

## Алгоритм глобального уточнения для построения трехмерной сцены из последовательности облаков точек

А.Ю. Маковецкий\*, В.И. Кобер\*\*, С.М. Воронин\*, А.В. Воронин\*,  
В.Н. Карнаухов\*\*, М.Г. Мозеров\*\*

\* Челябинский государственный университет, Челябинск, Россия

\*\* Институт проблем передачи информации, Российская академия наук, Москва, Россия

Поступила в редколлегию 13.06.2023

**Аннотация**—Регистрация облаков точек является центральной проблемой во многих задачах компьютерного зрения. Однако обеспечение глобальной согласованности результатов попарной регистрации облаков точек по-прежнему является сложной задачей при наличии нескольких облаков, поскольку разные сканы должны быть преобразованы в общую систему координат. В данной статье описан алгоритм глобального уточнения, который сначала осуществляет оценку поворотов, затем оценивает параллельные переносы. Для глобального уточнения поворотов используется алгоритм в замкнутой форме с использованием матриц. Для глобального уточнения параллельных переносов используется алгоритм в замкнутой форме. Предложенный алгоритм сравнивается с другими алгоритмами глобального уточнения.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** реконструкция поверхности, регистрация облаков точек, итерационный алгоритм ближайших точки (ICP), вариационный функционал, ортогональное преобразование

DOI: 10.53921/18195822\_2023\_23\_2.1\_289

### ВВЕДЕНИЕ

Для эффективного решения задач, которые выполняемых мобильными роботами, необходимо построение 3D модели (карты) окружающего робот пространства. Точная карта позволяет мобильным роботам работать в сложных условиях, используя только бортовые датчики. Создание карт окружающей среды называется задачей одновременной локализации и построения карты (SLAM). Задача SLAM, основанная на использовании графов, была предложена Лу и Милиосом в 1997 году [1]. Известные подходы к регистрации нескольких облаков точек состоят из этапа попарной регистрации и этапа глобального уточнения. Попарная регистрация включает в себя поиск соответствий признаков между парами облаков точек и минимизацию суммы остатков по всем таким соответствиям для оценки параметров преобразования, которые устанавливают относительное взаимное расположение для каждой пары облаков точек в общей системе координат. Для попарной регистрация использует стандартные методы выравнивания облаков точек. Проблема регистрации облаков точек в трехмерном пространстве является фундаментальной проблемой вычислительной геометрии и компьютерного зрения.

В большинстве случаев, алгоритмы глобального уточнения сначала находят параметры попарных преобразований, используя [2]–[14], а затем равномерно перераспределяют ошибки с помощью оптимизации на основе графа [1, 15]. В задаче SLAM на основе графа используется граф сканирования, в котором каждое сканирование соответствует вершине, а каждое

ребро соответствует пространственной связи между парами узлов. Глобально согласованная регистрация нескольких облаков точек с помощью оптимизации графа была описана в [16]. Затем для равномерного распределения ошибки используется оптимизация методом наименьших квадратов [1]. В работе [17] используется стратегия ветвей и границ для глобального решения целевой функции. Подход, предложенный в работе [18], использует поверхности и байесовские фильтр для выравнивания облаков точек. Основным недостатком этого метода является высокая вычислительная стоимость. Другие подходы к глобальному уточнению основаны на общей оптимизации графов [19], корректировка расслоения [20], низкоранговая стратегия разреженной декомпозиции [21], функция энергии на основе ядра [22].

В работе [23] описан алгоритм глобального уточнения преобразований для облаков точек, полученных сканированием городской среды. Алгоритм, описанный в [23] сначала выполняет глобальное уточнение для поворотов с использованием кватернионов, затем осуществляет глобальное уточнение параллельных переносов, используя специфику городской среды. В предлагаемой работе мы используем для сравнений при компьютерном моделировании алгоритм глобального уточнения для поворотов с использованием кватернионов, в таком виде, в каком он представлен в [23].

В предлагаемой статье описан алгоритм глобального уточнения, который сначала оценивает повороты, затем оценивает параллельные переносы. Для глобального уточнения поворотов используется алгоритм в замкнутой форме с использованием матриц. Для глобального уточнения параллельных переносов используется алгоритм в замкнутой форме.

Статья организована следующим образом. В разделе 1 приведена формулировка задачи и описаны алгоритмы ее решения. В разделе 2 представлены результаты компьютерного моделирования. Раздел 3 содержит заключение.

## 1. ГЛОБАЛЬНОЕ УТОЧНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОПАРНОЙ РЕГИСТРАЦИИ ОБЛАКОВ ТОЧЕК

Пусть  $C_0, C_1, \dots, C_s$  — исходный набор облаков точек,  $(R_{ij}, T_{ij})$ ,  $i, j = 0, 1, \dots, s$  — результаты попарной регистрации облаков, где  $C_j$  референсное облако,  $C_i$  — целевое облако,  $R_{ij} \in SO(3)$  — матрица поворота,  $T_{ij} \in R^3$  — вектор параллельного переноса.

Обозначим через  $(R_i, T_i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, s$ , преобразование, отображающее облако  $C_i$  в систему координат облака  $C_0$ . Интерпретируя облака точек как вершины, а преобразования как ребра, получим граф, пример которого показан на Рис. 1. Глобальное уточнение попарных преобразований основано на коммутативности циклов, содержащихся в графе.

### 1.1. Глобальное уточнение поворотов

Условие коммутативности циклов относительно поворотов означает, что выполняются следующие условия:

$$R_i = R_j R_{ji}, \quad (1)$$

где  $i, j = 0, 1, \dots, s$ . Сопоставим системе уравнений (1) функционал

$$J'(R) = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^s \| R_i - R_j R_{ji} \|^2, \quad (2)$$

где

$$R = (R_0, \dots, R_s).$$

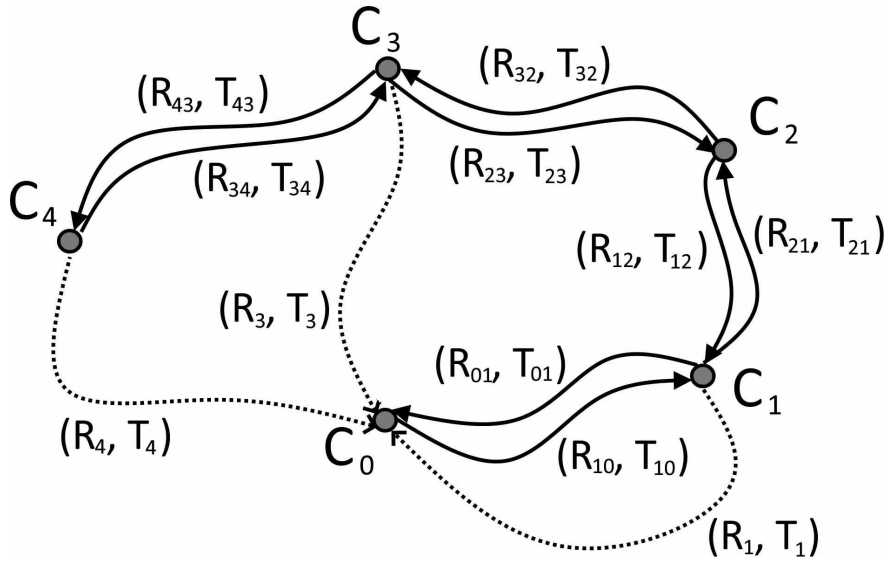


Рис. 1. Граф, описывающий преобразования между облаками точек.

Так как граф может содержать не все ребра, заменим функционал  $J'(R)$  функционалом  $J(R)$ :

$$J(R) = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^s w_{ji} \| R_i - R_j R_{ji} \|^2, \quad (3)$$

где

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ребро } (j, i) \text{ содержится в графе} \\ 0, & \text{ребро } (j, i) \text{ не содержится в графе} \end{cases}.$$

Под решением системы (1) будем понимать решение следующей вариационной задачи:

$$R_* = \arg \min_R J(R), \quad (4)$$

при условии  $R_i \in SO(3), i = 0, \dots, s$ . Обозначим через  $J(R_k), k = 0, 1, \dots, s$  функционал, содержащий все слагаемые с вхождениями переменной  $R_k$  в  $J(R)$ . Представим  $J(R_k), k = 0, 1, \dots, s$  в виде суммы функционалов  $J_1(R_k)$  и  $J_2(R_k)$

$$J(R_k) = J_1(R_k) + J_2(R_k) = \sum_{j=0}^s w_{jk} \| R_k - R_j R_{jk} \|^2 + \sum_{j=0}^s w_{kj} \| R_j - R_k R_{kj} \|^2. \quad (5)$$

Градиенты  $\nabla J_1(R_k)$  и  $\nabla J_2(R_k)$  задаются формулами

$$\nabla J_1(R_k) = 2 \sum_{j=0}^s w_{jk} (R_k - R_j R_{jk}), \quad (6)$$

$$\nabla J_2(R_k) = 2 \sum_{j=0}^s w_{kj} (R_k R_{kj} R_{kj}^t - R_j R_{kj}^t). \quad (7)$$

Градиент  $\nabla J(R_k)$  принимает вид

$$\begin{aligned} \nabla J(R_k) &= \nabla J_1(R_k) + \nabla J_2(R_k) = \\ &= 2R_k \sum_{j=0}^s (w_{jk} I + w_{kj} R_{kj} R_{kj}^t) - 2 \sum_{j=0}^s R_j (w_{jk} R_{jk} + w_{kj} R_{kj}^t). \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая, что  $R_0 = I$ , введем следующие обозначения

$$A_{jk} = \begin{cases} -(w_{jk}R_{jk} + w_{kj}R_{kj}^t), & j \neq k \\ \sum_{j=0, j \neq k}^s (w_{jk}I + w_{kj}I), & j = k \end{cases}, \quad (9)$$

$$B_k = w_{0k}R_{0k} + w_{k0}R_{k0}^t. \quad (10)$$

Равенство  $\nabla J(R_k) = 0$  принимает вид

$$\sum_{i=1}^s A_{ik}R_i = B_k, \quad (11)$$

где  $k = 1, \dots, s$ .

Равенство нулю градиента дает следующую линейную систему матричных уравнений:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{s1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{s2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1s} & A_{2s} & \dots & A_{ss} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_s \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Перепишем систему уравнений (12) в числовом виде и вычислим аффинное решение вариационной задачи (4). Найдем проекции  $R_{1*}, \dots, R_{s*}$  на  $SO(3)$  полученных матриц  $R_1, \dots, R_s$

$$R_{k*} = \begin{cases} U_k V_k^t, & \text{if } \det(U_k)\det(V_k) = 1 \\ U_k \text{diag}(1, 1, -1)V_k^t, & \text{if } \det(U_k)\det(V_k) = -1 \end{cases}, \quad (13)$$

где  $U_k$  и  $V_k$  элементы SVD-представления матрицы  $R_k$ .

### 1.2. Глобальное уточнение параллельных переносов

Условие коммутативности циклов графа, показанного на Рис. 1, определяет следующую систему уравнений:

$$T_i = R_j T_{ji} + T_j. \quad (14)$$

Сопоставим системе уравнений (14) функционал  $J(T)$  :

$$J(T) = \sum_{i=0}^s \sum_{j=0}^s w_{ji} \| T_i - T_j - R_j T_{ji} \|^2, \quad (15)$$

где

$$w_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ребро } (j, i) \text{ содержится в графе} \\ 0, & \text{ребро } (j, i) \text{ не содержится в графе} \end{cases}.$$

Под решением системы (14) будем понимать решение следующей вариационной задачи:

$$T_* = \arg \min_T J(T), \quad (16)$$

где  $T = (T_0, T_1, \dots, T_s)$ . Градиент  $\nabla J(T)$  относительно  $T_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, s$  вычисляется следующим образом:

$$\nabla J(T) = 2 \sum_{i=0}^s (w_{ik} + w_{ki})T_k - w_{ik}R_i T_{ik} + w_{ki}R_k T_{ki} - (w_{ik} + w_{ki})T_i. \quad (17)$$

Равенство нулю градиента относительно  $T_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, s$  дает следующее уравнение:

$$\sum_{i=0, i \neq k}^s -(w_{ik} + w_{ki})T_i + \sum_{i=0, i \neq k}^s (w_{ik} + w_{ki})T_k = -\sum_{i=0}^s -w_{ik}R_iT_{ik} + w_{ki}R_kT_{ki}. \quad (18)$$

Обозначим через  $B_k$ ,  $k = 0, 1, \dots, s$ , следующее выражение:

$$B_k = -\sum_{i=0}^s -w_{ik}R_iT_{ik} + w_{ki}R_kT_{ki}. \quad (19)$$

Вариационная задача (16) сводится к решению системы линейных уравнений относительно векторов

$$\begin{pmatrix} -(w_{10} + w_{01}) & -(w_{10} + w_{01}) & \dots & -(w_{s0} + w_{0s}) \\ \sum_{i=0, i \neq 1}^s (w_{i1} + w_{1i}) & -(w_{21} + w_{12}) & \dots & -(w_{s1} + w_{1s}) \\ -(w_{12} + w_{21}) & \sum_{i=0, i \neq 2}^s (w_{i2} + w_{2i}) & \dots & -(w_{s2} + w_{2s}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -(w_{1s} + w_{s1}) & -(w_{2s} + w_{s2}) & \dots & \sum_{i=0, i \neq s}^s (w_{is} + w_{si}) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ \dots \\ T_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_0 \\ B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_s \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Обозначим через  $M$  матрицу в уравнении (20). Тогда решение вариационной задачи сводится к решению трех систем числовых уравнений

$$M \cdot \begin{pmatrix} T_{1i} \\ T_{2i} \\ \dots \\ T_{si} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{0i} \\ B_{1i} \\ B_{2i} \\ \dots \\ B_{si} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

где  $i = 1, 2, 3$  – номер компоненты вектора.

## 2. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Предложенный в этой статье алгоритм глобального уточнения обозначим как GR. Опишем другие рассмотренные алгоритмы.

Для облака  $C_k$ ,  $k = 1, \dots, s$  рассмотрим преобразование  $M_{k(k-1)}$ , равное результату проектирования на  $SO(3)$  матрицы  $\frac{1}{2}(R_{(k-1)k} + R_{k(k-1)})$ . Через  $T_k$ ,  $k = 1, \dots, s$ , обозначим вектор параллельного переноса, равный вектору  $\frac{1}{2}(T_{(k-1)k} + T_{k(k-1)})$ . Преобразование  $((M_1 M_2 \dots M_k), (T_1 + T_2 + \dots + T_k))$  отображает облако  $C_k$  в систему координат облака  $C_0$ . Этот алгоритм глобального уточнения обозначим через GR\_ICP.

В [23] описан алгоритм глобального уточнения отдельно для поворотов и параллельных переносов. Алгоритм для поворотов основан на применении кватернионов. Обозначим через GR\_Q алгоритм глобального уточнения, который использует алгоритм уточнения поворота, описанный в [23] и алгоритм для параллельного переноса, описанный в данной статье.

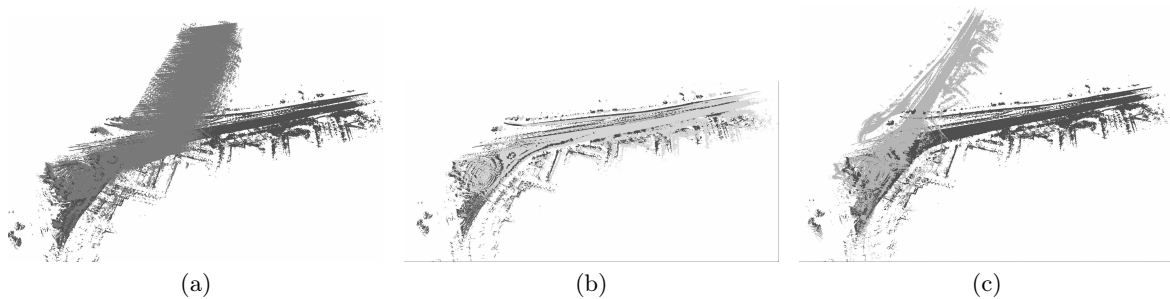
Компьютерные эксперименты проводились с облаками точек из базы данных San-Francisco Apollo-SouthBay [24]. Каждое облако в базе данных содержит примерно 100 000 точек. Мы используем субдискретизацию облаков до примерно 10000 точек на облако. Облака в базе данных

были получены с помощью лидара, установленного на автомобиле. Транспортное средство двигалось и датчик сканировал окружающую среду с определенной частотой. Полученный набор данных состоит из последовательности облаков точек. В наших экспериментах облака точек берутся из набора данных с шагом 4, т.е. рассматриваются, например, облака точек №1, №5, №9, ... .

База данных содержит информацию о преобразовании  $M_k$ , отображающем каждое облако  $C_k$  в некоторую глобальную систему координат. Матрица  $M_k$  имеет размер 4 на 4 и задает жесткое преобразование в однородных координатах. Преобразование, отображающее облако  $C_i$  в систему координат облака  $C_j$  задается матрицей  $M_{ji\_true} = (M_j)^{-1}M_i$ .

Эксперименты организованы следующим образом. Фиксируется номер  $k$  облака точек в базе данных. Рассматриваются облака точек с номерами  $k, k+4, k+8, \dots, k+4 \times 99$ . Для всех последовательных пар облаков  $(k+4i, k+4(i+1))$ ,  $i = 0, \dots, 98$  мы находим преобразование  $(R_{k+4i, k+4(i+1)}, T_{k+4i, k+4(i+1)})$ , отображающее облако  $C_{k+4(i+1)}$  в систему координат облака  $C_{k+4i}$  и преобразование  $(R_{k+4(i+1), k+4i}, T_{k+4(i+1), k+4i})$ , отображающее облако  $C_{k+4i}$  в систему координат облака  $C_{k+4(i+1)}$  с помощью алгоритма point-to-point ICP. Отметим, что до применения алгоритма ICP мы применяем к референсному облаку алгоритм грубого выравнивания, состоящий в применении к этому облаку преобразования, полученного для предыдущей пары облаков. Преобразования, связывающие облака, чьи номера различаются больше чем на 4, вычисляются с помощью суперпозиции промежуточных преобразований. относительно  $R$  и  $T$  соответственно.

В статье используются следующие параметры качества алгоритмов глобального уточнения. Параметр  $last\_R = \| R_{(first, last)\_true} - R_{(first, last)\_est} \|_{L_2}$ , где  $R_{(first, last)\_true}$  и  $R_{(first, last)\_est}$  правильное и вычисленное преобразования, отображающие последнее рассмотренное облако в систему координат первого облака, показывает глобальную ошибку сборки 3D сцены. Аналогичным образом определим параметр  $last\_T$ . Параметры  $avg\_R$  и  $avg\_T$  показывают средние ошибки относительно  $R$  и  $T$  соответственно. Параметры  $max\_R$  и  $max\_T$  показывают максимальные ошибки. Рис. 2, Таблицы 1 и 2 показывают точность работы алгоритмов GR\_ICP,



**Рис. 2.** Результат формирования 3D сцены алгоритмами: а) GR\_ICP (темно-серый цвет); б) GR (светло-серый цвет); в) GR\_Q (серый цвет). Правильно сформированная 3D сцена отмечена черным цветом.

	GR_ICP	GR	GR_Q
last_R	0.123889	0.0659746	1.36848
avg_R	0.101394	0.0735572	1.062
max_R	0.138166	0.0888956	1.36848

**Таблица 1.** Точность вычисления поворотов алгоритмами GR\_ICP, GR, GR\_Q.

GR, GR\_Q для серии облаков с началом в облаке №1.

	GR_ICP	GR	GR_Q
last_T	481.247	35.8375	602.814
avg_T	136.175	18.4498	218.057
max_T	481.247	35.8375	602.814

Таблица 2. Точность вычисления параллельных переносов алгоритмами GR\_ICP, GR, GR\_Q.

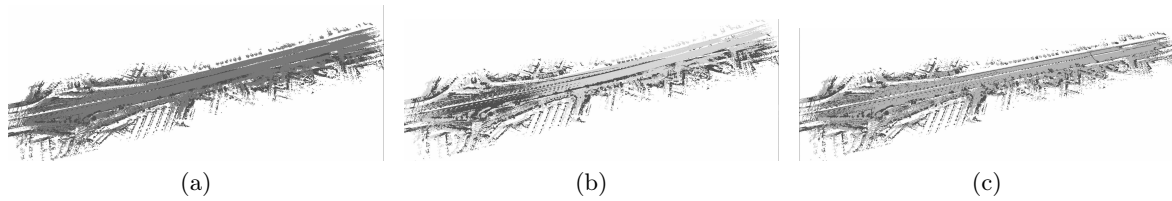


Рис. 3. Результат формирования 3D сцены алгоритмами: а) GR\_ICP (темно-серый цвет); б) GR (светло-серый цвет); в) GR\_Q (серый цвет). Правильно сформированная 3D сцена отмечена черным цветом.

	GR_ICP	GR	GR_Q
last_R	0.140062	0.140093	0.0118888
avg_R	0.0661191	0.0661755	0.0092607
max_R	0.140062	0.140093	0.0242108

Таблица 3. Точность вычисления поворотов алгоритмами GR\_ICP, GR, GR\_Q.

	GR_ICP	GR	GR_Q
last_T	55.7511	54.1935	17.2386
avg_T	27.6695	25.5408	16.1963
max_T	55.9709	54.1935	17.2544

Таблица 4. Точность вычисления параллельных переносов алгоритмами GR\_ICP, GR, GR\_Q.

Рис. 3, Таблицы 3 и 4 показывают точность работы алгоритмов GR\_ICP, GR, GR\_Q для серии облаков с началом в облаке №501.

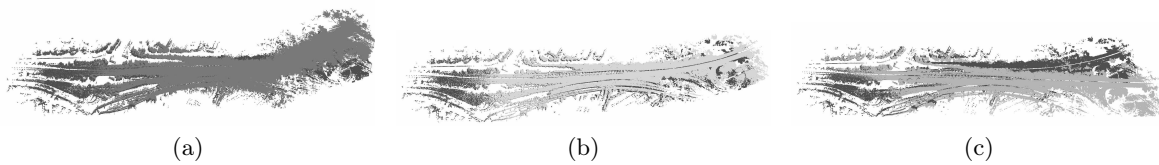


Рис. 4. Результат формирования 3D сцены алгоритмами: а) GR\_ICP (темно-серый цвет); б) GR (светло-серый цвет); в) GR\_Q (серый цвет). Правильно сформированная 3D сцена отмечена черным цветом.

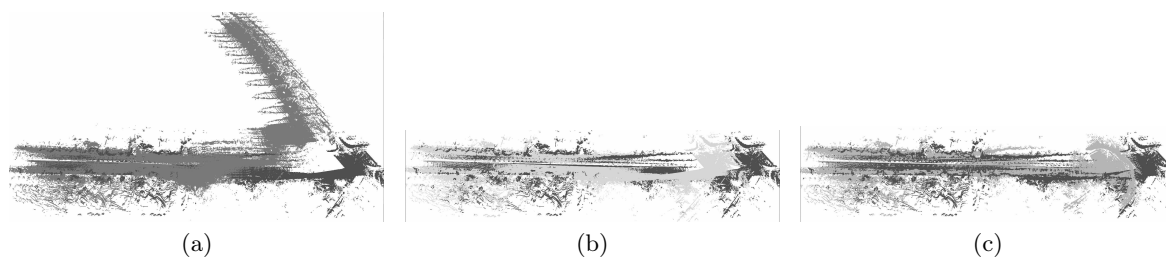
	GR_ICP	GR	GR_Q
last_R	0.104861	0.0933781	0.443587
avg_R	0.0573034	0.0510654	0.195734
max_R	0.117359	0.105829	0.443587

Таблица 5. Точность вычисления поворотов алгоритмами GR\_ICP, GR, GR\_Q.

	GR_ICP	GR	GR_Q
last_T	92.9949	36.5377	136.19
avg_T	38.0313	12.4912	47.7568
max_T	92.9949	36.5377	136.19

Таблица 6. Точность вычисления параллельных переносов алгоритмами GR\_ICP, GR, GR\_Q.

Рис. 4, Таблицы 5 и 6 показывают точность работы алгоритмов GR\_ICP, GR, GR\_Q для серии облаков с началом в облаке №1001. Рис. 5, Таблицы 7 и 8 показывают точность работы



**Рис. 5.** Результат формирования 3D сцены алгоритмами: а) GR\_ICP (темно-серый цвет); б) GR (светло-серый цвет); в) GR\_Q (серый цвет). Правильно сформированная 3D сцена отмечена черным цветом.

	GR_ICP	GR	GR_Q
last_R	0.108476	0.0784722	1.13145
avg_R	0.057009	0.0474452	0.164958
max_R	0.108679	0.0835886	1.13145

**Таблица 7.** Точность вычисления поворотов алгоритмами GR\_ICP, GR, GR\_Q.

	GR_ICP	GR	GR_Q
last_T	579.766	131.92	126.563
avg_T	164.922	124.399	123.483
max_T	579.766	136.542	136.57

**Таблица 8.** Точность вычисления параллельных переносов алгоритмами GR\_ICP, GR, GR\_Q.

алгоритмов GR\_ICP, GR, GR\_Q для серии облаков с началом в облаке №1501.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В этой статье мы применяем алгоритм глобального уточнения GR для построения 3D сцены из набора облаков точек. Алгоритм сравнивается с другими возможными методами решения задачи глобального уточнения преобразований. Для оценки точности алгоритмов используются критерии качества, которые соответствуют визуальному восприятию точности результата. Компьютерное моделирование показывает эффективность предложенного алгоритма.

Благодарность. Работа выполнена частично при поддержке Российского Научного Фонда (грант 21-11-00095).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lu F., and Milios E. Globally consistent range scan alignment for environment mapping, *Autonomous Robots*, vol. 4, pp. 333–349, 1997.
2. Besl P., and McKay N. A method for registration of 3-D shapes. *IEEE Transactions of Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 2, pp. 239-256, 1992.
3. Chen Y., and Medioni G. Object modeling by registration of multiple range images. *Image and Vision Computing*, vol. 10, pp. 145-155, 1992.
4. Segal A., Haehnel D. and Thrun S. Generalized-ICP. *Robot. Sci. Syst.* vol. 5, pp. 161–168, 2010.



5. Serafin J. and Grisetti G. Using extended measurements and scene merging for efficient and robust point cloud registration. *Robot. Auton. Syst.* vol. 92, pp. 91–106, 2017.
6. Makovetskii A., Voronin S., Kober V. and Voronin A. A regularized point cloud registration approach for orthogonal transformations. *Journal of Global Optimization.* 2020.
7. Makovetskii A., Voronin S., Kober V. and Tihonkih D. Affine registration of point clouds based on point-to-plane approach. *Procedia Eng.* vol. 201, pp. 322–330. 2017.
8. Horn B. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. *Journal of the Optical Society of America. Series A*, vol. 4, pp. 629–642, 1987.
9. Horn B., Hilden H. and Negahdaripour S. Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices. *Journal of the Optical Society of America. Series A*, vol. 5, pp. 1127–1135, 1988.
10. Umeyama S. Least-squares estimation of transformation parameters between two point patterns. *IEEE-TPAMI*, vol. 13(4), pp. 376–380, 1991.
11. Makovetskii A., Voronin S., Kober V. and Voronin A. A point-to-plane registration algorithm for orthogonal transformations. *Proc. SPIE 10752, Applications of Digital Image Processing XLI*, 107522R, 2018.
12. Makovetskii A., Voronin S., Kober V. and Voronin A. A non-iterative method for approximation of the exact solution to the point-to-plane variational problem for orthogonal transformations. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 41(18), pp. 9218–9230, 2018.
13. Makovetskii A., Voronin S., Kober V. and Voronin A. Point Cloud Registration Based on Multiparameter Functional. *Mathematics*, vol. 9, 2589, 2021.
14. Makovetskii A., Voronin S., Kober V. and Voronin A. Coarse Point Cloud Registration Based on Variational Functional. *Mathematics*, 11, 35, 2023.
15. Bornnmann, D. Elseberg, J. Lingmann, K. Nuechter, A. Hertzberg, J. Globally consistent 3D mapping with scan matching. *Robot. Auton. Syst.* 2008, 56, 130–142.
16. Theiler P.W., Wegner J.D., Schindler K. Globally consistent registration of terrestrial laser scans via graph optimization. *ISPRS J. Photogram. Remote Sens.* 2015, 109, 126–138.
17. Yang J., Li H., Jia Y. Go-ICP: Solving 3D registration efficiently and globally optimally. *In Proceedings of the 2013 IEEE International Conference on Computer Vision*, Sydney, NSW, Australia, 1–8 December 2013.
18. Huber D., Hebert M. Fully automatic registration of multiple 3d data sets. *Image Vis. Comput.* 2003, 21, 637–650.
19. Kuemmerle R., Grisetti G., Strasdat H., Konolige K., Burgard W. g2o: A general framework for graph optimization. *In Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Shanghai, China, 9–13 May 2011; pp. 3607–3613.
20. Lourakis M.A., Argyros A. SBA: A Software Package for Generic Sparse Bundle Adjustment. *ACM Trans. Math. Softw.* 2009, 36, 1–30.
21. Wang S., Sun H.Y., Guo H.C., Du L., Liu T.J. Multi-View Laser Point Cloud Global Registration for a Single Object. *Sensors* 2018, 18, 3729.
22. McDonagh S., Robert F. Simultaneous registration of multi-view range images with adaptive kernel density estimation. *In Proceedings of the IMA 14th Mathematics of Surfaces*, Birmingham, AL, USA, 11–13 September 2013.
23. Nadisson Luis Pavan, Daniel Rodrigues dos Santos, and Khoshelham Kourosh. Global registration of terrestrial laser scanner point clouds using plane-to-plane correspondences. *Remote Sensing* 12.7, 1127. (2020):
24. Lu W., Zhou Y., Wan G., Hou S., and Song S.. L3-Net: Towards learning based LiDAR localization for autonomous driving. *In Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2019.

## Global refinement algorithm for 3D scene reconstruction from a sequence of point clouds

A. Makovetskii, V. Kober, S. Voronin, A. Voronin, V. Karnaukhov, M. Mozerov

Point cloud registration is a central problem in many computer vision problems. However, ensuring global consistency of the results of pairwise registration of point clouds is still a challenge when there are multiple clouds, as different scans must be converted to a common coordinate system. The proposed paper describes a global refinement algorithm that first evaluates rotations, then evaluates parallel translations. For global refinement of rotations, a closed-form algorithm using matrices is used. For global refinement of parallel translations, a closed-form algorithm is also used. The proposed algorithm is compared with other global refinement algorithms.

**KEYWORDS:** surface reconstruction, point cloud registration, iterative closest points (ICP), variational functional, orthogonal transformation.