

Индивидуальная пропускная способность канала в системе связи с неортогональным множественным доступом

М.Г. Бакулин, Т.Б.К. Бен Режеб, В.Б. Крейнделин, Д.Ю. Панкратов,
А.Э. Смирнов

Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия
m.g.bakulin@gmail.com, benrejebt@yandex.ru, vitkrend@gmail.com, dpankr@mail.ru,
smirnov.al.ed@gmail.com

Поступила в редколлегию 01.03.2023

Аннотация—Целью данной статьи является анализ пропускной способности дискретно-непрерывного канала связи (ДН-канала) применительно к системам с неортогональным множественным доступом (NOMA – Non-Orthogonal Multiple Access). В работе получено выражение для индивидуальной взаимной информации дискретно-непрерывного канала в системах связи с неортогональным доступом, позволяющее проводить анализ пропускной способности ДН-канала индивидуально для абонентов систем NOMA. Показана его эффективность для анализа групповых сигналов систем NOMA, приведены примеры использования, получены характеристики пропускной способности для абонентов NOMA.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Пропускная способность, формула Шеннона, взаимная информация, непрерывный канал, дискретно-непрерывный канал, NOMA, множественный доступ, неортогональный множественный доступ, цифровые системы связи, системы 5G, системы 6G.

DOI: 10.53921/18195822_2023_23_1_148

1. ВВЕДЕНИЕ

Информационно-теоретические аспекты технологий многостанционного доступа, посвящённые анализу пропускной способности, были в общем виде рассмотрены в работах Галлагера [1], [2]. Предыстория технологии NOMA тесно связана с задачами множественного доступа и теоретическими работами по передаче дискретных сообщений со скоростями выше, чем скорости Найквиста (Faster-than-Nyquist) [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], иерархической модуляции [10], [11], [12] и суперпозиционном кодировании [13], [14], [15], [16]. Широкий интерес к технологии NOMA объясняется её возможностями увеличения числа активных абонентов систем беспроводной связи и суммарной пропускной способности [17], [18], [19], [20], [21] [22]. Возможность практической реализации технологии NOMA в системах беспроводной связи обеспечивается алгоритмами многопользовательской демодуляции [23], [24], [25], [26], [27], [28].

В фундаментальной работе по теории связи [29] К. Шеннона для получения известной формулы пропускной способности канала связи используется максимизация взаимной информации по всем возможным распределениям вероятности информационного источника. В результате получается, что максимум пропускной способности наблюдается для непрерывного источника информации с гауссовским распределением вероятностей.

При реализации систем с неортогональным множественным доступом используются свойства негауссовости и дискретности сообщений [27]. Именно дискретность позволяет разделить

несколько сигналов, передаваемых по каналу связи в одном ортогональном ресурсе (например, в одной полосе частот или в одном временном интервале). В наиболее известной разновидности NOMA с разделением по мощности дискретность передаваемых сигналов позволяет выделить в групповом сигнале наиболее «сильный» сигнал и, после получения жёсткой оценки, полностью его компенсировать [28]. Для гауссовского источника сообщений при линейном канале связи такая процедура не приводит к подобным результатам, так как обработка остаётся линейной и увеличение числа абонентов в многопользовательской системе не приводит к существенному увеличению суммарной пропускной способности. Поэтому использование традиционной формулы пропускной способности для гауссовского канала связи не подходит для анализа и оптимизации систем NOMA.

В работах [30], [31] получены выражения для пропускной способности систем связи с многоуровневыми сигналами, а в работах [32], [33] теория Шеннона использована для анализа и исследования пропускной способности векторных дискретных каналов. В данной статье аналогичный подход использован с целью получения выражения для взаимной информации системы связи с ДН-каналом, в частности, для систем связи с NOMA, которое удобно использовать для анализа с помощью метода Монте-Карло [34], [35]. Приводятся примеры использования пропускной способности ДН-канала для анализа эффективности и сравнения разных вариантов построения систем NOMA, которые показывают возможность проведения их оптимизации с учетом индивидуальных условий передачи информации по ДН-каналу для отдельных абонентов.

2. МОДЕЛИ СИСТЕМЫ NOMA

Рассмотрим обобщенную модель системы NOMA для восходящей и нисходящей линий связи, которая отражает формирование групповых сигналов NOMA и их передачу по радиоканалу. В общем случае принимаемый групповой сигнал в системе NOMA (для разных разновидностей NOMA) можно представить в следующем виде:

$$y_n = h_{n,1}w_{n,1}s_{n,1}^{(j_1)} + h_{n,2}w_{n,2}s_{n,2}^{(j_2)} + \dots + h_{nk}w_{nk}s_{nk}^{(j_k)} + \dots + h_{nK}w_{nK}s_{nK}^{(j_K)} + \eta_n, \quad (1)$$

где $n = \overline{1, N}$ – номер ресурса; N – общее число используемых ресурсов; h_{nk} – комплексный коэффициент передачи канала для k -го абонента в n -м ресурсе, в общем случае он может включать множитель, учитывающий распределение мощности между пользователями; $s_{nk}^{(j_k)} \in \mathbb{S}_{nk}$ – комплексный символ k -го абонента, передаваемый по n -му ресурсу, соответствующий $j_k \in \{0, 1, \dots, 2^{M_k} - 1\}$ -й передаваемой комбинации M_k кодированных информационных битов; $\mathbb{S}_{nk} - 2^{M_k}$ -мерное множество точек созвездия k -го абонента, используемого для передачи информации по n -му ресурсу; w_{nk} – элемент кодовой последовательности k -го абонента для n -го ресурса (для разновидностей NOMA с кодовым разделением); η_n – комплексный гауссовский шум наблюдения с нулевым средним и дисперсией $2\sigma_\eta^2$; K – число абонентов в системе NOMA.

Модель (1) можно переписать в векторно-матричном виде:

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{dk} \mathbf{W}_{dk} \mathbf{s}_k^{(j_k)} + \boldsymbol{\eta}, \quad (2)$$

где $\mathbf{s}_k^{(j_k)}$ – вектор модулированных символов k -го абонента, соответствующий j_k -й передаваемой комбинации информационных битов; $\mathbf{W}_{d,k}$ – диагональная матрица, размером $(N \times N)$,

диагональные элементы которой являются элементами кодовой последовательности k -го абонента w_{nk} , $n = \overline{1, N}$; \mathbf{H}_{dk} – диагональная матрица канала для k -го абонента, диагональные элементы h_{nk} , $n = \overline{1, N}$ которой являются коэффициентами передачи канала для k -го абонента; \mathbf{y} – вектор наблюдений по всем ресурсам размерности $N \times 1$; $\boldsymbol{\eta}$ – вектор отсчётов шума наблюдения размерности $N \times 1$, являющийся вектором комплексных гауссовских случайных величин с нулевым вектором математических ожиданий и корреляционной матрицей $\mathbf{R}_{\boldsymbol{\eta}} = 2\sigma_{\boldsymbol{\eta}}^2 \mathbf{I}_N$. В модели (2) предполагается, что шум наблюдения по всем ресурсам некоррелированный и имеет одинаковые параметры распределения.

Модель (2) является обобщённой моделью принимаемого группового сигнала системы NOMA и из неё могут быть получены частные случаи, такие как: модель для линии «вниз» и для линии «вверх», модель для прореженных последовательностей (LDS – Low Density Spreading) или с набором кодовых последовательностей (WSMA – Welch-bound equality Spread Multiple Access), модель с набором шаблонов (PDMA – Pattern Division Multiple Access), модель для разновидностей NOMA с многомерными созвездиями (SCMA – Sparse Code Multiple Access), модель для NOMA с разделением по мощности и т.д. Для простоты дальнейшего изложения допустим, что все пользователи используют модуляцию одного порядка, т.е. $M_k = M$.

Осуществляя дальнейшее обобщение, можно показать, что модель (2) для любой разновидности NOMA может быть приведена к виду:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}_{eq} \mathbf{x}^{(J)} + \boldsymbol{\eta}, \quad (3)$$

где $\mathbf{x}^{(J)}$ – групповой вектор, объединяющий модулированные символы всех пользователей, передаваемых по всем ресурсам, принимающий 2^{MK} дискретных значений; $J \in \{0, 1, 2, \dots, 2^{MK} - 1\}$ – номер переданной комбинации группового вектора $\mathbf{x}^{(J)}$, соответствующий различным сочетаниям комбинаций вектора индивидуальных символов $\mathbf{s}_k^{(j_k)}$, $j_k \in \{0, 1, 2, \dots, 2^M - 1\}$, $k = \overline{1, K}$; \mathbf{H}_{eq} – эквивалентная матрица канала для системы NOMA.

Следует отметить, что между номером комбинации J и номерами комбинаций (j_1, j_2, \dots, j_K) существует однозначное соответствие, которое описывается выражением:

$$J = j_1 + 2^M j_2 + \dots + 2^{(k-1)M} j_k + \dots + 2^{(K-1)M} j_K. \quad (4)$$

Если ограничиться рассмотрением разновидностей NOMA с одномерными созвездиями, к которым относятся практически все разновидности, кроме SCMA, то для модели (3) имеем: $\mathbf{x}^{(J)} \triangleq [s_1^{(j_1)} \dots s_K^{(j_K)}]^T$ – K -мерный вектор символов, $\mathbf{H}_{eq} \triangleq \mathbf{H}_{\Sigma} \odot \mathbf{W}_{\Sigma}$ – эквивалентная матрица канала, размером $(N \times K)$, $\mathbf{H}_{\Sigma} \triangleq [h_1 \dots h_k \dots h_K]$, h_k – N -мерный вектор-столбец множителей канала k -ого пользователя по всем ресурсам, $\mathbf{W}_{\Sigma} \triangleq [\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_k \dots \mathbf{w}_K]$ – матрица кодовых последовательностей размера $N \times K$, $\mathbf{w}_k = [w_{1,k} \dots w_{n,k} \dots w_{N,k}]^T$ – N -мерный вектор-столбец с элементами кодовой последовательности k -ого пользователя (возможно, разреженной). Знак \odot обозначает операцию поэлементного умножения матриц.

3. СУММАРНАЯ ПРОПУСКНАЯ СПОСОБНОСТЬ ДН-КАНАЛА

Согласно Шеннону, суммарная пропускная способность непрерывного канала определяется разностью между априорной и апостериорной энтропиями, т.е. взаимной информацией [7], [29]:

$$\begin{aligned}
I_{X;Y} &= \mathbf{H}_X - \mathbf{H}_{X|Y} = \mathbf{H}_Y - \mathbf{H}_{Y|X} = \\
&= \int_{\mathbf{y}} \int_{\mathbf{x}} p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) p(\mathbf{x}) \log \left(\frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{x})}{p(\mathbf{y})} \right) d\mathbf{y} d\mathbf{x}.
\end{aligned} \tag{5}$$

Для того, чтобы определить пропускную способность канала связи без памяти на один символ, необходимо найти максимум выражения (5) по всем возможным априорным распределениям $p(\mathbf{x})$, т.е. $C = \max_{p(\mathbf{x})} I_{X;Y}$. В работе Шеннона [29] показано, что максимум взаимной информации наблюдается при гауссовском источнике информации. Для этого случая было получено широко используемое на практике выражение для пропускной способности векторного канала связи [36], [37]:

$$C = \max_{p(\mathbf{x})} I_{X;Y} = \log \det \left(\mathbf{I}_N + \frac{1}{2\sigma_\eta^2} \mathbf{H}_{eq} \mathbf{H}_{eq}' \right). \tag{6}$$

Для случая передачи дискретного сообщения $J \in \{0, 1, 2, \dots, 2^{MK} - 1\}$ с априорным распределением вероятностей $P(J)$ можно получить аналогичное выражение для взаимной информации:

$$I_{J;Y} = H_Y - H_{Y|J} = \sum_{J=0}^{2^{MK}-1} \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}|J) P(J) \log \left(\frac{p(\mathbf{y}|J)}{p(\mathbf{y})} \right) d\mathbf{y}, \tag{7}$$

где $p(\mathbf{y}) = \sum_{J=0}^{2^{MK}-1} p(\mathbf{y}|J) P(J)$.

Функция правдоподобия $p(\mathbf{y}|J)$ определяется уравнением наблюдения и для модели (3) имеет вид:

$$p(\mathbf{y}|J) = p(\mathbf{y}|x^{(J)}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_\eta^2)^N} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_{eq}\mathbf{x}^{(J)}\|^2 \right). \tag{8}$$

Для равновероятных априорных комбинаций имеем $p(J) = \frac{1}{2^{KM}}$. В этом случае условная и априорная энтропии будут определяться выражениями:

$$\begin{aligned}
H_{Y|J} &\triangleq -\frac{1}{2^{MK}} \sum_{J=0}^{2^{MK}-1} \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}|J) \log(p(\mathbf{y}|J)) d\mathbf{y} = \\
&= \log(2\pi\sigma_\eta^2)^N + \frac{1}{2^{MK}} \sum_{J=0}^{2^{MK}-1} \int_{\mathbf{y}} \left(\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_{eq}\mathbf{x}^{(J)}\|^2 \right) p(\mathbf{y}|J) d\mathbf{y} = \\
&= \log(2\pi\sigma_\eta^2)^N + \frac{1}{2^{MK}} \sum_{J=0}^{2^{MK}-1} \int_{\boldsymbol{\eta}} \left(\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \|\boldsymbol{\eta}\|^2 \right) p(\boldsymbol{\eta}) d\boldsymbol{\eta} = \\
&= N \log(2\sigma_\eta^2\pi) + N,
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
H_Y &= -\frac{1}{2^{MK}} \sum_{J=0}^{2^{MK}-1} \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}|J) \log \left(\frac{1}{2^{MK}} \sum_{I=0}^{2^{MK}-1} p(\mathbf{y}|I) \right) d\mathbf{y} = \\
&= N \log(2\sigma_\eta^2 \pi) - \frac{1}{2^{MK}} \sum_{J=0}^{2^{MK}-1} \int_{\mathbf{y}} \left(\frac{1}{(2\pi\sigma_\eta^2)^N} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_{eq} \mathbf{x}^{(J)}\|^2 \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times \log \left(\frac{1}{2^{MK}} \sum_{I=0}^{2^{MK}-1} \exp \left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}_{eq} \Delta \mathbf{x}^{(IJ)}\|^2 \right) \right) \right) d\mathbf{y}. \tag{10}
\end{aligned}$$

Подставляя (9) и (10) в (7), получим выражение для взаимной информации дискретно-непрерывного канала с гауссовским шумом:

$$I_{J;Y} = -N - \mathfrak{J}_{J;Y}, \tag{11}$$

где введено следующее обозначение

$$\begin{aligned}
\mathfrak{J}_{J;Y} &\triangleq \frac{1}{2^{KM}} \sum_{J=0}^{2^{KM}-1} \left(\int_{\mathbf{y}} \frac{1}{(2\pi\sigma_\eta^2)^N} \exp \left(-\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{H}_{eq} \mathbf{x}^{(J)}\|^2}{2\sigma_\eta^2} \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times \log \left(\frac{1}{2^{KM}} \sum_{I=0}^{2^{KM}-1} \exp \left(-\frac{\|\mathbf{y} - \mathbf{H}_{eq} \Delta \mathbf{x}^{(IJ)}\|^2}{2\sigma_\eta^2} \right) \right) \right) d\mathbf{y}, \tag{12}
\end{aligned}$$

Выражение (12) можно преобразовать к виду, удобному для использования метода Монте-Карло:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{J}_{J;Y} &= \frac{1}{2^{KM}} \sum_{J=0}^{2^{KM}-1} \left(\int_{\mathbf{z}_I} \frac{1}{(2\pi\sigma_\eta^2)^N} \exp \left(-\frac{\|\mathbf{z}_J\|^2}{2\sigma_\eta^2} \right) \times \right. \\
&\quad \left. \times \log \left(\frac{1}{2^{KM}} \sum_{I=0}^{2^{KM}-1} \exp \left(-\frac{\|\mathbf{z}_J - \mathbf{H}_{eq} \Delta \mathbf{x}^{(IJ)}\|^2}{2\sigma_\eta^2} \right) \right) \right) d\mathbf{z}, \tag{13}
\end{aligned}$$

где \mathbf{z}_J – n -мерный вектор комплексных гауссовских случайных величин с нулевым вектором математических ожиданий и корреляционной матрицей $\mathbf{R}_z = 2\sigma_\eta^2 \mathbf{I}_N$, $\Delta \mathbf{x}^{(IJ)} = \mathbf{x}^{(I)} - \mathbf{x}^{(J)}$.

Выражение (13) можно выразить через оператор усреднения (оператор вычисления математического ожидания):

$$\mathfrak{J}_{J;Y} = E_{J, \mathbf{z}_J} \left\{ \log \left(\frac{1}{2^{KM}} \sum_{I=0}^{2^{KM}-1} \exp \left(-\frac{\|\mathbf{z}_J - \mathbf{H}_{eq} \Delta \mathbf{x}^{(IJ)}\|^2}{2\sigma_\eta^2} \right) \right) \right\}, \tag{14}$$

где одновременно осуществляется усреднение по дискретной случайной величине J , равномерно распределённой по множеству значений $\{0, 1, 2, \dots, 2^{MK} - 1\}$, и вектору гауссовских случайных величин \mathbf{z}_J .

При случайной матрице канала значение $\mathfrak{J}_{J;Y}$ и, следовательно, взаимная информация $I_{J;Y}$ также будут случайными величинами. Для получения среднего значения их также надо усреднить по всем случайным параметрам канала. Все операции усреднения можно реализовать в одном общем цикле программы моделирования.

В итоге получим приближённую формулу для вычисления пропускной способности дискретно-непрерывного канала методом Монте-Карло:

$$\bar{I}_{J;Y} \approx -N - \frac{1}{N_{MC}} \sum_{n=1}^{N_{MC}} \log \left(\frac{1}{2^{KM}} \sum_{J=0}^{2^{KM}-1} \exp \left(-\frac{\|\mathbf{z}_n - \mathbf{H}_{eqn} \Delta \mathbf{x}^{(I_n J)}\|^2}{2\sigma_\eta^2} \right) \right), \quad (15)$$

где N_{MC} – объём статистики метода Монте-Карло, I_n – значение дискретной случайной величины $I \in \{0, 1, 2, \dots, 2^{KM} - 1\}$ на n -й реализации вычислений методом Монте-Карло.

Взаимная информация $I_{J;Y}$, рассчитанная в соответствии с (13) или (14), характеризует суммарную пропускную способность ДН-канала связи и может использоваться как для многопользовательских систем, так и для однопользовательских систем. Однако, она не отражает информацию о пропускной способности ДН-канала для каждого отдельного пользователя, что может привести к ущемлению интересов пользователей со «слабыми» каналами. Для анализа индивидуальной пропускной способности ДН-канала в многопользовательских системах связи нужно использовать взаимную информацию каждого пользователя.

Запишем модель наблюдения (3) с учетом наличия многих пользователей:

$$\mathbf{y} = \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_{eq,k} s_k^{(j_k)} + \boldsymbol{\eta}, \quad (16)$$

где $\mathbf{h}_{eq,k} \triangleq \mathbf{h}_k \odot \mathbf{w}_k$ – эквивалентный вектор канала для k -го пользователя.

Индивидуальная пропускная способность канала связи для k -го абонента, согласно определению, может быть вычислена следующим образом:

$$\begin{aligned} I_{j_k;Y} &= \mathbf{H}_{Y,k} - \mathbf{H}_{Y|j_k} = \\ &= - \sum_{j_k=0}^{2^M-1} \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y} | j_k) P(j_k) \log(p(\mathbf{y})) \mathbf{d}\mathbf{y} + \\ &+ \sum_{j_k=0}^{2^M-1} \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y} | j_k) P(j_k) \log(p(\mathbf{y} | j_k)) \mathbf{d}\mathbf{y}, \end{aligned} \quad (17)$$

где $p(\mathbf{y} | j_k)$ – функция правдоподобия для k -го пользователя, полученная путем усреднения общей функции правдоподобия по априорным распределениям других пользователей.

Введём следующие обозначения $J_{-k} \leftrightarrow (j_1, j_2, \dots, j_{k-1}, j_{k+1}, \dots, j_K)$ – дискретная случайная величина, принимающая одно из $2^{(K-1)M}$ состояний и соответствующая различным сочетаниям номеров комбинаций всех-пользователей за исключением k -го, $\mathbf{H}_{eq,-k}$ – эквивалентная матрица канала для всех пользователей, кроме k -го, $\mathbf{x}_{-k}^{(J_{-k})} \triangleq [s_1^{(j_1)} \dots s_{k-1}^{(j_{k-1})} \dots s_{k+1}^{(j_{k+1})} \dots s_K^{(j_K)}]^T$ – K -мерный вектор символов всех пользователей, кроме k -го. Тогда общую функцию правдоподобия можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
p(\mathbf{y} | J_{-k}, j_k) &= p(\mathbf{y} | \mathbf{x}_{-k}^{(J_{-k})}, s_k^{(j_k)}) = \\
&= \frac{1}{(2\pi\sigma_\eta^2)^N} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_\eta^2} \left\| \mathbf{y} - h_{eq,k} s_k^{(j_k)} - \mathbf{H}_{eq,-k} \mathbf{x}_{-k}^{(J_{-k})} \right\|^2\right).
\end{aligned} \tag{18}$$

Функция правдоподобия для k -го пользователя находится путем усреднения по дискретной случайной величине J_{-k} , т.е. имеем:

$$p(\mathbf{y} | j_k) = \sum_{J_{-k}} p(\mathbf{y} | J_{-k}, j_k) P(J_{-k}). \tag{19}$$

Можно показать, что энтропия наблюдения для каждого пользователя $\mathbf{H}_{Y,k}$ будет одинаковая, т.е.:

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_{Y,k} &\triangleq - \int_{\mathbf{y}} \left(\sum_{j_k=0}^{2^M-1} p(\mathbf{y} | j_k) P(j_k) \right) \log \left(\sum_{j_k=0}^{2^M-1} p(\mathbf{y} | j_k) P(j_k) \right) \mathbf{d}\mathbf{y} = \\
&= - \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y}) \log(p(\mathbf{y})) \mathbf{d}\mathbf{y} \triangleq \mathbf{H}_Y,
\end{aligned} \tag{20}$$

и при равновероятном априорном распределении для всех пользователей и модели канала вида (16) будет определяться выражением (10).

Преобразуем выражение для условной энтропии:

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}_{Y|j_k} &= - \sum_{j_k=0}^{2^M-1} \int_{\mathbf{y}} p(\mathbf{y} | j_k) P(j_k) \log(p(\mathbf{y} | j_k)) \mathbf{d}\mathbf{y} = \\
&= - \int_{\mathbf{y}} \left(\sum_{j_k=0}^{2^M-1} \sum_{J_{-k}} p(\mathbf{y} | J_{-k}, j_k) P(j_k) P(J_{-k}) \right) \log \left(\sum_{J_{-k}} p(\mathbf{y} | J_{-k}, j_k) P(J_{-k}) \right) \mathbf{d}\mathbf{y} = \\
&= N \log(2\pi\sigma_\eta^2) - \mathfrak{S}_{j_k;Y},
\end{aligned} \tag{21}$$

где введено обозначение:

$$\begin{aligned}
\mathfrak{S}_{j_k;Y} &\triangleq \frac{1}{2^M} \sum_{j_k=0}^{2^M-1} \left(\int_{\mathbf{y}} \frac{1}{2^{(K-1)M}} \sum_{J_{-k}} \frac{1}{(2\pi\sigma_\eta^2)^N} \exp\left(-\frac{\left\| \mathbf{y} - h_{eq,k} s_k^{(j_k)} - \mathbf{H}_{eq,-k} \mathbf{x}_{-k}^{(J_{-k})} \right\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right) \times \right. \\
&\times \log \left(\frac{1}{2^{(K-1)M}} \sum_{I_{-k}} \exp\left(-\frac{\left\| \mathbf{y} - h_{eq,k} s_k^{(j_k)} - \mathbf{H}_{eq,-k} \Delta \mathbf{x}_{-k}^{(I_{-k}, J_{-k})} \right\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right) \right) \mathbf{d}\mathbf{y} = \\
&= E_{J_{-k}, \mathbf{z}_{J_{-k}}} \left\{ \log \left(\frac{1}{2^{(K-1)M}} \sum_{I_{-k}} \exp\left(-\frac{\left\| \mathbf{y} - h_{eq,k} s_k^{(j_k)} - \mathbf{H}_{eq,-k} \Delta \mathbf{x}_{-k}^{(I_{-k}, J_{-k})} \right\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right) \right) \right\}.
\end{aligned} \tag{22}$$

Выражение (22) можно преобразовать к виду, удобному для использования метода Монте-Карло:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{S}_{j_k;Y} &\triangleq \frac{1}{2^M} \sum_{j_k=0}^{2^{M-1}} \left(\int_{\mathbf{y}} \frac{1}{2^{(K-1)M}} \sum_{J_{-k}} \frac{1}{(2\pi\sigma_\eta^2)^N} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{z}_{J_{-k},j_k}\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right) \times \right. \\
 &\times \log\left(\frac{1}{2^{(K-1)M}} \sum_{I_{-k}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{z}_{J_{-k},j_k} - \mathbf{H}_{eq,-k} \Delta \mathbf{x}_{-k}^{(I_{-k},J_{-k})}\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right)\right) \mathbf{d}\mathbf{y} = \\
 &= E_{J_{-k}; \mathbf{z}_{J_{-k}}} \left\{ \log\left(\frac{1}{2^{(K-1)M}} \sum_{I_{-k}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{z}_{J_{-k}} - \mathbf{H}_{eq,-k} \Delta \mathbf{x}_{-k}^{(I_{-k},J_{-k})}\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right)\right) \right\},
 \end{aligned} \tag{23}$$

где $\mathbf{z}_{J_{-k}}$ – n -мерный вектор комплексных гауссовских случайных величин с нулевым вектором математических ожиданий и корреляционной матрицей $\mathbf{R}_z = 2\sigma_\eta^2 \mathbf{I}_N$, $\Delta \mathbf{x}_{-k}^{(I_{-k},J_{-k})} = \mathbf{x}_{-k}^{(I_{-k})} - \mathbf{x}_{-k}^{(J_{-k})}$.

В (23) усреднение осуществляется и по дискретной случайной величине J_{-k} , равномерно распределённой по всему $2^{(K-1)M}$ -мерному множеству значений, и вектору гауссовских случайных величин $\mathbf{z}_{J_{-k}}$. С учетом этого выражения, а также учитывая выражение (14), получим алгоритм вычисления взаимной информации для k -ого пользователя:

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{j_k;Y} &\approx \frac{1}{N_{MC}} \sum_{n=1}^{N_{MC}} \log\left(\frac{1}{2^{(K-1)M}} \sum_{J_{-k}} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{z}_n - \mathbf{H}_{eq,-k,n} \Delta \mathbf{x}_{-k}^{(I_{-k,n},J_{-k})}\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right)\right) - \\
 &\frac{1}{N_{MC}} \sum_{n=1}^{N_{MC}} \log\left(\frac{1}{2^{KM}} \sum_{J=0}^{2^{KM}-1} \exp\left(-\frac{\|\mathbf{z}_n - \mathbf{H}_{eq,n} \Delta \mathbf{x}^{(I_n,J)}\|^2}{2\sigma_\eta^2}\right)\right),
 \end{aligned} \tag{24}$$

где N_{MC} – объём статистики метода Монте-Карло, $I_{-k,n}$ – значение дискретной случайной величины на n -й реализации вычислений методом Монте-Карло.

Следует отметить, что во всех полученных выражениях для взаимной информации и их преобразованиях использовалась логарифмическая функция по основанию e (натуральный логарифм), что соответствует измерению взаимной информации и связанной с ней пропускной способности в единицах, известных как *нат* [38], приходящихся на один векторный отсчёт или один многомерный символ. Это было сделано для сокращения записи и упрощения преобразований. Для измерения информации в битах, нужно использовать логарифмирование по основанию 2, т.е. использовать следующее преобразование:

$$I_{2,J;Y} = \frac{I_{J;Y}}{\log 2}, \text{ бит.} \tag{25}$$

Для сравнения пропускной способности гауссовского канала с пропускной способностью ДН-канала, связанной в данном случае с взаимной информацией, рассмотрим следующий пример. Пусть имеется следующая модель со скалярным наблюдением:

$$y = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=1}^K h_k s_k^{(j_k)} + \eta, \tag{26}$$

где h_k – комплексная гауссовская случайная величина с нулевым средним и единичной дисперсией. Ограничимся рассмотрением случая с QPSK-модуляцией, т.е. $s_k^{(jk)} \in \left\{ e^{\frac{\pi}{4}}, e^{\frac{3\pi}{4}}, e^{-\frac{3\pi}{4}}, e^{-\frac{\pi}{4}} \right\}$.

Уравнение (26) в упрощённом виде описывает модель системы связи с пространственным мультиплексированием с MISO-каналом с независимыми релейскими замираниями и фиксированной излучаемой мощностью. На рисунке 1 приведены зависимости взаимной информации от отношения сигнал/шум для дискретно-непрерывного и гауссовского каналов и разного числа пользователей.

Здесь в качестве единицы измерения пропускной способности используется бит/отсчёт, поскольку наблюдение представляет собой последовательность одномерных отсчётов.

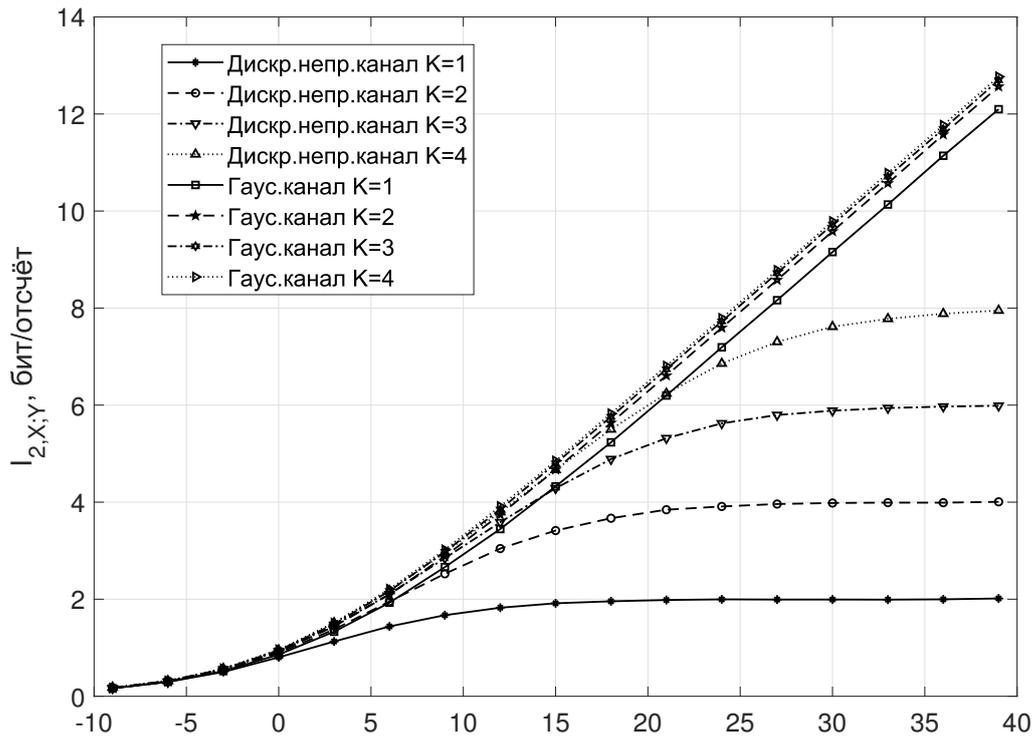


Рис. 1. Зависимость взаимной информации от отношения сигнал/шум для ДН-канала и гауссовского канала

Здесь видно, что для ДН-канала при высоких отношениях сигнал/шум увеличение числа пользователей приводит к увеличению взаимной информации, а для гауссовского канала взаимная информация увеличивается незначительно. На основании анализа взаимной информации векторного гауссовского канала обычно делается вывод, о том, что пространственное мультиплексирование эффективно только когда число приемных и передающих антенн одинаковое [36]. В то время как из анализа взаимной информации ДН-канала видно, что даже при использовании всего одной приемной антенны увеличение числа передающих антенн при пространственном мультиплексировании позволяет увеличить пропускную способность ДН-канала.

4. АНАЛИЗ ПРОПУСКНОЙ СПОСОБНОСТИ СИСТЕМ NOMA С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЗАИМНОЙ ИНФОРМАЦИИ ДН-КАНАЛА

Рассмотрим анализ пропускной способности (взаимной информации) и возможности оптимизации восходящей линии системы NOMA с использованием формул (15) и (24). Пусть

имеется система NOMA с K абонентами и N ортогональными ресурсами для случая, когда коэффициент загрузки канала связи $\gamma = \left(\frac{K}{N}\right) \geq 1$. Как уже отмечалось, уравнение (16) может использоваться для описания множества разновидностей технологии NOMA, например, таких как LDS-CDMA, LDS-OFDM, PDMA, WSMA и даже PD-NOMA [39], [40], [42], [44]. Все эти разновидности будут различаться представлением матрицы кодовых последовательностей $\mathbf{W}_\Sigma \triangleq [\mathbf{w}_1 \dots \mathbf{w}_k \dots \mathbf{w}_K]$ или самих кодовых векторов $\mathbf{w}_k = [w_{1,k} \dots w_{n,k} \dots w_{N,k}]^T$. В простейшем случае матрица кодовых последовательностей может представлять собой матрицу с нулевыми и единичными элементами, так называемый шаблон. Например, для разновидностей LDS, PDMA или SCMA часто используется шаблон следующего вида [41], [43]:

$$\mathbf{W}_\Sigma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

В данном случае матрица \mathbf{W}_Σ описывает функцию распределения сигналов пользователей по ресурсам, т.е. фактически является матрицей распределения ресурсов \mathbf{R} , которая может быть описана соответствующим графом Таннера [41], [44]. Матрица (27) соответствует конфигурации с 6 пользователями и 4-мя ресурсами, т.е. с коэффициентом перегрузки системы $\gamma = 1,5$ (150%). Нетрудно заметить, что здесь каждый пользователь использует только 2 ресурса и в каждом ресурсе наблюдаются сигналы только 3 пользователей, т.е. систем равнозначна как для каждого пользователя, так и для каждого ресурса.

Более гибкой может оказаться система, когда пользователям могут выделяться разное число ресурсов. Такие конфигурации чаще используются в системах NOMA с разновидностью PDMA. Например, в [41] приводится следующая матрица шаблона:

$$\mathbf{W}_\Sigma = \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Здесь видно, что первому абоненту выделено 4 ресурса, второму 3, третьему и четвертому по 2 ресурса, а пятому и шестому по одному. Эта матрица соответствует конфигурации: 4 ресурса на 6 абонентов. Следует отметить, что мощность каждого пользователя в данном случае дополнительно нормируется с учетом числа ресурсов, по которым распределяется сигнал. Коэффициент нормировки здесь не показан, но он учитывается в соответствующих множителях матрицы канала \mathbf{H}_Σ . Используем для анализа индивидуальной пропускной способности каждого пользователя полученное выражение (24).

На рисунке 2 приведены зависимости взаимной информации каждого пользователя от отношения сигнал/шум для ДН-канала с независимыми релейскими замираниями системы PDMA 4x6 с кодовой матрицей вида (28). На рисунке 3 приведены аналогичные зависимости для канала с дружными релейскими замираниями, т.е. все множители канала для одного пользователя по всем ресурсам одинаковые.

На этих рисунках хорошо видно, что пользователи имеют разные зависимости. Разброс значений отношения сигнал/шум для разных пользователей, имеющих одинаковую взаимную информацию (реальную скорость передачи) в области значений 85%-95% от максимальной, составляет 3 дБ при некоррелированных замираниях и 2 дБ при дружных замираниях. Причем, если в первом случае наихудшее значение имеет абонент по. 5 (ресурс 3), то во втором

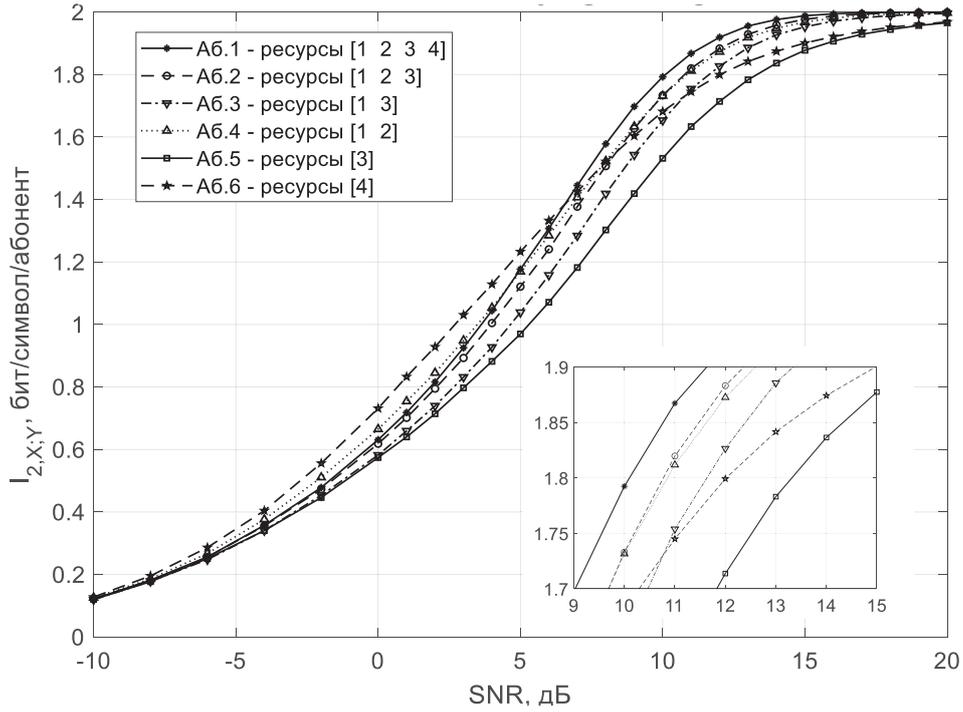


Рис. 2. Зависимости взаимной информации каждого пользователя от отношения сигнал/шум для ДН-канала системы PDMA 4x6 с независимыми релейскими замираниями

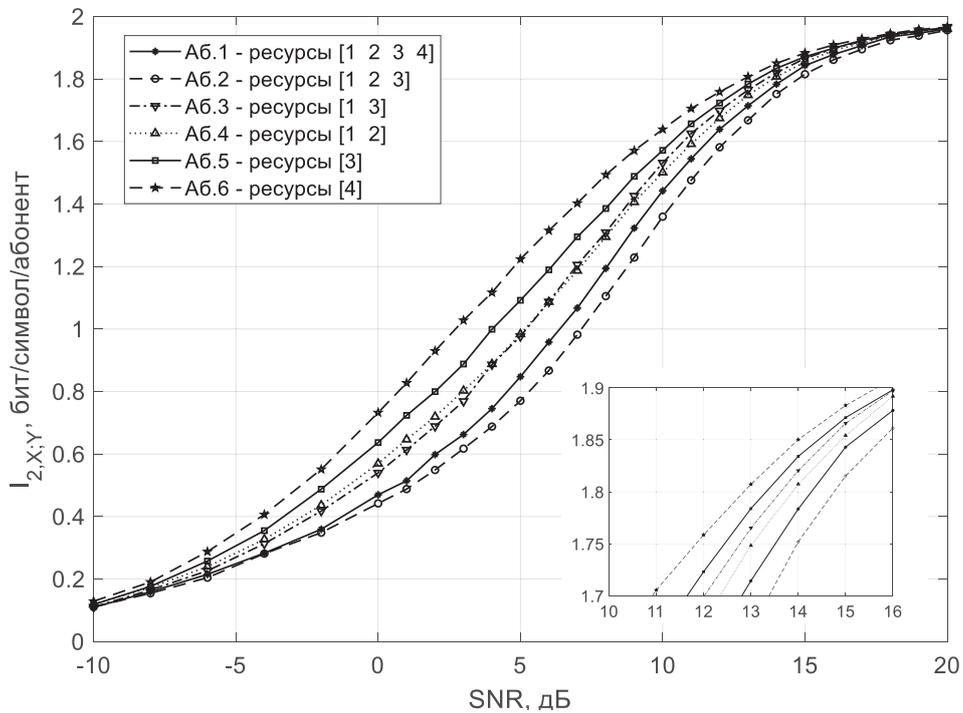


Рис. 3. Зависимости взаимной информации каждого пользователя от отношения сигнал/шум для ДН-канала PDMA 4x6 с дружными релейскими замираниями в ресурсе

случае наихудшими оказываются абоненты по. 1 (ресурсы 1,2,3,4) и абонент по. 2 (ресурсы 1,2,3).

Следует отметить, что дружные замирания приводят к общему ухудшению характеристик примерно на 3 дБ. Это объясняется не только общими замираниями сигнала, но и влиянием свойств кодовых последовательностей. При некоррелированных замираниях корреляционные свойства последовательностей не влияют на качество приема, так как каждый элемент кодовой последовательности умножается на случайную комплексную величину. Поэтому улучшить качество при дружных замираниях приема можно, если использовать кодовые последовательности с улучшенными корреляционными свойствами. Например, можно предложить использовать следующую кодовую матрицу:

$$\mathbf{W}_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Результаты моделирования для этого варианта в канале с дружными замираниями приведены на рисунке 4. Здесь видно, что использование дополнительного кодового разделения позволило улучшить характеристики всех пользователей в среднем на 1,5 дБ и, кроме того, уменьшить разброс до 1,5 дБ.

Для выравнивания характеристик всех пользователей можно использовать перераспределение мощности сигналов пользователей [42]. Путем оптимизации была получена следующая кодовая матрица:

$$\mathbf{W}_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1.0988 & 1.0943 & 0.96687 & 0.88992 & 0 & 0 \\ -1.0988 & -1.0943 & 0 & 0.88992 & 0 & 0 \\ 1.0988 & 1.0943 & -0.96687 & 0 & 0.99756 & 0 \\ -1.0988 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.93447 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Результаты расчёта взаимной информации для этого случая приведены на рисунке 5. В результате использования дополнительного кодового разделения и перераспределения мощности удаётся обеспечить равенство скоростей передачи всех абонентов в выбранной области рабочих значений.

Рассмотрим теперь систему PDMA с конфигурацией 4x8 (перегруженность 200%) [43], [44]. Шаблон кодовой матрицы для этого случая [43]:

$$\mathbf{W}_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Также проанализируем вариант кодовой матрицы с дополнительным перераспределением мощности сигналов пользователей:

$$\mathbf{W}_{\Sigma} = \begin{bmatrix} 1.137 & 0.996 & 1.012 & 0.937 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.137 & 0.996 & 0 & 0 & 0.995 & 0.956 & 0 & 0 \\ 1.137 & 0 & 1.012 & 0 & 0.995 & 0 & 0.956 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.937 & 0 & 0.956 & 0.956 & 0.995 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

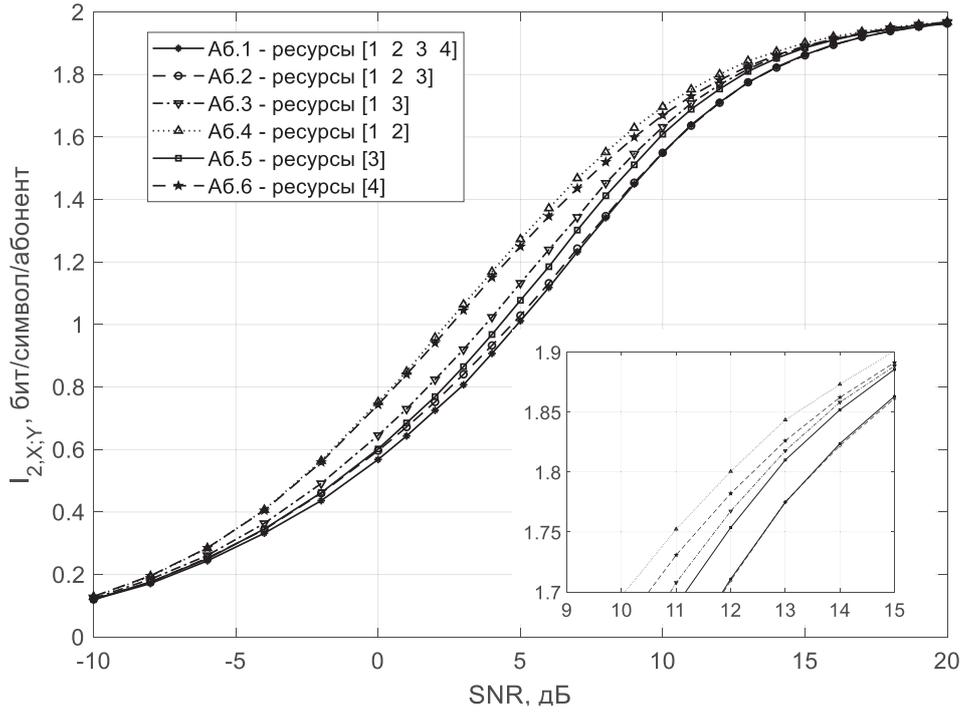


Рис. 4. Зависимости взаимной информации каждого пользователя от отношения сигнал/шум для ДН-канала PDMA 4x6 с дружными релейскими замираниями в ресурсе

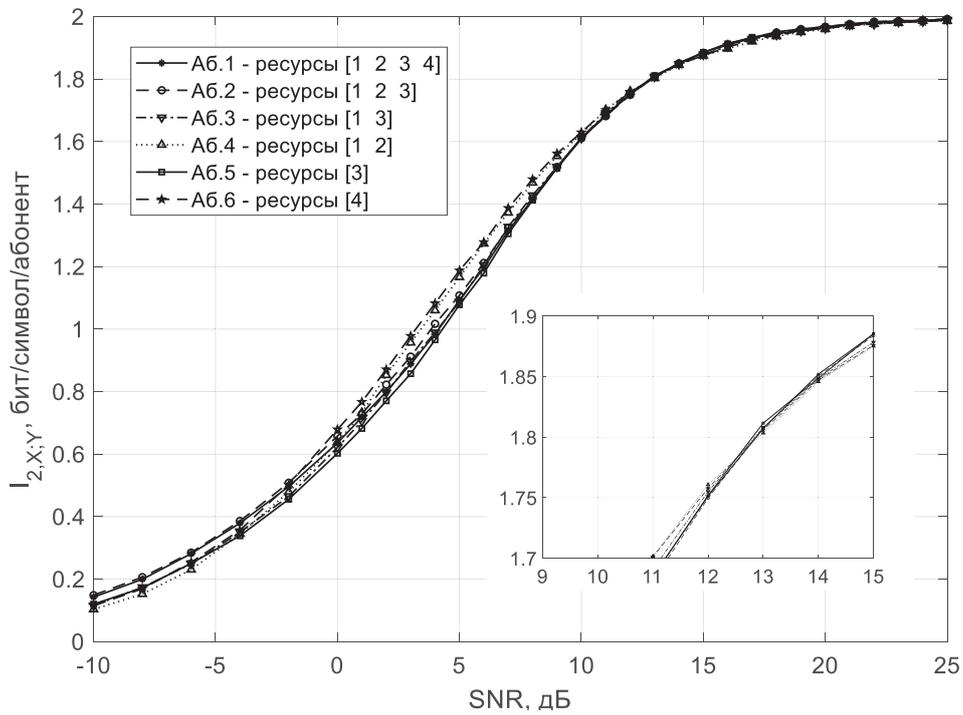


Рис. 5. Зависимости взаимной информации каждого пользователя от отношения сигнал/шум для ДН-канала с дружными релейскими замираниями в ресурсе для системы связи PDMA 4x6 с коррекцией мощности каждого сигнала

Результаты анализа приведены на рисунке 6 и рисунке 7. Для исходной матрицы кодирования (31) разброс характеристик для разных пользователей составлял примерно 1 дБ. Для варианта с перераспределением мощности разброс уменьшился до 0,2 дБ.

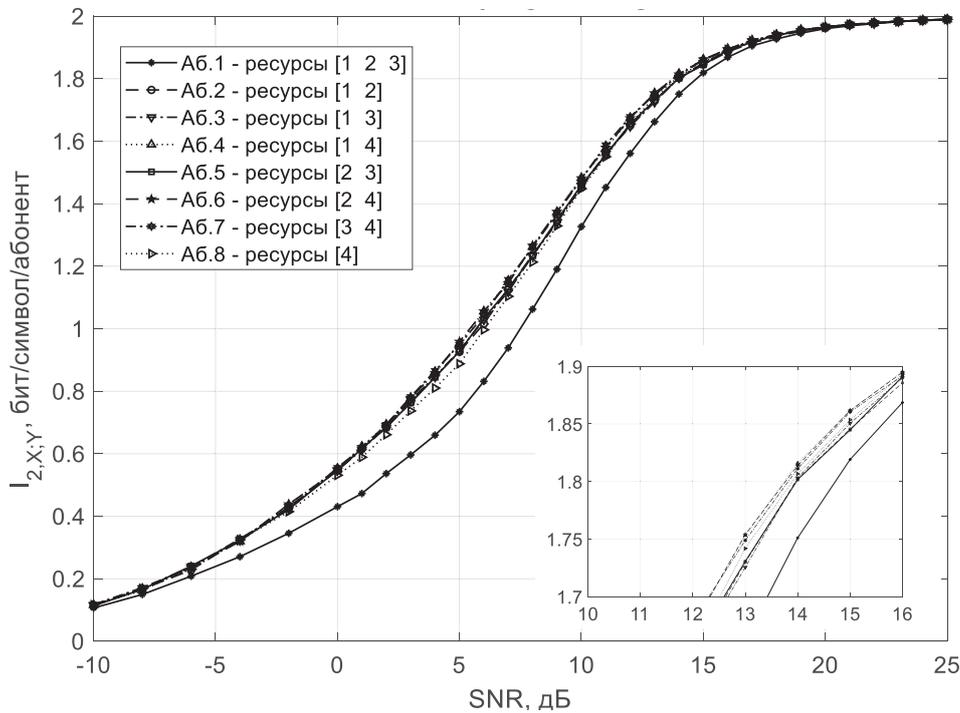


Рис. 6. Зависимости взаимной информации каждого пользователя от отношения сигнал/шум для ДН-канала системы PDMA 4x8 дружными релейскими замираниями

Представляет интерес сравнение пропускной способности систем NOMA с разным коэффициентом перегрузки и пропускной способности системы OMA. На рисунке 8 приведены зависимости суммарной взаимной информации ДН-канала и пропускной способности гауссовского канала на один векторный символ для разных конфигураций: 4x4 (система OMA), 4x6 и 4x8 (система PDMA на 4 ресурса и 6 и 8 абонентов, соответственно).

Данные зависимости показывают, что и для гауссовского канала, и для ДН-канала, увеличение числа пользователей приводит к увеличению суммарной взаимной информации. Однако, если рассмотреть среднюю взаимную информацию, приходящуюся на одного пользователя (рисунок 9), то видно, что с точки зрения пропускной способности в гауссовском канале для одного пользователя увеличение числа абонентов отрицательно сказывается на индивидуальной пропускной способности, т.е. интересы каждого отдельного пользователя ущемляются. С другой стороны, анализ средней индивидуальной взаимной информации в ДН-канале показывает, что увеличение числа пользователей эффективно с точки зрения группы пользователей и интересы каждого отдельного пользователя практически не затрагиваются.

Более точно это отражается на рисунке 10, где приведены зависимости требуемого отношения сигнал/шум от отношения реальной скорости передачи одного абонента к максимальной скорости передачи для разных конфигураций системы связи: 4x4 – OMA, 4x6 – PDMA и 4x8 – PDMA. Здесь хорошо видно, что при реальной скорости 97,5% для увеличения числа пользователей в 2 раза (4x8 PDMA) по сравнению с системой OMA требуется увеличение отношения сигнал/шум всего на 0,4 дБ.

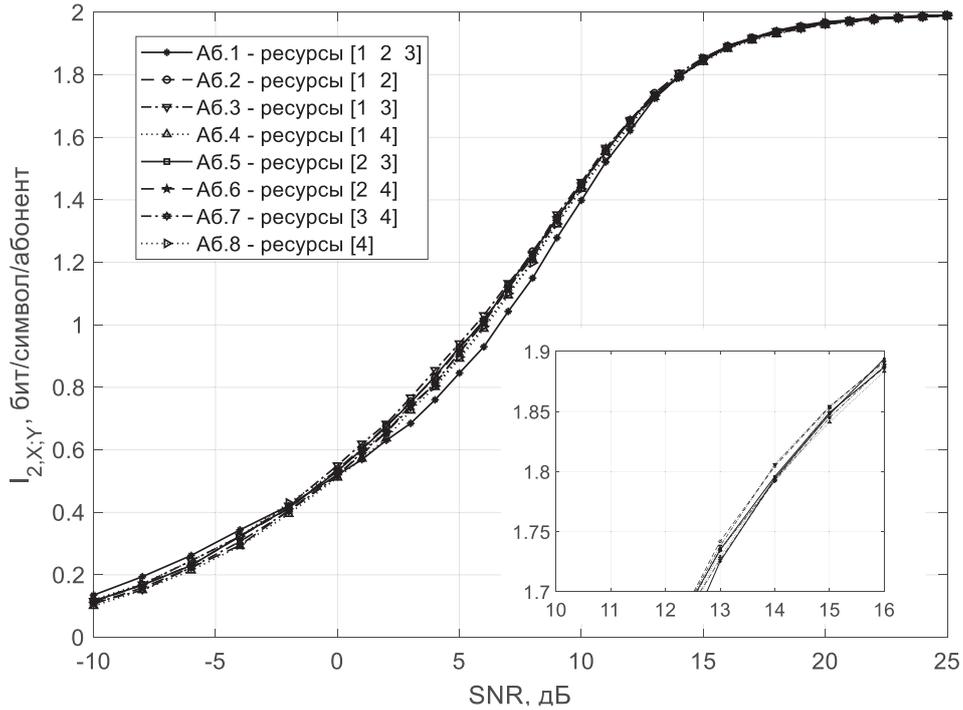


Рис. 7. Зависимости взаимной информации каждого пользователя от отношения сигнал/шум для ДН-канала 4x8 с дружными релейскими замираниями в ресурсе для системы PDMA с дополнительным перераспределением мощности

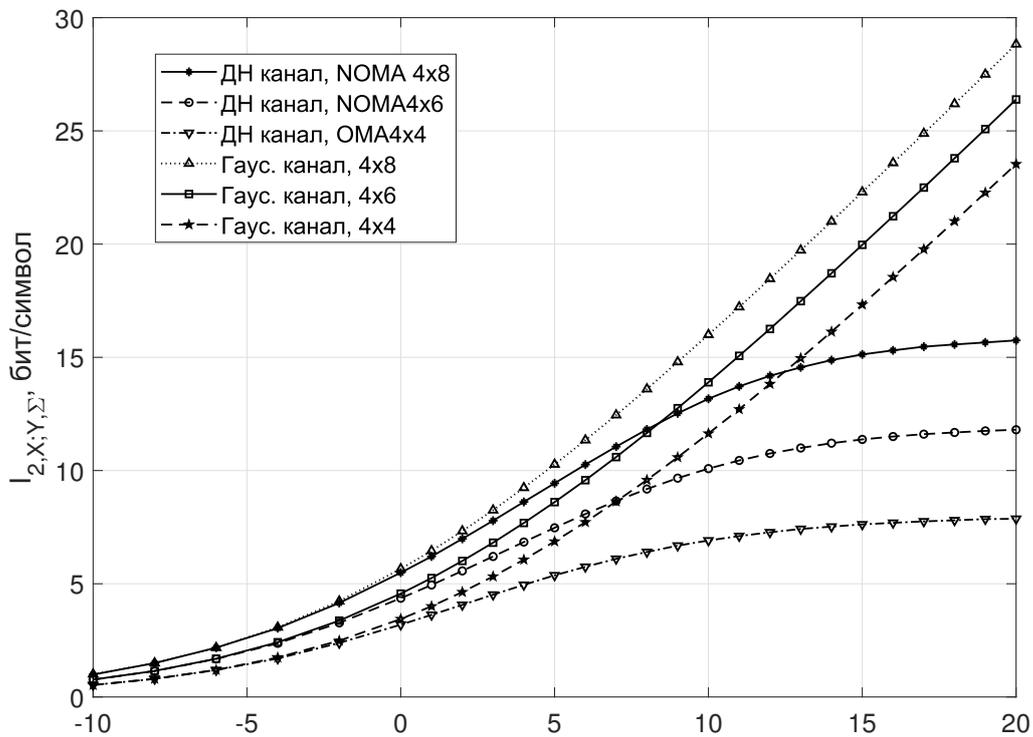


Рис. 8. Зависимости суммарной взаимной информации ДН-канала и пропускной способности гауссовского канала для разных конфигураций.

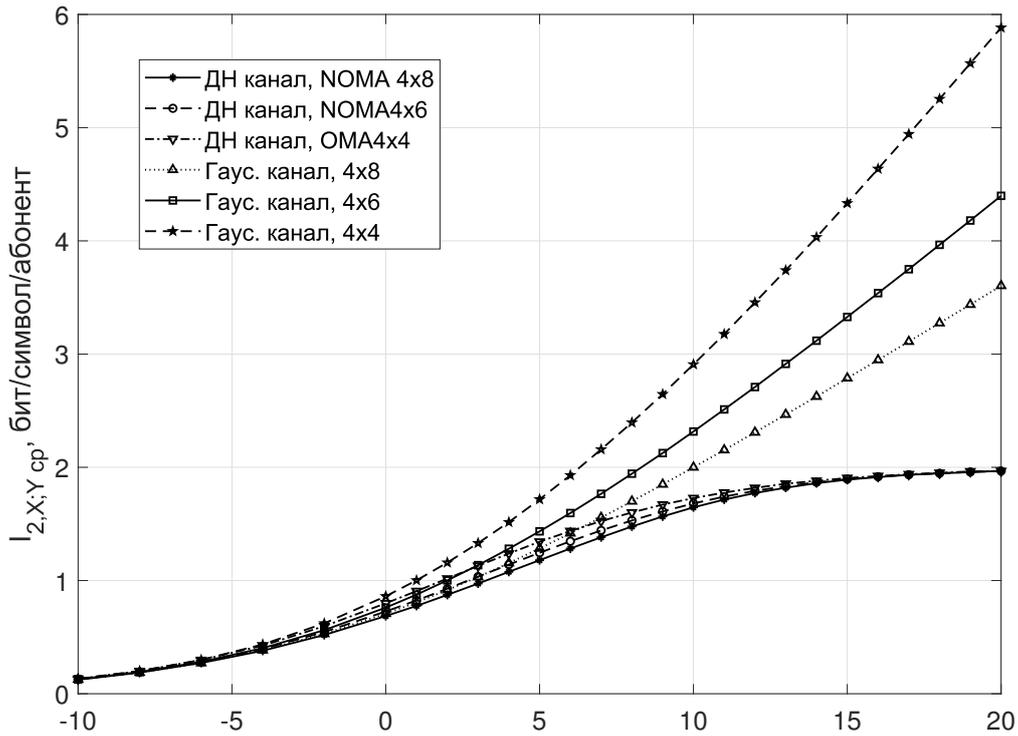


Рис. 9. Зависимости средней индивидуальной взаимной информации ДН-канала и пропускной способности гауссовского канала на одного абонента для разных конфигураций

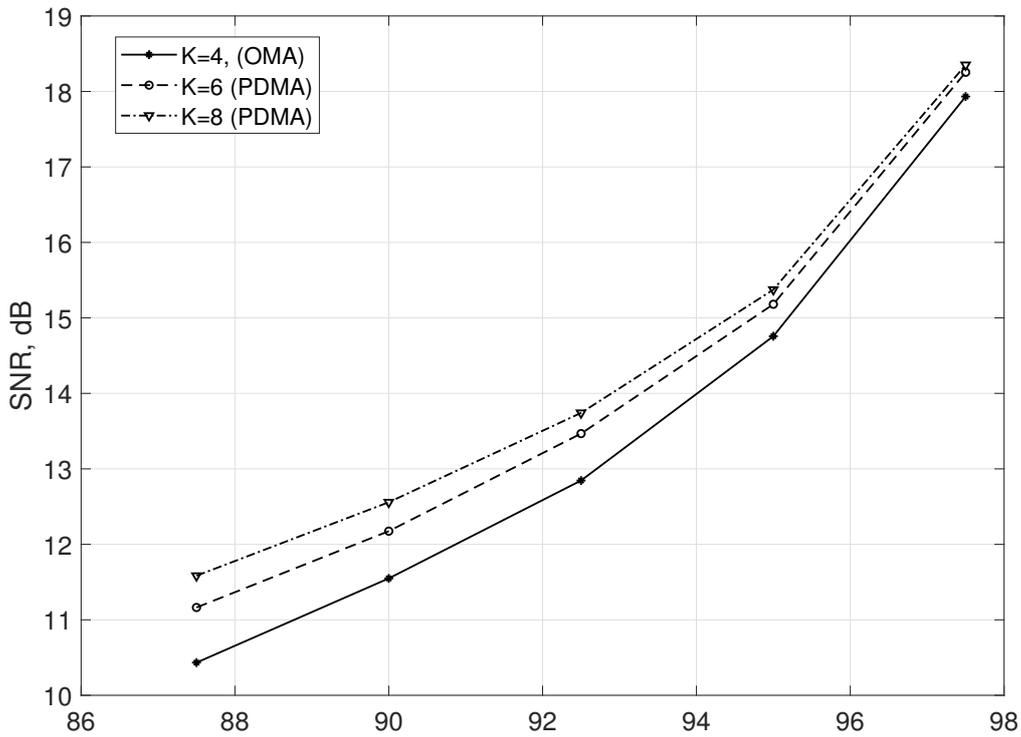


Рис. 10. Зависимости требуемого отношения сигнал/шум от отношения реальной скорости передачи к максимальной для одного пользователя при разных конфигурациях системы связи (4x4 (OMA), 4x6 (PDMA) и 4x8 (PDMA))

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Системы связи с неортогональным множественным доступом привлекают большое внимание в связи с внедрением технологий «Интернета вещей» (Internet of Things или IoT) и «Интернета всего» (Internet of Everything или IoE) в новые стандарты мобильной связи. Большое число разновидностей NOMA, предлагаемых для стандартизации, объясняется широкими возможностями в оптимизации параметров систем NOMA, с одной стороны, и отсутствием удобных практических критериев оптимизации, с другой стороны.

В данной статье получены выражения для индивидуальной взаимной информации в ДН-канале каждого отдельного пользователя в системах NOMA, которые, наряду с известным выражением для суммарной пропускной способности ДН-канала, позволяют проанализировать эффективность передачи информации для каждого пользователя и тем самым учесть при оптимизации интересы всех пользователей. Приведённые примеры анализа систем NOMA показывают, что индивидуальная взаимная информация учитывает все особенности структуры как группового сигнала, так и индивидуальных сигналов пользователей.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Системы связи с неортогональным множественным доступом привлекают большое внимание в связи с внедрением технологий «Интернета вещей» (Internet of Things или IoT) и «Интернета всего» (Internet of Everything или IoE) в новые стандарты мобильной связи. Большое число разновидностей NOMA, предлагаемых для стандартизации, объясняется широкими возможностями в оптимизации параметров систем NOMA, с одной стороны, и отсутствием удобных практических критериев оптимизации, с другой стороны. В данной статье получены выражения для индивидуальной взаимной информации в ДН-канале каждого отдельного пользователя в системах NOMA, которые, наряду с известным выражением для суммарной пропускной способности ДН-канала, позволяют проанализировать эффективность передачи информации для каждого пользователя и тем самым учесть при оптимизации интересы всех пользователей. Приведённые примеры анализа систем NOMA показывают, что индивидуальная взаимная информация учитывает все особенности структуры как группового сигнала, так и индивидуальных сигналов пользователей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gallager R.G. A perspective on multiaccess channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1985, vol. 31, no. 2, pp. 124–142.
2. Gallager R.G. An Inequality on the Capacity Region of Multiaccess Multipath Channels. In *Blahut R.E., Costello D.J., Maurer U., Mittelholzer, T. (eds) Communications and Cryptography. The Springer International Series in Engineering and Computer Science*, Springer, Boston, MA. 1994, vol. 276.
3. Mazo J.E. Faster-than-Nyquist signaling *The Bell System Technical Journal*, 1975, vol. 54, no. 8, pp. 1451–1462.
4. Fan J., Guo S., Zhou X., Ren Y., Li G.Y., Chen X. Faster-Than-Nyquist Signaling: An Overview. *IEEE Access*, 2017, vol. 5, pp. 1925–1940.
5. Hajela D. On Faster Than Nyquist Signaling: Further Estimations on the Minimum Distance. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 1992, vol. 52, no. 3, pp. 900–907.
6. Anderson J.B., Rusek F., Owall V. Faster-Than-Nyquist Signaling. In: *Proceedings of the IEEE*, 2013, vol. 101, no. 8, pp. 1817–1830.
7. Финк Л.М. *Теория передачи дискретных сообщений*. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Сов. радио, 1970.

8. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Проблемы и методы повышения спектральной эффективности систем связи: ортогональная передача *Цифровая обработка сигналов*, 2014. no. 2. стр. 22–33.
9. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Вопросы повышения спектральной эффективности систем связи: неортогональная передача *Цифровая обработка сигналов*, 2013. no. 4. стр. 55–64.
10. Sun H., Dong C., Ng S.X., Hanzo L. Five Decades of Hierarchical Modulation and Its Benefits in Relay-Aided Networking. In *IEEE Access*, 2015, vol. 3, pp. 2891–2921.
11. Hossain Md.J., Vitthaladevuni P.K., Alouini M.S., Bhargava V.K., Goldsmith A.J. Adaptive hierarchical modulation for simultaneous voice and multiclass data transmission over fading channels. In *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2006, vol. 55 no. 4, pp. 1181–1194.
12. Журавлёв В. И., Трусевич Н. П. *Методы модуляции-демодуляции радиосигналов в системах передачи цифровых сообщений*. М.: МГУСИ, 2005.
13. Cover T.M., Thomas J.A. *Elements of Information Theory*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Inc., 2006.
14. Najeh S., Besbes H. A Simple Superposition Coding Scheme for Optimizing Resource Allocation in Downlink OFDMA Systems. *Wireless Pers Commun*, 2011, vol. 59, pp. 237–260.
15. Vanka S., Srinivasa S., Gong Z., Vizi P., Stamatiou K., Haenggi M. Superposition Coding Strategies: Design and experimental Evaluation, in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, vol. 11, no. 7, pp. 2628–2639.
16. Lee H., Kim S., Lim J., Multiuser Superposition Transmission (MUST) for LTE–A systems, *2016 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, 2016, pp. 1–6.
17. Riazul Islam S.M., Ming Z., Dobre O.A. NOMA in 5G Systems: Exciting Possibilities for Enhancing Spectral Efficiency. *IEEE 5G Tech Focus*, 2017, vol. 1, no. 2.
18. Wang Y., Ren B., Sun S., Kang S., Yue X. Analysis of non-orthogonal multiple access for 5G. *China Communications*, 2016, vol. 13(2), 52–66.
19. Shin W., Vaezi M., Lee B., Love D.J., Lee J., Poor H.V. Non-Orthogonal Multiple Access in Multi-Cell Networks: Theory, Performance, and Practical Challenges. *IEEE Communications Magazine*, vol. 55(10), pp. 176–183.
20. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Шумов А.П. Неортогональный множественный доступ: основные направления и возможности. *Цифровая обработка сигналов*, 2020, no. 4, стр. 21–35.
21. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э. Технология NOMA с кодовым разделением в 3GPP: 5G или 6G. *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*, 2022, том 16, no. 1, стр. 4–14.
22. Benjebbour A., Saito K., Li A., Kishiyama Y., Nakamura T. Non-orthogonal multiple access (NOMA): Concept, performance evaluation and experimental trials. *2015 International Conference on Wireless Networks and Mobile Communications (WINCOM)*, 2015.
23. Moher M. An iterative multiuser decoder for near-capacity communications. In *IEEE Transactions on Communications*, 1998, vol. 46, no. 7, pp. 870–880.
24. Зубарев Ю.Б., Трофимов Ю.К., Шлома А.М., Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б. Новые алгоритмы формирования и обработки сигналов в системах подвижной связи. *Электросвязь*, 2004, no. 3, стр. 11–13.
25. Yan C., Harada A., Benjebbour A., Lan Y., Li A., Jiang H. Receiver Design for Downlink Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA), *Proc. 2015 IEEE 81st Vehicular Technology Conference (VTC Spring)*, Glasgow, UK, 2015, pp. 1–6.
26. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Смирнов А.Э. Снижение вычислительной сложности детектирования сигнала в системах ММО. *Электросвязь*, 2021, no. 3, стр. 22–27.

27. Бакулин М.Г., Крейнделлин В.Б., Панкратов Д.Ю., Степанова А.Г. Новый подход к задачам ММО-детектирования и многопользовательской демодуляции. *Информационные процессы*, 2021, том 21, no. 2, стр. 93–107.
28. Islam S.M.R., Avazov N., Dobre O.A., Kwak K. Power-Domain Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA) in 5G Systems: Potentials and Challenges. In *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2017, vol. 19, no. 2, pp. 721–742.
29. Shannon C.E. A mathematical theory of communication. In *The Bell System Technical Journal*, 1948, vol. 27, no. 3, pp. 379–423.
30. Blahut R.E. *Principles and Practice of Information Theory*. Reading, MA, USA: Addison-Wesley, 1987.
31. Ungerboeck G. Channel coding with multilevel/phase signals, *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1982, vol. 28, no. 1, pp. 55–67.
32. Ng S.X., Hanzo L. On the MIMO channel capacity of multidimensional signal sets. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2006, vol. 55, no. 2, pp. 528–536.
33. McIllree P.E. *Channel capacity calculations for M-ary N-dimensional signal sets*. M.S. thesis, Sch. Electron. Eng., Univ. South Australia, Adelaide, Australia, 1995.
34. Соболев И.М. *Метод Монте-Карло*. М.: Наука, 1968.
35. Fishman G.S. *Monte Carlo: Concepts, Algorithms, and Applications*. New York: Springer, 1995.
36. Telatar E. Capacity of Multi-antenna Gaussian Channels. *Eur. Trans. Telecommun.* 10 (1999): 585–595.
37. Прохис Дж. *Цифровая связь*. М.: Радио и связь, 2000.
38. Сена Л.А. *Единицы физических величин и их размерности. Учебно-справочное руководство*. – 3-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 432 с.
39. Yuan Y., Yuan Z., Tian L. 5G Non-Orthogonal Multiple Access Study in 3GPP. In *IEEE Communications Magazine*, 2020, vol. 58, no. 7, pp. 90–96.
40. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделлин В.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э. Технология NOMA с кодовым разделением в 3GPP: 5G или 6G. *T-Comm: Телекоммуникации и транспорт*, 2022, том 16, no. 1, стр. 4–14.
41. Nikopour H., Baligh H. Sparse code multiple access. *2013 IEEE 24th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, 2013, pp. 332–336.
42. Тутельян С.А., Хоров Е.М. Совместное использование методов OFDMA и NOMA в восходящем канале в сетях Wi-Fi. *Информационные процессы*, 2022, том 22, no. 4, стр. 347–361.
43. Chen S., Ren B., Gao Q., Kang S., Sun S., Niu K. Pattern Division Multiple Access—A Novel Nonorthogonal Multiple Access for Fifth-Generation Radio Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, vol. 66, no. 4, pp. 3185–3196.
44. Luo F.L., Zhang C.J. *Signal Processing for 5G: Algorithms and Implementations*. Wiley-IEEE Press, 2016.

Individual channel capacity in a communication system with non-orthogonal multiple access

M.G. Bakulin, T.B.K. Ben Rejeb, V.B. Kreyndelin, D.Yu. Pankratov, A.E. Smirnov

The purpose of this article is to analyze the capacity of a discrete-continuous communication channel (DC-channel) in relation to systems with Non-Orthogonal Multiple Access (NOMA). In this paper, an expression is obtained for the individual mutual information of a DC-channel in communication systems with non-orthogonal access, which makes it possible to analyze the capacity of the DC-channel individually

for subscribers of NOMA systems. Its effectiveness for analyzing group signals of NOMA systems is shown, examples of its use are given, and capacity characteristics for NOMA subscribers are obtained as well.

KEYWORDS: channel capacity, Shannon formula, mutual information, continuous channel, discrete-continuous channel, NOMA, multiple access, non-orthogonal multiple access, digital communication systems, 5G systems, 6G systems