

# Использование алгоритмов оценивания параметров движения для повышения пропускной способности линии метро<sup>1</sup>

Н. А. Кузнецов<sup>\*,\*\*,a</sup>, М. В. Лебедев<sup>\*\*\*,b</sup>, К. В. Семенихин<sup>\*,\*\*,\*\*\*,c</sup>

<sup>\*</sup> Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия,

<sup>\*\*</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет),  
Долгопрудный, Московская область, Россия,

<sup>\*\*\*</sup> Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),  
Москва, Россия

e-mail: <sup>a</sup> kuznetsov@cplire.ru, <sup>b</sup> max\_max82@inbox.ru, <sup>c</sup> siemenkv@gmail.com

Поступила в редколлегию 25.09.2023. Принята к публикации 09.10.2023.

**Аннотация**—Проведено компьютерное моделирование движения группы поездов по кольцевой линии метро с учетом случайных возмущений и ошибок наблюдений. Цель работы — определить потенциальный эффект от внедрения алгоритмов оценивания положения и скорости поезда в автоматическую систему управления с учетом того, что система сигнализации об опасном сближении использует цифровую передачу данных о параметрах движения впереди идущего поезда.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** компьютерное моделирование, пропускная способность, движение электропоезда, тормозной путь, оценивание параметров движения, фильтр Калмана.

**DOI:** 10.53921/18195822\_2023\_23\_4\_423

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Для повышения пропускной способности внутригородских железнодорожных линий (в том числе линий метро, монорельсовых дорог и т.д.) необходимо минимизировать интервал движения между поездами, следующими в попутном направлении. Для решения данной задачи используются методы интервального регулирования [1, 2], основанные на различных системах сигнализации об опасном сближении поездов: с подвижными блок-участками, виртуальными сцепками [3, 4], а также цифровыми радиоканалами для передачи данных о текущих параметрах движения [5, 6]. Без изменения существующей технологической инфраструктуры линий проблему минимизации интервала движения можно решить за счет повышения эффективности алгоритмов, используемых для управления подвижным составом. Важным направлением в этой области является применение методов оценивания неизвестных параметров, которые влияют на процесс принятия решений об управлении движением поезда [7, 8].

Настоящая работа ставит своей целью определить эффект от использования в системе сигнализации алгоритмов оценивания параметров движения (таких как положение, скорость и возмущение) с учетом двух факторов. Во-первых, положение поезда однозначно определяется только в момент прохода соответствующего датчика, количество которых весьма ограничено (использование систем глобального позиционирования невозможно в силу того, что движение

<sup>1</sup> Работа выполнена по государственному заданию ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН (FFWZ-2022-0006).

осуществляется по подземной линии метрополитена). Во-вторых, измерение собственной скорости поезда искажено случайной помехой (параметры этой модели наблюдения считаются известными).

По сравнению с предыдущей работой [9] важным нововведением является привлечение алгоритмов фильтрации для адаптивного расчета тормозного пути с учетом требований надежности. Поэтому в системе сигнализации, основанной на передаче данных по цифровому радиоканалу от ведущего поезда к ведомому, теперь используются не измеряемые значения параметров движения, а их оценки фильтрации и соответствующие среднеквадратичные ошибки. В остальном условия имитационной модели остаются прежними. В частности, автоматическое управление определяется системой слежения, контролирующей текущую скорость поезда с точки зрения ее соответствия заданному графику скоростей на перегонах между станциями.

Эффект от применения новой методики предполагается установить в результате сравнительного анализа тех же показателей, которые были введены в [10], а именно:

- пропускная способность  $C$  (число поездов, прошедших станцию за час);
- суммарное время простоя поездов  $D$  (из-за ожидания впереди вставшего поезда).

Оба показателя определяются на одном интервале моделирования  $T$  при разных значениях  $N$ , где  $N$  — число поездов, используемых на линии.

## 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сначала опишем разностную модель, которая использовалась в [9] при компьютерном моделировании движения по плоской кольцевой линии длины  $S$  в попутном направлении:

$$\begin{aligned} X_k^{(i)} &= X_{k-1}^{(i)} + hV_{k-1}^{(i)} \pmod{S}, \\ V_k^{(i)} &= \left\{ V_{k-1}^{(i)} + h \left( U_{k-1}^{(i)} - F(V_{k-1}^{(i)}) \right) / M^{(i)} + hZ_k^{(i)} \right\}_+, \\ U_k^{(i)} &= f(-\kappa Y_k^{(i)}), \\ Y_k^{(i)} &= (1 - h/\tau)Y_{k-1}^{(i)} + (h/\tau) \left( \hat{V}_{k-1}^{(i)} - V^o(\hat{X}_{k-1}^{(i)}) \delta_{k-1}^{(i)} \right). \end{aligned}$$

Здесь и далее используются следующие обозначения:  $k$  — индекс, соответствующий моменту из равномерной временной сетки  $t_k = t_{k-1} + h$  ( $k \geq 1$ );  $i$  — номер поезда (от 0 до  $N-1$ , причем  $i- = i-1 \pmod{N}$  обозначает номер впереди идущего поезда);  $M$  — масса поезда (которая считается неизменной);  $X$  и  $V$  — положение головной части и скорость поезда;  $F(v) = av + bv^2$  — функция, равная сумме сил трения и сопротивления воздушной среды (параметры  $a, b$  считаются известными);  $Z$  — случайное возмущение;  $U$  — управляющее воздействие, реализующее силы торможения и тяги;  $Y$  — преобразованная невязка между оценкой скорости  $\hat{V}$  и ее расчетным значением  $V^o(x)$  в точке  $x = \hat{X}$ , определяемой оценкой положения поезда;  $\tau$  и  $\kappa$  — коэффициенты системы обратной связи;  $f(\cdot)$  — релейное звено, реализующее конечный набор режимов торможения и тяги;  $\delta$  — индикатор, задающий состояние системы сигнализации (нулевое значение дает сигнал на максимальное торможение, единичное значение означает отсутствие такого сигнала):

$$\delta_k^{(i)} = 0 \iff \hat{B}_k^{(i-)} + \hat{X}_k^{(i-)} - \left\{ \hat{B}_k^{(i)} + \hat{X}_k^{(i)} \right\} < L \pmod{S},$$

где  $\hat{B}$  — оценка тормозного пути, которая строится на основе оценок параметров движения и их среднеквадратичных ошибок.

Случайное возмущение  $Z$  представляет собой стационарный гауссовский процесс, удовлетворяющий линейному стохастическому дифференциальному уравнению:

$$dZ = -(1/\tau_z)Z dt + \sigma_z \sqrt{2/\tau_z} dW$$

с известными параметрами  $\sigma_z, \tau_z$ , где  $W(t)$  — стандартный винеровский процесс.

Оценки положения  $\hat{X}$  и скорости  $\hat{V}$  определяются в результате применения соответствующего фильтра к последовательности наблюдаемых значений скорости:

$$\tilde{V}_k^{(i)} = (1 - h/\gamma)\tilde{V}_{k-1}^{(i)} + (h/\gamma)(V_{k-1}^{(i)} + \eta_k^{(i)}),$$

где  $\gamma$  — известный коэффициент запаздывания соответствующего инерционного звена,  $\eta$  — бел шумная центрированная случайная помеха с известной дисперсией  $D_\eta$ . При этом оценка положения инициализируется истинным значением в момент прохождения датчиков, установленных в точках  $\{P_j, j = 0, \dots, J-1\}$ .

Задача состоит в сравнении алгоритмов оценивания тормозного пути и параметров движения с точки зрения обеспечения наилучшей пропускной способности линии при соблюдении требований безопасности движения.

### 3. АЛГОРИТМЫ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ

В этом разделе определяющий номер поезда индекс  $i$  для простоты опускается.

Сначала опишем простейший алгоритм оценивания  $\mathcal{S}$ , который применялся в [9]. Согласно этому алгоритму измеряемые значения параметров используются напрямую:

- оценка скорости в момент  $t_k$  берется равной наблюдаемому значению  $\tilde{V}_k$ ;
- оценка положения строится на основе наблюдаемой скорости и с учетом обновления при прохождении датчика

$$\tilde{X}_k = \begin{cases} P_j & \text{при } X_{k-1} < P_j \leq X_k, \\ \tilde{X}_{k-1} + h\tilde{V}_{k-1} \text{ mod } S & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Теперь опишем алгоритм калмановской фильтрации  $\mathcal{F}$ , используемый для оценивания положения и скорости поезда.

Начнем с описания разностной модели для возмущений

$$Z_k = e^{-h/\tau_z} Z_{k-1} + W_k,$$

где  $\{W_k\}$  — независимые нормальные величины с нулевым средним и дисперсией

$$D_w = \sigma_z^2(1 - e^{-2h/\tau_z}).$$

Если  $\xi_k = \text{col}[X_k, V_k, Z_k]$  рассматривать как вектор состояния, а  $V_k^{obs} = V_{k-1} + \eta_k$  — как наблюдение, то можно считать, что эта пара описывается условно-гауссовской системой, к которой применим фильтр Калмана [11]:

$$\xi_k = A \xi_{k-1} + B v_{k-1}/M + \Gamma W_k, \quad V_k^{obs} = C \xi_{k-1} + \eta_k$$

с учетом обозначений

$$A = \begin{bmatrix} 1 & h & 0 \\ 0 & 1 & h e^{-h/\tau_z} \\ 0 & 0 & e^{-h/\tau_z} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [0 \ 1 \ 0], \quad v_{k-1} = U_{k-1} - F(\hat{V}_{k-1})$$

и того допущения, что в коэффициенте  $v_{k-1}$  вместо истинного значения скорости  $V_{k-1}$  используется его оценка  $\hat{V}_{k-1}$ , полученная на предыдущем шаге алгоритма фильтрации.

Тогда вектор оценок и ковариационная матрица ошибки

$$\hat{\xi}_k = \begin{bmatrix} \hat{X}_k \\ \hat{V}_k \\ \hat{Z}_k \end{bmatrix}, \quad \Delta_k = \begin{bmatrix} \Delta_x(k) & \Delta_{xv}(k) & \Delta_{xz}(k) \\ \dots & \Delta_v(k) & \Delta_{vz}(k) \\ \dots & \dots & \Delta_z(k) \end{bmatrix},$$

на  $k$ -м шаге алгоритма фильтрации  $\mathcal{F}$  удовлетворяют уравнениям

$$\hat{\xi}_k = A \hat{\xi}_{k-1} + B v_{k-1}/M + L (V_k^{obs} - C \hat{\xi}_{k-1}),$$

$$L = A \Delta_{k-1} C^T (C \Delta_{k-1} C^T + D_\eta)^{-1},$$

$$\Delta_k = A \left\{ \Delta_{k-1} - \Delta_{k-1} C^T (C \Delta_{k-1} C^T + D_\eta)^{-1} C \Delta_{k-1} \right\} A^T + \Gamma D_w \Gamma^T.$$

Укажем несколько особенностей данной схемы.

Во-первых, в уравнении для оценки скорости по-прежнему выполняется операция взятия положительной части, т.е.  $\hat{V}_k = \{\dots\}_+$ .

Во-вторых, при прохождении датчика оценка положения инициализируется истинным значением  $\hat{X}_k = X_k$ , а соответствующие элементы ковариационной матрицы ошибки обнуляются:  $\Delta_x(k) = \Delta_{xv}(k) = \Delta_{xz}(k) = 0$ .

И наконец, при начале движения от станции или после полной остановки, т.е. при  $V_k = 0$ , полагаем  $\hat{V}_k = \hat{Z}_k = 0$  и  $\Delta_v(k) = \Delta_z(k) = \Delta_{xv}(k) = \Delta_{xz}(k) = \Delta_{vz}(k) = 0$ .

#### 4. ОЦЕНКА ТОРМОЗНОГО ПУТИ

В [9] был использован простейший способ оценки тормозного пути в виде:

$$B(V) = \frac{MV^2}{2F_b},$$

где  $F_b$  — максимальная сила торможения. Поэтому при использовании алгоритма оценивания  $\mathcal{S}$  в качестве условия срабатывания системы сигнализации принималось правило

$$\delta B = B(\tilde{V}^-) + \tilde{X}^- - \left\{ B(\tilde{V}) + \tilde{X} \right\} < L + B(v_{\max}) \quad \text{mod } S,$$

где в правую часть с целью покрытия ошибок оценок положения была внесена аддитивная поправка  $B(v_{\max})$ , равная тормозному пути поезда на максимальной скорости  $v_{\max}$ . Здесь и далее верхний индекс  $-$  соответствует впереди идущему поезду.

Для оценки тормозного пути с учетом случайного возмущения примем следующее выражение:

$$B(V, Z) = \frac{V^2}{2(F_b/M - Z)},$$

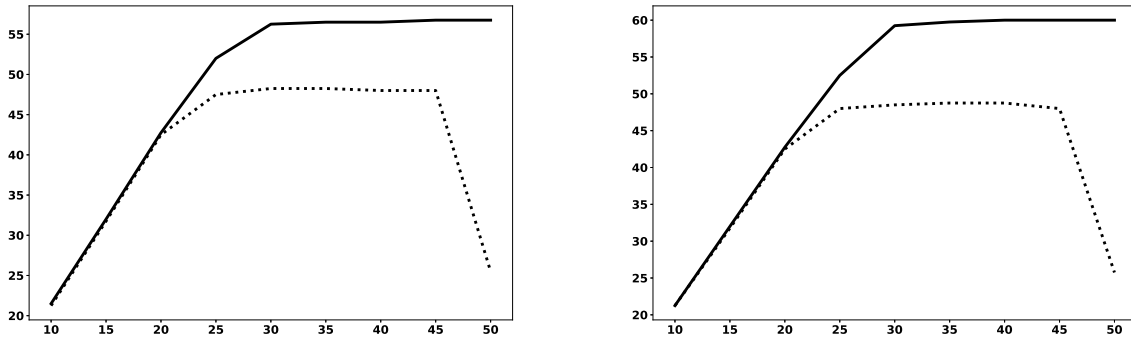
где  $Z$  отражает некоторое усредненное значение возмущения.

Чтобы получить нижнюю границу расстояния между поездами  $\delta B$ , необходимо учесть тот факт, что вместо истинных значений параметров  $X, V, Z$  доступны их оценки  $\hat{X}, \hat{V}, \hat{Z}$  и соответствующие дисперсии ошибок  $\Delta_x, \Delta_v, \Delta_z$ , вычисляемые на каждом шаге алгоритма фильтрации  $\mathcal{F}$ .

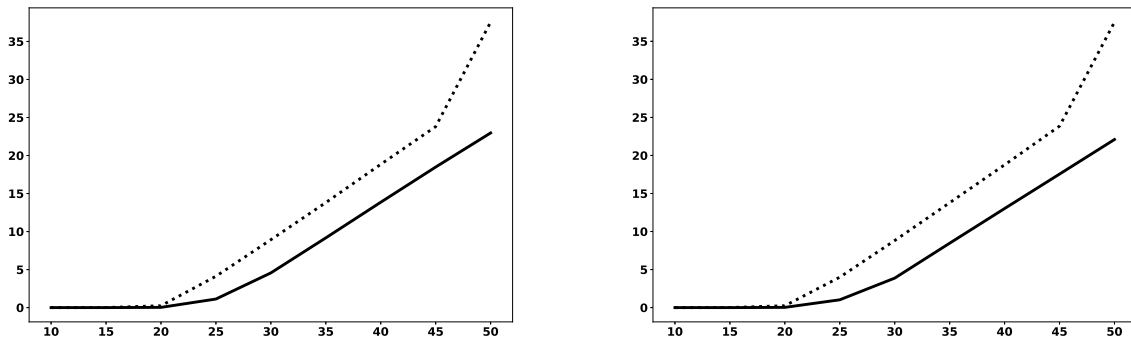
Применим «правило к сигм» для построения гарантированной оценки искомого расстояния  $\delta B^k$ . Тогда условие срабатывания системы сигнализации принимает вид

$$\delta B^k = B(\hat{V}^- - k\sqrt{\Delta_v^-}, \hat{Z}^- - k\sqrt{\Delta_z^-}) + \hat{X}^- - k\sqrt{\Delta_x^-} - \left\{ B(\hat{V} + k\sqrt{\Delta_v}, \hat{Z} + k\sqrt{\Delta_z}) + \hat{X} + k\sqrt{\Delta_x} \right\} < L \pmod S.$$

При  $k \geq 5$  данное условие обеспечивает высокий уровень надежности безаварийного движения.



**Рис. 1.** Пропускная способность  $C$  [рейс/ч] от числа поездов  $N$  при использовании алгоритма фильтрации  $\mathcal{F}$  (сплошная линия) и простейшего метода оценивания  $\mathcal{S}$  (пунктирная линия) для двух случаев размещения датчиков: а) (слева) и б) (справа).



**Рис. 2.** Суммарная доля задержки  $D$  от числа поездов  $N$  при использовании алгоритма фильтрации  $\mathcal{F}$  (сплошная линия) и простейшего метода оценивания  $\mathcal{S}$  (пунктирная линия) для двух случаев размещения датчиков: а) (слева) и б) (справа).

### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Для компьютерного моделирования были взяты исходные данные численного эксперимента из [9], кроме уровня возмущений: теперь оно на порядок меньше, т.е.  $\sigma_z = 0,02 \text{ м/с}^2$ .

Совместное движение  $N$  поездов моделировалось по плоской круговой линии длиной  $S = 19$  км с двенадцатью равноудаленными станциями и максимальной расчетной скоростью на перегонах  $v_{\max} = 70$  км/ч. Рассмотрены два случая размещения датчиков положения:

- а)  $J = 24$ , что соответствует двум участкам между датчиками на каждом перегоне;
- б)  $J = 72$ , т.е. по шесть участков на каждом перегоне.

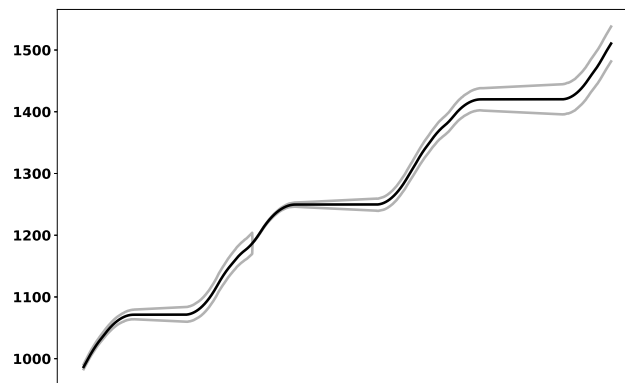
Для формирования оценок положения и скорости применены простейший метод оценивания  $\mathcal{S}$  и алгоритм фильтрации  $\mathcal{F}$ . Оценки алгоритма  $\mathcal{F}$  использовались для формирования высоконадежной адаптивной оценки тормозного пути с использованием  $k = 7$  сигм.

На рис. 1 представлена зависимость пропускной способности  $C$  от числа поездов  $N$ , курсирующих по кольцевой линии в попутном направлении. Как видно, существенный эффект от применения алгоритма фильтрации  $\mathcal{F}$  наступает после  $N = 20$ . При 30 поездах преимущество составляет 20%:  $C = 57$  рейс/ч для алгоритма  $\mathcal{F}$  и  $C = 47$  рейс/ч для простейшего алгоритма оценивания  $\mathcal{S}$ .

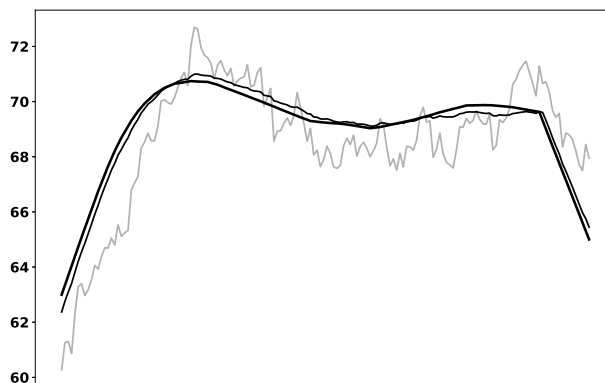
На рис. 2 изображен график суммарной доли задержки  $D$ , возникающей из-за срабатывания системы сигнализации для предотвращения опасных сближений поездов. Если используется алгоритм фильтрации  $\mathcal{F}$ , то указанные задержки возникают при  $N = 21$ . Например,  $D = 1$  при  $N = 25$ , т.е. в среднем задержки составляют  $1/25$  от времени движения отдельного поезда. Если же используется простейший алгоритм оценивания  $\mathcal{S}$ , то задержки начинаются с  $N = 18$ , а при  $N = 25$  их суммарная доля достигает  $D = 5$ , когда пятая часть времени тратится на ожидание начала движения впереди идущего поезда.

Из сравнения левых и правых графиков на рис. 1 и 2 следует, что существенное увеличение числа датчиков положения (с двух до шести на каждый перегон) не приводит к значимому повышению пропускной способности или серьезному сокращению задержек. Это можно объяснить тем, что нарастание ошибок в оценках фильтрации положения происходит достаточно медленно (см. 3). На это влияет хорошая точность оценок фильтрации скорости  $\hat{V}$ . Их преимущество над непосредственными оценками  $\tilde{V}$  убедительно показывает рис. 4.

Итак, представленные графики однозначно подтверждают положительный эффект от использования алгоритмов фильтрации параметров движения поезда для повышения пропускной способности и сокращения интервалов между поездами.



**Рис. 3.** Положение  $X$  (чёрная линия) и границы из алгоритма фильтрации  $\hat{X} \pm 3\sqrt{\Delta_x}$  (серая линия) [м] на интервале времени около 160 с.



**Рис. 4.** Истинная скорость  $V$  (черная жирная линия), ее простейшая оценка  $\tilde{V}$  (черная тонкая линия) и оценка фильтрации  $\hat{V}$  (серая линия) [км/ч] на интервале времени около 16 с.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе описаны алгоритм фильтрации параметров движения поезда и основанный на нем метод адаптивной гарантированной оценки тормозного пути. Данный метод используется для предотвращения опасного сближения при наличии цифрового радиоканала связи для передачи данных от ведущего поезда к ведомому. Положительный эффект от применения разработанного метода продемонстрирован в численном эксперименте по моделированию движения группы поездов по кольцевой линии метро с учетом случайных возмущений и неточных наблюдений.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Розенберг Е.Н., Аношкин В.В. Перспективы роста пропускной способности участков. *Железнодорожный транспорт*, 2020, № 3, стр. 4–7.
2. Озеров А.В., Малинов В.М. Зарубежные системы интервального регулирования движения поездов. *Автоматика, связь, информатика*, 2022, № 3, стр. 31–34.
3. Mitchell I. et al. ERTMS Level 4, train convoys or virtual coupling. *IRSE News*, 2016, no. 219, pp. 1–3.
4. Куренков П.В., Солоп И.А., Чеботарева Е.А. Подвижные блок-участки и виртуальные сцепки как инновационные составляющие транспортно-логистической инфраструктуры. *Логистика*, 2021, № 1 (170), стр. 30–34.
5. Farooq H., Soler J. Radio communication for communication-based train control (CBTC): A tutorial and survey. *IEEE Communications and Surveys & Tutorials*, 2017, vol. 19, no. 3, pp. 1377–1402.
6. Шаманов В.И. Системы интервального регулирования движения поездов с цифровыми радиоканалами. *Автоматика на транспорте*, 2018, Т. 4, № 2, стр. 223–240.
7. Горбачев Р.А., Гречипкина Н.А., Григорьев Ф.Н., Кузнецов Н.А. Идентификация параметров модели и фильтрация координат движения вагона монорельсовой дороги. *Информационные процессы*, 2015, Т. 15, № 3, стр. 343–350.
8. Горбачев Р.А. Моделирование вагона монорельсовой транспортной системы типа Н-Bahn: параметрическая идентификация, фильтрация, управление движением. *Cloud of Science*, 2017, Т. 4, № 4, стр. 662–675.
9. Кузнецов Н.А., Лебедев М.В., Семенихин К.В. Сравнительный анализ пропускной способности кольцевой линии метро. *Информационные процессы*, 2022, Т. 22, № 3, стр. 237–245.

10. Kuznetsov N.A., Semenikhin K.V., Arkhipov A.S., Fomichev D.S. Simulation-based capacity analysis of a circle metro line. *2021 IEEE 15th Internat. Conf. Application of Information and Communication Technologies (AICT)*. 2021, pp. 1–4. <https://doi.org/10.1109/AICT52784.2021.9620476>.
11. Liptser R.S., Shirayev A.N. *Statistics of random processes*. New York: Springer, 2005, 3rd edition.

## Using Estimation Algorithms for Tracking Motion Parameters to Increase the Capacity of a Metro Line

N.A. Kuznetsov, M.V. Lebedev, K.V. Semenikhin

Computer modelling for the trains' group motion along a metro circle line is carried out, in the presence of random disturbances and observation noise. The aim of the study is to assess how estimation algorithms are effective for tracking the train position and speed in the automatic control system that uses the avoidance collision mechanism based on transmitting motion parameters from the train ahead.

**KEYWORDS:** computer modelling, capacity, electric train motion, braking distance, estimation of motion parameters, Kalman filter