $\Im$ » обозначает мнимую часть соответствующего комплексного элемента модели (1).

Таким образом, модель наблюдения (1), которая представлена в комплексной форме, после ряда преобразований может быть записана в действительной форме следующим образом [15],

[16]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \boldsymbol{\eta},\tag{3}$$

где **H** – действительная матрица радиоканала МІМО размерности  $2N \times 2M$ ,  $\eta$  – вектор действительных гауссовских случайных величин размерности  $2N \times 1$  с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей  $\mathbf{R}_{\eta} = \sigma_{\eta}^{2} \mathbf{I}_{2N}$ ,  $\mathbf{s} \triangleq [s_{1}s_{2} \dots s_{2M}]^{T}$  – вектор размерности  $2M \times 1$  действительных квадратурных составляющих вектора  $\dot{\mathbf{s}}$  модели (1).

### 2. НЕГАУССОВСКАЯ ДЕМОДУЛЯЦИЯ И МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД НЬЮТОНА ДЛЯ ДЕМОДУЛЯЦИИ В СИСТЕМАХ MASSIVE MIMO

Основной проблемой при использовании большого количества антенн в системах связи является высокая сложность обработки, поэтому большие усилия исследователей в этой области были направлены для достижения компромисса между производительностью и вычислительной сложностью алгоритмов демодуляции [4], [5], [6], [7]. Для получения характеристик помехоустойчивости, приближающихся к характеристикам демодулятора, оптимального по критерию максимального правдоподобия (Maximum Likelihood – ML) было предложено использование негауссовской аппроксимации априорного распределения квадратурных составляющих QAMсимволов абонентов [11], [12], [16].

Известно [17], что алгоритм MMSE вытекает из предположения гауссовского характера априорного распределения вектора s, то есть априорное распределение имеет вид [18], [19]:

$$p_{pr}\left(\mathbf{s}\right) = \left(2\pi\sigma_{s}^{2}\right)^{-M} \cdot exp\left(\frac{-\mathbf{s}^{T}\mathbf{s}}{2\sigma_{s}^{2}}\right),\tag{4}$$

где  $\sigma_s^2$  – дисперсия одной квадратурной составляющей информационного символа  $s_m, m = 1, \ldots, M$ , причем для нормированного символа с QAM-модуляцией  $\sigma_s^2 = 1/2$  [8].

Однако, использование гауссовского априорного распределения является очень грубым приближением исходного дискретного распределения модулированных символов. При использовании QAM модуляции высокого порядка с квадратными созвездиями [8] более подходящим оказывается равномерное распределение, но его использование затруднено из-за сложности дифференцирования равномерной функции и невозможности проведения оптимизации алгоритма демодуляции. В [11] для аппроксимации распределения была предложена следующая функция:

$$p_{pr}\left(\mathbf{s}\right) = \prod_{m=1}^{2M} p_{pr}\left(s\right), p_{pr}\left(s\right) = i \cdot exp\left(\frac{-s^{2i}}{(2d^2)^i}\right) \cdot \left(\sqrt{2}d\Gamma\left(\frac{1}{2i}\right)\right)^{-1},\tag{5}$$

где *i* и *d* – параметры распределения,  $\Gamma(\cdot)$  – Гамма-функция. Такой вид распределения обладает такими преимуществами, как свойство дифференцируемости и возможность аппроксимации равномерного априорного распределения с любой точностью. Кроме того, предложенное семейство распределений (5) имеет на своих противоположных полюсах гауссовское и равномерное распределение Нетрудно показать, что при  $i \to \infty$  распределение (5) стремится к равномерному распределению в полосе  $[-\sigma_s; \sigma_s]$ , а при i = 1 данное распределение является гауссовским распределением с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_s^2 = 1/2$  [11].

Для модели (3) с учетом априорного распределения (5) была получена система нелинейных уравнений для нахождения  $\hat{\mathbf{s}}_{MAP}$  оценки информационных QAM-символов из условия максимума апостериорной плотности вероятности (Maximum A Posteriori Probability – MAP)

в следующем виде [11], [16]:

$$-\frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_{MAP} + \frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{y} + \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{d}\hat{\mathbf{s}}_{MAP}}\left(\sum_{m=1}^{2M} log(p_{pr}\left(\hat{s}_{MAP,m}\right))\right) = 0, \tag{6}$$

где производная  $\frac{d}{ds}f(s)$  является векторной функцией. Данное матричное уравнение можно записать в следующем виде:

$$-\frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_{MAP} + \frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{y} - \frac{2i}{\left(2d^{2}\right)^{i}}\left[\hat{\mathbf{s}}_{MAP}\right]^{2i-1} = 0,$$
(7)

где оператор  $[\mathbf{s}]^k$  обозначает поэлементное возведение в степень k каждого элемента вектора  $\mathbf{s}$ .

Из выражения (7) видно, что для поиска оценки МАР вектора **s** нужно решить систему нелинейных уравнений. Решать эту систему можно разными способами, например, с помощью итерационных методов [20], [21]. Далее для этой цели предлагается использовать модификацию известного итерационного метода Ньютона (метод касательных) [21], [22], [22]. Для удобства применения модифицированного метода Ньютона при решении системы нелинейных уравнений (7) введем обозначение вектор-функции:

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{MAP}) \triangleq \mathbf{A} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} + C \left[\hat{\mathbf{x}}_{MAP}\right]^{2i-1}, \\ \mathbf{A} = \frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{\mathbf{T}}\mathbf{y}, \mathbf{B} = -\frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{\mathbf{T}}\mathbf{H}, C = -\frac{2i}{(2d^{2})^{i}}.$$

$$\tag{8}$$

С учетом этих обозначений система (7) нелинейных уравнений примет вид:

$$\begin{cases} f_1(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{2M}) = A_1 + B_{1,1}\hat{x}_1 + \dots + B_{1,2M}\hat{x}_{2M} + C\hat{x}_1^{2i-1} \\ \dots \\ f_{2M}(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_{2M}) = A_{2M} + B_{2M,1}\hat{x}_1 + \dots + B_{2M,2M}\hat{x}_{2M} + C\hat{x}_{2M}^{2i-1} \end{cases}$$
(9)

Далее запишем итерационное уравнение на основе метода Ньютона [20], [21]:

$$\mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}\right) \approx \mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right) + \mathbf{W}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right)\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP} - \hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right) = \mathbf{0},\tag{10}$$

где  $\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p)}$ ,  $\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}$  – оценки МАР на итерациях с номерами p и p-1, соответственно; символом «**W**» обозначена матрица Якоби размерности  $2M \times 2M$ , имеющая следующий вид:

$$\mathbf{W}(\hat{\mathbf{s}}) \triangleq \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{s})}{\partial s_1} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{s})}{\partial s_{2M}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_{2M}(\mathbf{s})}{\partial s_1} & \dots & \frac{\partial f_{2M}(\mathbf{s})}{\partial s_{2M}} \end{bmatrix}$$
(11)

Решение итерационного уравнения (10) с учетом обозначений (8) и (11), в котором для нахождения оценки на данной итерации  $\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p)}$  используется предыдущая оценка  $\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}$ , ведутся по формуле:

$$\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p)} = \hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)} - \left(\mathbf{W}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right)\right)^{-1} \mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right).$$
(12)

При этом согласно правилам дифференцирования и формулам (8), выражение (11) для матрицы Якоби принимает следующий вид:

$$\mathbf{W}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right) = \mathbf{B} + C \cdot (2i-1) \cdot diag \left( \begin{bmatrix} \hat{s}_{1}^{(p-1)} \\ \vdots \\ \hat{s}_{2M}^{(p-1)} \end{bmatrix}^{(2i-2)} \right), \tag{13}$$

где  $diag(\mathbf{s})$  – диагональная матрица с элементами вектора  $\mathbf{s}$ .

Чтобы избежать вычисления обратной матрицы Якоби в уравнении (12) на каждой итерации, будем использовать модифицированный метод Ньютона (метод касательных) [20], [22]. Нужным и положительным свойством этого метода является отсутствие требований к выбору начального приближения  $\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(0)}$  и вычисление матрицы Якоби лишь один раз, например при p = 1. Таким образом, итерационное уравнение модифицированного метода Ньютона имеет вид [16], [20]:

$$\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p)} = \hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)} - \left(\mathbf{W}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(0)}\right)\right)^{-1} \mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right).$$
(14)

Для метода (14) с учетом обозначений (8) выражение для матрицы Якоби (13) при p=1 определяется следующим образом:

$$\mathbf{W}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(0)}\right) = \mathbf{B} + C \cdot (2i-1) \cdot diag \left( \begin{bmatrix} \hat{s}_{1}^{(0)} \\ \vdots \\ \hat{s}_{2M}^{(0)} \end{bmatrix}^{(2i-2)} \right) = \mathbf{B} + C (2i-1) \mathbf{I}_{2M}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{I}_{2M}$  – единичная матрица размерности  $2M \times 2M$ . Тогда итерационное уравнение модифицированного метода Ньютона примет вид:

$$\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p)} = \hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)} - (\mathbf{B} + C(2i-1)\mathbf{I}_{2M})^{-1}\mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right).$$
(16)

Таким образом, с помощью негауссовской аппроксимации априорного распределения QAMсимволов (5) и модифицированного метода Ньютона (14) получен алгоритм демодуляции (16), имеющий существенно меньшую вычислительную сложность по сравнению с обычным методом Ньютона за счет однократного вычисления матрицы Якоби (15). Далее проводится анализ вычислительной сложности предложенного алгоритма демодуляции на основе модифицированного метода Ньютона. Под вычислительной сложностью будем понимать число элементарных арифметических операций (сложений, вычитаний, умножений) над действительными числами [23], [24].

# 3. АНАЛИЗ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ АЛГОРИТМОВ ДЕМОДУЛЯЦИИ ДЛЯ СИСТЕМ MASSIVE MIMO

#### 3.1. Вычислительная сложность модифицированного метода Ньютона

Алгоритм демодуляции (16) был получен при использовании эквивалентной действительной модели наблюдения (3). Несмотря на то, что размерность матрицы **H** радиоканала MIMO

увеличивается по сравнению с исходной комплексной моделью (1) и становится  $2N \times 2M$ , и размерности вектора шума  $\eta$  и вектора **s** оцениваемых квадратурных составляющих QAMсимволов становятся  $2N \times 1$  и  $2M \times 1$ , соответственно, вычислительная сложность сохраняется. Для моделей (1) и (3) требуется одинаковое число элементарных арифметических операций для реализации одних и тех же алгоритмов демодуляции. Исходя из этого, проведем анализ вычислительной сложности алгоритма демодуляции (16) для модели наблюдения (3). Результат анализа представлен в Таблицах 1 и 2, в которых получено число необходимых элементарных арифметических операций для первой итерации, и для последующих итераций, соответственно. При описании вычисляемого действия в формулах подчеркиванием снизу отмечены операции, которые уже были вычислены ранее, т.е. на предыдущих шагах или предыдущих итерациях.

**Таблица 1.** Вычислительная сложность алгоритма демодуляции на основе модифицированного метода Ньютона для первой итерации

Описание вычисляемого	Вид эл.	Число операций и	
действия	операции		
$\mathbf{A} = rac{1}{\sigma_\eta^2} \mathbf{H^T}$	×	$M^2$	
$\mathbf{B} = -\frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{H}$	×	$2M^3$	
	$\Sigma$	$2M^3 - M^2$	
$\left(\mathbf{B}+C\left(2i-1\right)\mathbf{I}_{M}\right)$	×	M	
	$\Sigma$	M	
$(\underline{\mathbf{B}}+C(2i-1)\mathbf{I}_M)^{-1}$	×	$2M^3 - 2M^2$	
	$\Sigma$	$2M^3 - 4M^2 + 2M$	
	/	М	
Ау	×	$4M^2$	
	Σ	$4\mathrm{M}^2 - 2M$	
$(\mathbf{B} + C(2i-1)\mathbf{I}_{2M})^{-1}\mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right)$	×	$4M^2$	
	Σ	$4M^2 - 2M$	
Всего операций на первой итерации	×	$4M^3 + 7M^2 + M$	
	/	M	
	Σ	$4M^3 + 3 \cdot M^2 - M$	
Общее число элементарных операций		$8 \cdot M^3 + 10 \cdot M^2 + M$	
на первой итерации			

Описание вычисляемого	Вид эл.	Число операций	
действия	операции		
$\mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{p-1}$	×	$4M^2$	
	Σ	$4M^2 - 2M$	
$\left[C\left[\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{p-1}\right]^{3}\right]$	×	$3 \cdot 2M$	
$f\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{p-1}\right) =$	Σ	2 2M	
$= \underline{\mathbf{B}} \hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{p-1} + \underline{\mathbf{A}} \mathbf{y} + \underline{C} \left[ \hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{p-1} \right]^3$			
$(\mathbf{B} + C(2i-1)\mathbf{I}_{2M})^{-1}\mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right)$	×	$4M^2$	
	Σ	$4M^2 - 2M$	
$\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p)} =$			
$= \hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)} -$	Σ	2M	
$-\underbrace{(\mathbf{B}+C(2i-1)\mathbf{I}_{2M})^{-1}\mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{s}}_{MAP}^{(p-1)}\right)}_{MAP}$			
Общее число элементарных операций		$16 \cdot M^2 + 8 \cdot M$	
для второй итерации		$10 \cdot 101 + 0 \cdot 101$	
ВСЕГО для $p_{max}$ итераций		$\left(8\cdot M^3 + 10\cdot M^2 + M\right) +$	
		$+(16 \cdot M^2 + 8 \cdot M)(p_{max} - 1)$	

**Таблица 2.** Вычислительная сложность алгоритма демодуляции на основе модифицированного метода Ньютона на второй и последующих итерациях

Для сравнения вычислительной сложности предлагаемого алгоритма демодуляции далее приведем результаты анализа вычислительной сложности алгоритмов K-best и MMSE [5], [6], [9], [24].

#### 3.2. Вычислительная сложность алгоритма MMSE

Оценка  $\hat{\mathbf{s}}^{\text{MMSE}}$ , оптимальная по критерию минимума среднеквадратической ошибки (MMSE), находится из следующего соотношения [5]:

$$\dot{\hat{\mathbf{s}}}^{\text{MMSE}} = (\dot{\mathbf{H}}'\dot{\mathbf{H}} + 2\sigma_{\eta}^{2}\cdot\mathbf{1})^{-1}\dot{\mathbf{H}}'\dot{\mathbf{y}} = (\dot{\mathbf{T}}^{\text{MMSE}})^{-1}\dot{\mathbf{z}},$$
(17)

где  $2\sigma_{\eta}^2$  – дисперсия шума на входе каждой приемной антенны, **I** – единичная матрица размерности  $M \times M$ ;  $\dot{\mathbf{T}}^{\text{MMSE}} = \dot{\mathbf{H}}'\dot{\mathbf{H}} + 2\sigma_{\eta}^2 \cdot \mathbf{I}$  – эрмитова матрица размерности  $M \times M$ ;  $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{H}^{\dot{i}}$  – модифицированный вектор наблюдения размерности  $M \times 1$ ;  $\mathbf{H}^{\dot{i}}$  – эрмитово сопряженная матрица по отношению к матрице  $\dot{\mathbf{H}}$  радиоканала МІМО. При расчете вычислительно сложности предполагается, что число передающих антенн равно числу приемных антенн, т.е. M = N.

Для реализации алгоритма MMSE (17) для системы MIMO с M передающими и M приемными антеннами в случае комплексной модели наблюдения (1) потребуется  $4M^3 + 6M^2 - 2M$  умножений,  $4M^3 + 3M^2 - 3M$  сложений и M делений, причем общее число операций составит  $8M^3 + 9M^2 - 4M$  [24].

#### БАКУЛИН, КРЕЙНДЕЛИН, ПАНКРАТОВ, СТЕПАНОВА

#### 3.3. Вычислительная сложность алгоритма K-best

Алгоритм K-best основан на стратегии поиска минимума квадрата нормы невязки  $\|\dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{s}}\|^2$ , но поиск в отличие от алгоритма ML не по всему множеству комбинаций вектора  $\dot{\mathbf{s}}$  комплексных информационных символов, а по ограниченному его подмножеству [5], [9], [10]. В алгоритме K-best учитываются только те точки решетки, которые находятся внутри сферы заданного радиуса. Условие, что точка решетки лежит внутри сферы, записывается следующим образом:

$$\|\dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{s}}\|^2 \le C_0. \tag{18}$$

Сокращение «дерева» возможных путей алгоритма K-best происходит посредством ограничения параметра K, набора допустимых узлов на каждом уровне и выбором лучших K претендентов, обеспечивающих минимум суммарного евклидова расстояния [25].

Результаты приведенного в [25] расчета сложности алгоритма K-best приведены в Таблице 3, в которой указано число необходимых для его реализации элементарных операций:

Вид элементарной<br/>операцииЧисло операций× $8M^3 - M + MK2^{\frac{K_{bit}}{2}} (2M - 1) + K$  $\Sigma$  $MK2^{\frac{K_{bit}}{2}} (2M - 1) K + 8M^3 - 2M^2 + 93M + K_{bit}M + 32$ Сравнение $MK2^{\frac{K_{bit}}{2}} (2M - 1) K + KK_{bit}M$ ВСЕГО $16M^3 - 2M^2 + 92M + K + K_{bit}(M + KM) + 32 + +MK2^{\frac{K_{bit}}{2}} (2M - 1) (2K + 1)$ 

Таблица 3. Вычислительная сложность алгоритма K-best

Основным преимуществом алгоритма K-best является его фиксированная, управляемая сложность, которая определяется параметром К. Выбор параметра К подразумевает компромисс между сложностью и точностью демодуляции. Если значение параметра К выбрано очень большим, то требования к сложности будут высокими, но если значение К мало, вероятность исключения правильного решения из списка кандидатов высокая. Значение K обычно выбирают из условия  $K_{best} \geq 2^{K_{bit}}$ , где  $K_{bit}$  – число бит на QAM-символ.

На Рисунке 1 приведены зависимости вычислительной сложности алгоритмов демодуляции для различного числа антенн с использованием модуляции 256QAM модуляции для параметров  $K_{best} = 32$ ,  $K_{bit} = 8$ ,  $p_{max}$ . На графике приведены характеристики алгоритма K-best с параметром K = 32, модифицированного метода Ньютона (8 итераций) и алгоритма MMSE, которые обозначены как Kbest, mNw и MMSE, соответственно.

Как видно из Рисунка 1, вычислительная сложность предложенного итерационного алгоритма и алгоритма MMSE примерно одного порядка, причем с увеличением числа антенн кривые становятся ближе, а сложность алгоритма K-best заметно выше (более, чем в 100 раз).

#### 4. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ДЕМОДУЛЯЦИИ

Для анализа эффективности рассмотренных алгоритмов демодуляции для систем Massive MIMO было проведено их компьютерное моделирование. Проводился анализ эффективности следующих алгоритмов: алгоритм MMSE, предлагаемый алгоритм на основе модифицированного метода Ньютона, алгоритма K-best с характеристиками, наиболее близкими к характеристикам алгоритма ML [12], [16], [24], [26], [27], [28].



**Рис. 1.** Вычислительная сложность модифицированного метода Ньютона и алгоритмов MMSE и K-best для различного числа антенн

В результате были получены графики зависимостей коэффициента ошибочных кадров (Frame Error Ratio – FER) от отношения сигнал/шум в дБ  $(\frac{E_b}{N_0})$  с учетом помехоустойчивого кодирования, представленные на рисунках, для разных сценариев моделирования.

На рисунках введены следующие обозначения: MMSE для алгоритма MMSE, mNw для предлагаемого демодулятора на основе модифицированного метода Ньютона с указанием числа итераций (6, 8, 10, 12, 14, 16) и K-best для алгоритма K-best с указанием значений параметра K(16, 32, 64, 128, 256).

Для получения характеристик помехоустойчивости алгоритмов демодуляции, приведенных на рисунках 2 и 3 использовались следующие условия проведения вычислительного эксперимента:

- система МІМО с конфигурацией антенн 32 × 32, 96 × 96 в режиме пространственного мультиплексирования (Spatial Multiplexing);
- релеевские некоррелированные замирания в радиоканале MIMO;
- модуляция 16QAM, 64QAM;

в качестве помехоустойчивого кодирования использовалось турбокодирование со скоростью 1/2, длина кадра составляла 576 битов; для обработки на приемной стороне использовались демодулятор и турбо-декодер, применяемые в системе LTE-Advanced [26].

Таким образом, в результате применения негауссовской аппроксимации и модифицированного метода Ньютона получен выигрыш по сравнению с алгоритмом MMSE порядка 1,3 дБ на уровне FER=0,01 для конфигурации  $32 \times 32$  при использовании модуляции 16QAM, что видно на Рис. 2. С увеличением порядка модуляции и числа антенн, выигрыш от применения предложенного алгоритма увеличивается до 2,6 дБ на уровне FER=0,01 для конфигурации антенн 96 × 96 при использовании модуляции 64QAM, что видно из Рис. 3.



**Рис. 2.** Помехоустойчивость алгоритмов демодуляции для системы Massive MIMO с модуляцией 16QAM и конфигурацией  $32\times32$ 



**Рис. 3.** Помехоустойчивость алгоритмов демодуляции для системы Massive MIMO с модуляцией 64QAM конфигурацией  $96\times96$ 

Далее сравним результаты моделирования предложенного подхода демодуляции, основанного на негауссовской аппроксимации и модифицированном методе Ньютона, с порядком аппроксимации i = 2 и алгоритма демодуляции K-best [28]. Для показанных далее на рисунках характеристиках использовались следующие условия моделирования:

- система MIMO с конфигурацией антенн  $32 \times 32$ ,  $64 \times 64$ ,  $96 \times 96$  в режиме пространственного мультиплексирования (Spatial Multiplexing);
- релеевские некоррелированные замирания в радиоканале MIMO;
- модуляция 256QAM;
- в качестве помехоустойчивого кодирования использовалось турбокодирование со скоростью 1/2; длина кадра составляла 576 битов;
- Порядок аппроксимации априорного распределения i = 2,

Число перебираемых комбинаций в алгоритме K-best определяется параметром (K = 16, 32, 64, 128, 256) [28], mNw (6, 8, 10, 12, 14, 16) it – алгоритм демодуляции, осуществляющий решение нелинейного уравнения (7) с использованием нелинейного итерационного модифицированного метода Ньютона (16) с числом итераций 6, 8, 10, 12, 14, 16 соответственно [20].



Рис. 4. Помехоустойчивость алгоритмов демодуляции для системы Massive MIMO с модуляцией 256QAM и конфигурацией  $64\times 64$ 

На Рис. 4 – Рис. 6 приведены графики помехоустойчивости показывающие зависимость коэффициента ошибок на кадр (FER, Frame Error Rate) от отношения энергии одного бита и спектральной плотности шума ( $\frac{E_b}{N_0}$ , в дБ) системы с использованием модуляции 256QAM, и мы можем наблюдать выигрыш уже в 6,5 дБ на уровне FER=0,01 для конфигурации 32 × 32 и около 6,9 дБ на уровне FER=0,01 для конфигурации 96 × 96.



**Рис. 5.** Помехоустойчивость алгоритмов демодуляции для системы Massive MIMO с модуляцией 256QAM и конфигурацией  $64\times64$ 



**Рис. 6.** Помехоустойчивость алгоритмов демодуляции для системы Massive MIMO с модуляцией 256QAM и конфигурацией  $64\times64$ 

Анализ графиков показывает, что увеличение числа антенн влечет за собой улучшение характеристик помехоустойчивости и при большем числе антенн помехоустойчивость предложенного алгоритма достигает выигрыша в 6,9 дБ при вероятности ошибочных кадров на уровне FER=0.01 и становится сравнима с результатами алгоритма K-best.

Итогом исследования является вывод о том, что выигрыш в помехоустойчивости предлагаемого алгоритма (mNw при порядке аппроксимации в (5) i = 2 и 12 итерациях для случая 32 антенн) по сравнению с алгоритмом MMSE составляет около 6,5 дБ при FER=0,01, однако при этом алгоритму K-best, он уступает порядка 6 дБ. Для конфигурации с 96 антеннами ситуация заметно меняется и характеристики помехоустойчивости предложенного алгоритма не уступают значениям алгоритма K-best.

Для оценки выигрыша от применения негауссовской аппроксимации в сочетании с модифицированным методом Ньютона был построен комплексный график на плоскости эффективностьсложность, который был получен для *FER*=0,01 и приведен на Рис. 7.

По оси абсцисс откладывается относительная вычислительная сложность между методом MMSE (на графике точка с координатами (1, 0) координат) и предложенным алгоритмом, измеренная в разах по логарифмической шкале.

Правила получения относительной сложности:

- для модифицированного метода Ньютона  $\frac{\text{сложность } mNw}{\text{сложность } Kbest}$ , для алгоритма K-best  $\frac{\text{сложность } Kbest}{\text{сложность } MMSE}$ .

По оси ординат откладывается выигрыш помехоустойчивости в дБ, определяемый следующим образом:

- для модифицированного метода Ньютона  $(SNR_{MMSE} SNR_{mNw})$ ,
- для алгоритма K-best  $(SNR_{MMSE} SNR_{Kbest})$ .

Из Рис. 7 видно, что предложенный алгоритм демодуляции по сравнению с алгоритмом MMSE обеспечивает выигрыш в помехоустойчивости примерно 6 дБ при увеличении сложности обработки в 1,17 раза (всего на 17%), в то же время выигрыш в сложности по сравнению с алгоритмом K-best при той же помехоустойчивости составляет около 500 раз.

#### 5. ВЫВОДЫ

В результате применения негауссовской аппроксимации априорного распределения информационных символов в задаче демодуляции для систем МІМО возможно получение существенного выигрыша в помехоустойчивости по сравнению с алгоритмом MMSE. При использовании нелинейного модифицированного метода Ньютона выигрыш составляет от 1.5 дБ до 6.9 дБ (FER=0,01) по сравнению с алгоритмом MMSE в зависимости от кратности модуляции и числа антенн в системе.

Методом статистического моделирования было доказано, что для более сложных конфигураций систем Massive MIMO с увеличением порядка QAM предложенный алгоритм модифицированного метода Ньютона с использованием негауссовской аппроксимации становится более эффективным и позволяет достичь характеристик алгоритма K-best при существенно меньшей сложности реализации.

Таким образом, найден подход, позволяющий приблизиться к потенциальным характеристикам демодуляции в системе MIMO без перебора комбинаций информационных символов, как в алгоритме K-best (перебор имеет слишком высокую вычислительную сложность). Предлагаемый подход может использоваться в системах 5G и последующих поколений для многопользовательского приема сигналов абонентов [29].



**Рис. 7.** Выигрыш в помехоустойчивости и сложности предлагаемого алгоритма демодуляции по сравнению с алгоритмами K-best и MMSE.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Alsharif, M.H.; Kelechi, A.H.; Albreem, M.A.; Chaudhry, S.A.; Zia, M.S.; Kim, S. Sixth Generation (6G) Wireless Networks: Vision, Research Activities, Challenges and Potential Solutions. Symmetry 2020, 12, 676.
- Han, Y.; Rao, B.D.; Lee, J. Massive Uncoordinated Access with Massive MIMO: A Dictionary Learning Approach. IEEE Trans. Wirel. Commun. 2020, 19, pp. 1320–1332.
- 3. Holma, H., Toskala, A., Nakamura T. 5G Technology: 3GPP New Radio, John Wiley & Sons, 2020.
- 4. Боккуцци Д. Обработка сигналов для беспроводной связи. М.: Техносфера. 2012.
- 5. Бакулин М.Г., Варукина Л.А., Крейнделин В.Б. Технология МІМО: принципы и алгоритмы. М.: Горячая линия-Телеком, 2014.
- 6. Bai L., Choi J. Low Complexity MIMO Detection. N.Y.: Springer, 2012.
- D. Pankratov and A. Stepanova, "Linear and Nonlinear Chebyshev Iterative Demodulation Algorithms for MIMO Systems with Large Number of Antennas,"2019 24th Conference of Open Innovations Association (FRUCT), Moscow, Russia, 2019, pp. 307-3122.
- 8. Прокис Д. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
- M. Wenk, M. Zellweger, A. Burg, N. Felber and W. Fichtner, "K-best MIMO detection VLSI architectures achieving up to 424 Mbps,"2006 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2006, pp. 4 pp.-1154.
- Shirly Edward A. and Malarvizhi S. Modified K-best detection algorithm for MIMO systems, ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, VOL. 10, NO. 5, MARCH 2015, pp. 2284-2288
- Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Степанова А.Г. Новый подход к задачам МІМОдетектирования и многопользовательской демодуляции. Информационные процессы. 2021. Т. 21. № 2. С. 93-107

- Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Степанова А.Г. Итерационный метод демодуляции Massive MIMO при негауссовской аппроксимации. Информационные процессы. 2021. Т. 21. № 3. С. 137-148.
- Э. Сейдж, Дж. Мелс, Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Пер. с англ. под ред. проф. Б.Р. Левина, М.: Связь, 1976.
- 14. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
- Bakulin M.G., Vityazev V.V., Shumov A.P., Kreyndelin V.B., Effective signal detection for the spatial multiplexing MIMO systems. Telecommunications and Radio Engineering. 2018. T. 77. No 13. pp. 1141-1158.
- M. G. Bakulin, V. B. Kreindelin, D. Y. Pankratov and A. G. Stepanova, "Applying a New Approximation to Demodulation in Massive MIMO Systems"2021 Wave Electronics and its Application in Information and Telecommunication Systems (WECONF), 2021, pp. 1-6
- М. Г. Бакулин, В. Б. Крейнделин, В. А. Григорьев, В. О. Аксенов, А. С. Щесняк. Байесовское оценивание с последовательным отказом и учетом априорных знаний // Радиотехника и Электроника, №3, том. 65, 2020, стр. 257-266.
- Перов А.И. Статистическая теория радиотехнических систем. Учеб. пособие для вузов. -М.: Радиотехника, 2003.
- Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика: Учебное пособие для втузов. М.: Высш. шк., 1984.
- Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учеб, пособие для вузов, М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989.– 432 с.– ISBN 5-02-013996-3 стр.193
- 21. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
- 22. Математический энциклопедический словарь. М.: «Сов. энциклопедия», 1988. 847с.
- 23. Тыртышников Е.Е. Матричный анализ и линейная алгебра. М.: Физматлит, 2007.
- 24. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю. Технологии в системах радиосвязи на пути к 5G. М.: Горячая линия Телеком, 2018, 280 с.
- Johanna Ketonen, Markku J. Juntti, Joseph R. Cavallaro, Performance-complexity comparison of receivers for LTE MIMO-OFDM system. Article in IEEE Transactions on Signal Processing, July 2010 pp. 3360-3370.
- 3GPP TS 36.211 V15.10.0 (2020-06) 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical channels and modulation (Release 15), 2020.
- Ibrahim A. Bello, Basel Halak, Mohammed El-Hajjar, Mark Zwolinski, VLSI Implementation of a Fully-Pipelined K-best MIMO Detector with Successive Interference Cancellation Circuits, Systems, and Signal Processing (2019), pp.1-23.
- M. Bakulin, V. Kreyndelin, A. Rog, D. Petrov, S. Melnik, MMSE Based K-best Algorithm for Efficient MIMO Detection, in 9th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), Munich, Germany, 4-6 November, 2017
- Manish Mandloi, Devendra Gurjar, Prabina Pattanayak, Ha Nguyen. 5G and Beyond Wireless Systems. PHY Layer Perspective. Singapore: Springer, 2021, 425 p.

# Analysis of Demodulation Efficiency and Complexity Using Non-Gaussian Approximation in Massive MIMO Systems

# M.G. Bakulin, V.B. Kreyndelin, D.Yu. Pankratov, A.G. Stepanova

The use of large number of antennas (Massive MIMO systems) gives huge advantages to modern communication systems in achieving a high data rate, spectral efficiency, and large number of simultaneously connected users. However, the increase in the number of antennas leads to high computational complexity of the demodulation algorithms, and the problem is exacerbated when higher order modulation schemes are used. As a result, there is a need to synthesize new demodulation algorithms with good noise immunity characteristics and acceptable computational complexity for practical implementation in Massive MIMO systems. In previous works, an approach was proposed for applying a non-Gaussian approximation of the prior distribution of the estimated parameters and a modified Newton's method for demodulation in communication systems with large number of antennas. In this paper, we study the noise immunity of the proposed demodulation algorithm for a different number of antennas and different modulation orders, as well as evaluate its computational complexity. Comparison of the characteristics of the proposed demodulation algorithm with the well-known MMSE and K-best algorithms confirms the effectiveness of proposed non-Gaussian approximation approach in combination with the modified Newton's method for demodulation in Massive MIMO systems.

**KEYWORDS:** Massive MIMO, 5G, 6G, noise immunity of demodulation algorithms, non-Gaussian approximation, modified Newton's method, computational complexity