

Локализация области анализа в задачах сглаживания изображений

П. А. Чочиа

Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича РАН, Москва, Россия

Поступила в редколлегию 26.05.2025 г. Принята 01.07.2025 г.

Аннотация—Сглаживание — одна из наиболее распространенных операций обработки видеoinформации. Известно множество различных подходов к решению этой проблемы, но почему одни алгоритмы демонстрируют результаты лучше, чем другие, оставалось до конца не ясным. Исследования показывают, что одним из важнейших вопросов построения алгоритма сглаживания является корректная локализация области оценивания, т.е. того множества точек, которые участвуют в определении значения целевой точки. Демонстрируется разница между методами локального анализа, использующими область оценивания постоянной формы, или же изменяемой формы, адаптируемой под конкретный обрабатываемый сигнал. Выделение нужной области оценивания основано на интерпретации изображения как кусочно-гладкой поверхности в координатно-яркостном пространстве. Проведено сравнение алгоритмов сглаживания, использующих различные подходы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: изображение, сглаживание, область оценивания, локализация области анализа.

DOI: 10.53921/18195822_2025_25_2_102

1. ВВЕДЕНИЕ

Одна из наиболее частых операций обработки видеoinформации — сглаживание, являющееся ключевой технологией улучшения изображения и служащее для уменьшения шума и подавления мелких деталей путем применения тех или иных методов. Оно является обязательным функциональным модулем во многих процедурах обработки данных. Задача обычно ставится как отыскание некоторой аппроксимирующей функции, прослеживающей основные изменения сигнала и сохраняющей важные детали изображения. Такую процедуру можно рассматривать как отделение полезного сигнала, т.е. искомой “гладкой” компоненты, от мелких деталей, шума, артефактов и др., и таким образом формально считать операцией фильтрации.

Применение сглаживания позволяет упростить сигнал, чтобы в дальнейшем его легче анализировать, интерпретировать и использовать в приложениях обработки или распознавания, а в результате извлечь больше информации из данных [1]. В задачах анализа изображений сглаживание используется для устранения шума и других нежелательных артефактов на изображении при сохранении его важных структур и особенностей. Формулировки, приводимые в различных публикациях [1–7] и др. сводятся к тому, что сглаживание является ключевой технологией улучшения сигнала, позволяющей подавить помехи и шум. Кроме того, сглаживание может служить операцией удаления мелких объектов изображения по их размерам [8].

Как правило, цель сглаживания — получение изображения, более удобного для дальнейшей интерпретации и анализа. При этом важно найти степень сглаживания, удовлетворяющую требованиям задачи, чтобы избежать потери важной информации. Ключевым является выбор

множества точек, по которому следует определять значение *целевого* элемента. Это требует решения вопроса принадлежности обрабатываемого элемента и элементов его окружения одной и той же области [9].

Во многих публикациях изображение рассматривается как сумма *структурной* и *текстурной* составляющих. Формального определения данным понятиям не дается, лишь предполагается, что структура содержит основную яркостную и контурную информацию, а текстура — разностную информацию. Это повторяет давно известный подход [10], согласно которому сглаживание трактуется как удаление текстурной составляющей [11–14]. По сути, такая интерпретация совпадает с предложенной ранее моделью изображения [15].

Давно подмечено, что в таком сложном сигнале, каковым является изображение, корреляционные зависимости существенны далеко не на всем его пространственном протяжении, а лишь на сравнительно небольшом, *локальном* участке. Аналогичное утверждение справедливо также в отношении яркостного диапазона: если разница значений пикселей достаточно велика, то это обычно означает, что они отображают различные детали наблюдаемой сцены [5].

Сформулированные утверждения однозначно приводят к выводу, что в решении задачи сглаживания при нахождении значения целевого элемента изображения ключевым становится вопрос выбора множества точек, которые следует при этом учитывать. Такое *локальное* сглаживание заключается в решении двух задач: отделении того множества точек, по которым будет производиться анализ, и собственно в определении по ним искомого значения.

Исследуя подходы в построении методов сглаживания изображений [3–5, 12, 16–24] и др. можно отметить, что различия сводятся к трем аспектам: а) способу ограничения пространственной области анализа; б) способу ограничения множества точек по значениям; в) способу оценивания значения целевого элемента по оставшемуся объему выборки. В некоторых алгоритмах решения этих задач пересекаются и выполняются одновременно.

Таким образом, основная проблема сглаживания состоит в том, что для каждой точки изображения необходимо вычленивать пространственную область, которой принадлежит целевая точка и по которой следует осуществлять конечный анализ, с учетом, что форма такой области может зависеть от локального сюжета изображения. При этом важнейшим в разработке эффективного алгоритма сглаживания становится вопрос корректного отделения точек области оценивания от остальной части изображения.

Подытоживая сказанное можно остановиться на том, что операция сглаживания является фильтром, служащим для разделения изображения на две составляющие: сглаженную и разностную компоненты [16, 24]. Для анализа свойств и характеристик различных фильтров необходимо выбрать модель сигнала, которая бы успешно описывала свойства реальных изображений.

2. МОДЕЛЬ СИГНАЛА ИЗОБРАЖЕНИЯ

Предполагается, что изображение отражает некоторую сцену, состоящую из множества объектов со своими характеристиками. Каждому из видимых объектов или их частей соответствует отдельная связная область на изображении, а границами между ними являются контурные линии [8, 10, 15]. Такому представлению удовлетворяет двухмасштабная многокомпонентная модель изображения [8, 15]. Внутренние части областей отличаются малым градиентом яркости, а контурные перепады — высоким значением градиента. Область может быть приближена двумерной поверхностью [3] и может содержать мелкие детали, текстуру и шум. Дискретное изображение x_{mn} есть двумерный массив значений $x_{mn} \in [0, x_{\max}]$, $0 \leq m < M$, $0 \leq n < N$, представимых в виде суммы независимых компонент:

$$x_{mn} = s_{mn} + t_{mn} + \xi_{mn}. \quad (1)$$

Здесь s_{mn} — кусочно-гладкая яркостная, t_{mn} — детальная, а ξ_{mn} — шумовая компоненты [15, 25]. Типичные размеры областей — от 10^2 до 10^4 и более элементов [26]. Элементы в пределах одной области являются зависимыми, а из разных областей — независимыми, даже если расположены близко. Формула (1) представления сигнала типична для задач классификации, использующих статистические модели.

Корреляционные зависимости элементов на малых расстояниях описываются моделью окрестности, а на больших — моделью фрагмента. Окрестность V_{mn} состоит из $x_{mn}^v \in V_{mn}$, $v = 1, \dots, N_V$, связанных элементов. Значения приближаются плоскостью с углом наклона θ_{mn} , существенно различающимся для внутренних и граничных окрестностей области, и связываются следующей формулой [15]:

$$x_{mn}^v = \mu_{mn} + \rho^v g_{mn}^v + \xi_{mn}^v,$$

где μ_{mn} — значение проведенной плоскости в центре окрестности (m, n) , ρ^v — расстояние между элементами x_{mn} и x_{mn}^v , $g_{mn} = \tan \theta_{mn}$, а ξ_{mn}^v — некоррелированный шум. При этом все элементы окрестности V_{mn} расположены либо внутри одной области, либо на контурном перепаде между областями.

Размеры фрагмента W_{mn} значительно больше. Он может покрывать R частей соседних областей U^1, \dots, U^R . Пусть x_{mn}^r — элемент области U^r с координатами (i, j) внутри фрагмента W_{mn} . Те части R областей, которые покрываются фрагментом, представимы полиномом степени ω . Составляющая s_{ij} в (1) для внутренних точек (i, j) фрагмента W_{mn} будет описываться формулой

$$s_{ij}^r(W_{mn}) = \sum_{U=1}^R \delta_{U^r} \sum_{p=0}^{\omega} \sum_{q=0}^p a_{pq}^r i^{p-q} j^q; \quad \delta_{U^r} = 1 \text{ при } (i, j) \in U^r, \text{ иначе } \delta_{U^r} = 0. \quad (2)$$

Добавив текстурную t_{mn} и шумовую ξ_{mn} составляющие, из (1) получим значение элемента:

$$x_{ij}^r = s_{ij}^r(W_{mn}) + t_{ij}^r + \xi_{ij}. \quad (3)$$

Это основная формула модели, связывающая элементы фрагмента. Для реальных изображений значения x_{mn}^r на протяжении типичного фрагмента меняются мало, и во многих случаях можно ограничиться кусочно-постоянной моделью с $\omega = 0$ [15]. Считая t и ξ независимыми и нормально распределенными, их сумма $\tau = t + \xi$ также распределена нормально. Тогда (3) упростится до

$$x_{ij}^r = \sum_{U=1}^R \delta_{U^r} s_{mn}^r + \tau_{ij}^r, \quad (4)$$

где s_{mn}^r — среднее значение части области r , попадающей во фрагмент W_{mn} . Модель (4) проста, близка реальным сигналам и удобна для построения алгоритмов обработки и анализа.

3. СГЛАЖИВАНИЕ, ОСНОВАННОЕ НА РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЗНАЧЕНИЙ

Согласно кратко изложенной модели, сглаживание изображения есть определение компоненты s_{mn} в (1). Это сводится к нахождению по формуле (2) в каждой точке (m, n) значения $s_{00}^r(W_{mn})$ путем оптимизации a_{pq}^r при заданных ω , размерах окрестности V_{mn} и фрагмента W_{mn} , а также предварительном разбиении изображения на области U^1, \dots, U^R . Такая задача чрезвычайно сложна. Если размеры V_{mn} , W_{mn} и значение ω еще можно задавать как параметры, то разбиения изображения на области у нас нет, и это самостоятельная и непростая задача. Исторически разработка и применение тех или иных алгоритмов сглаживания во многом шла от возможности их реализации.

Алгоритмы сглаживания изображения можно условно разделить на два класса: алгоритмы, основанные на использовании одномерных распределений каких-то анализируемых функций, применимые как к одномерным, так и к многомерным сигналам, и алгоритмы, не сводящиеся к одномерному анализу [9]. Рассмотрим первые. Большинство известных и широко используемых алгоритмов сглаживания, так или иначе, построены на анализе распределения значений пикселей (гистограммы) по фрагменту вокруг обрабатываемого элемента. Для одномерных и двумерных массивов давно известны быстрые алгоритмы вычисления суммы, гистограммы и порядковых статистик по скользящему окну W_{mn} . На их основе были предложены уже ставшие тривиальными следующие алгоритмы. Вычисления локального среднего [3, 5, 6]:

$$y_{mn} = \sum_{W_{mn}} x_{ij} / N_W, \quad (x_{ij} \in W_{mn}), \quad (5)$$

где N_W — число элементов, а $\sum_{W_{mn}} x_{ij}$ — сумма элементов в окне W_{mn} . Алгоритм вычисления медианы распределения значений элементов x_{ij} в окне W_{mn} [3, 5, 6]:

$$y_{mn} = \text{med}\{x_{ij} \in W_{mn}\}. \quad (6)$$

А также алгоритм приближенного вычисления Гауссова фильтра [6] — свертки с функцией нормального распределения $\psi_{ij} = \exp\{-(i^2 + j^2)/2\sigma^2\}/2\pi\sigma^2$ с дисперсией σ^2 :

$$y_{mn} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_{ij} x_{m-i, n-j}. \quad (7)$$

Следует отметить, что изображение, сглаженное фильтрами (5)–(7), значительно теряет в детальности, поскольку происходит существенное размывание контурных перепадов. Наименьшее размывание у медианного фильтра (6) и наиболее сильное у Гауссова фильтра (7).

Существенно более эффективные алгоритмы сглаживания строятся на основе фильтра Парзеновского окна [27]:

$$f(u) = \sum_k F((x_k - u)/w) / K,$$

где $F(x)$ — весовая функция (ядро анализа), w — параметр его ширины и $0 \leq k < K$. Отмечается [28], что вид функции F мало влияет на точность, а определяющим является параметр w . Оценка по множеству элементов $x_k \in W_{mn}$ тогда запишется как

$$y_{mn} = \sum_k x_k F((x_k - x_0)/w) / \sum_k F((x_k - x_0)/w).$$

где $F(x)$ — ядро анализа, а x_0 — опорное значение для точки (m, n) .

В сигма-фильтре Ли [20, 29] $x_0 = x_{mn}$, а w задается через функцию $F(x)$ как $F(x_k) = 1$ для $-\sigma \leq x \leq \sigma$, и $F(x_k) = 0$ для остальных x . Оценка y_{mn} по $x_k \in W_{mn}$ ($k = 1, \dots, K$) в интервале $(x_{mn} - \sigma, x_{mn} + \sigma)$ в этом случае будет:

$$y_{mn} = \sum_k x_k d(r(x_k, x_{mn})) b(|x_k - x_{mn}|) / \sum_k d(r(x_k, x_{mn})) b(|x_k - x_{mn}|). \quad (8)$$

Здесь $r(x_k, x_{mn})$ — расстояние между точками x_k и x_{mn} , а $d(r)$ и $b(x)$ — координатное и яркостное окна анализа. Для сигма-фильтра Ли $d(r) = 1$ при $r \leq \sigma_r$ и $d(r) = 0$ иначе; также $b(x) = 1$ при $b \leq \sigma_b$ и $b(x) = 0$ иначе; $2\sigma_r$ и $2\sigma_b$ — размеры координатного и яркостного окон анализа. Важнейшее преимущество сигма-фильтра (8) перед фильтрами (5)–(7) в том, что он не размывает границы объектов.

Развитием сигма-фильтра стал алгоритм декомпозиции [8, 16, 30]. В нем используется иерархический набор из двух окон анализа: малого V_{mn} — окрестности и большого W_{mn} — фрагмента, а также гистограмм по окрестности $h(V_{mn})$ и фрагменту $h(W_{mn})$. Сначала по x_{mn} и $h(V_{mn})$ выбираются значения элементов x_k^V , которые подставляются в (8), и определяется значение y^V . Затем анализ повторяется по фрагменту W_{mn} . При этом найденное y^V участвует в (8) в качестве x_{mn} , по $h(W_{mn})$ выбирается набор x_k^W , также подставляемых в (8), и находится окончательное сглаженное значение y_{mn} :

$$y_{mn} = f(x_{mn}, h(V_{mn}), h(W_{mn}), \sigma_V, \sigma_W). \quad (9)$$

Полученный фильтр (9) качественно отличается от сигма-фильтра Ли тем, что в нем используются координатные (σ_V, σ_W) и яркостные окна анализа нескольких масштабов и дополнительные параметры площади, позволяющие управлять тем, куда относить детали изображения: к гладкой структурной (s) или текстурно-шумовой (τ) компоненте.

Алгоритм билатеральной фильтрации [17, 31], предложенный много позже, по существу также является развитием сигма-фильтра (8). Отличие его лишь в том, что функции $d(r)$ и $b(x)$ не являются бинарными, а принимают весовые значения из диапазона $[0, 1]$, как правило, уменьшающиеся с увеличением r и $|x|$; для этого чаще всего используются Гауссовы функции:

$$y_{mn} = \sum_{ij \in W_{mn}} x_{ij} \psi(r(ij, mn)) \varphi(|x_k - x_{mn}|) / \sum_{ij \in W_{mn}} \psi(r(ij, mn)) \varphi(|x_k - x_{mn}|). \quad (10)$$

Здесь Гауссовы функции $\psi(r)$ — по расстоянию $r(ij, mn)$ между точками (i, j) и (m, n) , а $\varphi(x)$ — по разности интенсивностей в этих точках. Видно, что билатеральный фильтр (10) и сигма-фильтр (8) различаются лишь весовыми функциями. Фильтром (10) достигается более «мягкое» сглаживание по сравнению с фильтрами (8) и (9).

В числе других алгоритмов сглаживания, сохраняющих контурные перепады, отметим алгоритм сдвига среднего значения [18, 32], построенный по итеративной схеме и также использующий Парзеновское сглаживание [27]. Интересен подход [33], в котором отыскивается преобразование, сокращающее размерность пространства данных, но сохраняющее расстояния между признаками деталей. В [19] предлагается использовать контуры для создания индикаторных функций и ограничения диапазона сглаживания.

Однако фильтры (5)–(10) никак не учитывают структуру сигнала изображения и не могут изменять форму области оценивания в зависимости от сюжета изображения. Использовать для анализа лишь распределение элементов по фрагменту некорректно, т.к. во фрагмент больших размеров могут попасть близкие по значениям, но несвязные области, которые не должны составлять единую область оценивания.

4. О СВЯЗНОСТИ ОБЛАСТИ ОЦЕНИВАНИЯ

Несмотря на принципиально лучшие результаты методов сглаживания (8)–(10) по сравнению с методами (5)–(7), в ряде случаев возможны ошибки. Для иллюстрации этого воспользуемся тестовым изображением на Рис.1,а, содержащим три области: две из них (1 и 3) имеют близкие значения яркости, а разделяющая область 2 от них существенно отличается. Целевая точка x , для которой ищется сглаженное значение, расположена в середине квадрата в области 1. Функция распределения значений элементов (гистограмма) по фрагменту показана на Рис.1,б. На изображение был нанесен аддитивный Гауссов шум с $\sigma = 7$ градаций, результат показан на Рис.1,с. Графики на Рис.1,д отображают гистограммы каждой из областей (гауссианы 1, 2 и 3 соответственно), а также общее распределение по фрагменту, которое составляют

кривые 2 и 4; последняя из них есть сумма гауссианов 1 и 3. Ниже эти изображения будут использованы для исследования алгоритмов сглаживания.

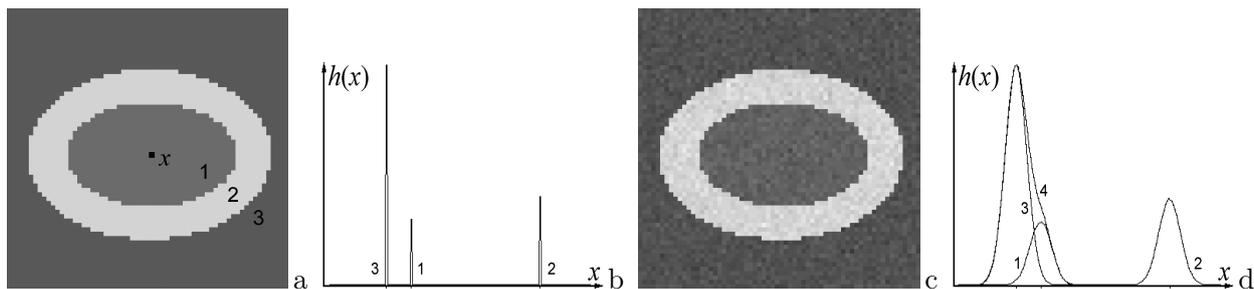


Рис. 1. а) Исходное изображение, содержащее 3 области без шума; б) гистограмма (а);
 с) изображение (а) с нанесенным Гауссовым шумом; д) гистограмма (с).

В рассмотренных выше подходах к сглаживанию задается *окно анализа*, т.е. ограничивается множество точек, участвующих в вычислении среднего значения. Рассматривая *координатно-яркостное* пространство (m, n, x) можно сказать, что накладываются два независимых вида ограничений: координатное окно — удаленность от целевой точки на плоскости (M, N) , и яркостное — ограничение в диапазоне значений. Алгоритмы (5)–(7) не используют яркостных ограничений явно; их роль играют границы диапазона значений яркости.

В пространстве (m, n, x) пересечение координатного и яркостного окон формирует *цилиндр анализа*; попадающие в него точки изображения составляют *множество точек анализа*. Иногда удобно говорить отдельно о *координатной* и *яркостной* областях анализа. В одних алгоритмах, например [16, 20], используются жестко заданные ограничения, в других [17] — плавно спадающие гауссовы весовые функции. Несмотря на формальную бесконечность последних, без существенных потерь область анализа можно ограничить значением весовой функции, например 0.01, и тем самым свести второй класс алгоритмов к первому.

Представим изображение в виде непрерывной поверхности в пространстве (m, n, x) . Множество точек изображения, попадающих в цилиндр анализа, зависит от конкретного сюжета, размеров яркостной и координатной областей, и не обязано быть связным. Так, из фрагмента на Рис.1,а, при размере яркостной области, адекватном размаху значений в области 1, в цилиндр анализа попадут две области: 1 и 3. Тогда сглаженное значение для точки x будет определяться по суммарному распределению точек областей 1 и 3, показанному кривой 4 на Рис.1,б, что является неверным. Достичь корректного ограничения области оценивания возможно путем привлечения информации о картине контурных перепадов.

5. ЛОКАЛИЗАЦИЯ ОБЛАСТИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРИ СГЛАЖИВАНИИ

Рассматривая фрагмент на Рис.1,а очевидно, что областью оценивания для центральной точки x должна быть область ее принадлежности, отмеченная номером 1. Но даже если пользоваться алгоритмами (8)–(10), позволяющими исключить область 2 из яркостного окна анализа, суммарное множество 4 оказывается неразделимым и найденное по нему значение моды или среднего будет ошибочным. Необходимо ограничиться связной областью 1 из области анализа. Этот вопрос является одним из важнейших при разработке алгоритма сглаживания. Поэтому требуется иной подход к выбору области оценивания.

Перспективным является подход, основанный на использовании геодезических линий. Вариант для двухградационных изображений был предложен в [34, 35], состоявший в нахождении для целевой точки и каждой возможной парной ей точки из окна анализа кратчайшей “резиновой нити”, огибающей объекты противоположного значения. Однако для полутонных

изображений необходимо сочетание координатного и яркостного расстояний. Предложенный в [36] подход является промежуточным: в нем для объектов осуществляется формирование масок, позволяющее свести полутоновую задачу к двухградационной.

Было предложено [21, 22, 37] интерпретировать функцию изображения как поверхность $X(m, n, x_{mn})$ на области задания (M, N) . Для целевой точки x_{mn} и каждого x_{ij} в окне анализа W_{mn} на этой поверхности отыскивается геодезическая линия $G(x_{mn}, x_{ij}) \subset X(m, n, x_{mn})$, длина которой $L(G(x_{mn}, x_{ij}))$. Такой подход позволяет модифицировать задачу, однако вопрос о соотношении координатного и яркостного расстояний по-прежнему остается открытым. Так же, как и в алгоритме (8), при вычислении среднего точки x_{ij} суммируются с учетом весовой функции, например $\psi(t) = \exp\{-kt\}$, где t — расстояние от x_{mn} до x_{ij} . Фильтр сглаживания при этом будет:

$$y_{mn} = \sum_{ij \in W_{mn}} x_{ij} \psi(L(G(x_{mn}, x_{ij}))) / \sum_{ij \in W_{mn}} \psi(L(G(x_{mn}, x_{ij}))). \quad (11)$$

Отыскание геодезических линий для каждой возможной пары $(x_{mn}, x_{ij}) \in W_{mn}$ в (11) — непростая задача, осложняемая наличием шума. В [21, 22] значение L по сути отыскивается как

$$L(G(x_{mn}, x_{ij})) = \min_{P \subset W} \int_{l \in P} |\nabla x(l)| dl, \quad (12)$$

где $\nabla x(l)$ — градиент функции изображения x вдоль линии $P(mn, ij)$ — проекции $G(x_{mn}, x_{ij})$ на координатную плоскость. В [23] значение L вычисляется иначе:

$$L(G(x_{mn}, x_{ij})) = \min_{P \subset W} \{l(P(mn, ij)) + \text{var}(x(P(mn, ij)))\}, \quad (13)$$

где $l(P(mn, ij))$ — длина проекции $G(x_{mn}, x_{ij})$, а $\text{var}(x(P(mn, ij)))$ — вариация значений x вдоль $P(mn, ij)$. К сожалению, для оценок (12) и (13) не приводятся обоснования выбранным операциям произведения или суммирования пространственных и яркостных составляющих.

Указанного недостатка удалось избежать в алгоритме контурно-ограниченного сглаживания [24]. Согласно модели (4), критерием объединения точек в область оценивания должна быть не разница в значениях, а их принадлежность одной и той же связной области. В качестве критерия “связности” предложен коэффициент сходства $A[mn, ij]$ пары точек (mn) и (ij) на отрезке $Z_{mn, ij} \in W_{mn}$, состоящим из K частей:

$$A[mn, ij] = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_K, \quad x_k \in Z_{mn, ij}.$$

Значение a_k нормируется на максимум градиента: $a_k = 1 - |g_k / (g_{\text{Max}} + \delta)|$, где g_k — градиент в точке $x_k \in Z_{mn, ij}$. Вклад точки с координатами (ij) составит $w_{ij} = A[mn, ij] \psi(r(mn, ij))$, где $\psi(r) = \exp\{-kr\}$, а $r(mn, ij)$ — расстояние между точками (mn) и (ij) . Сглаженное значение y_{mn} находится как взвешенное среднее по всем возможным точкам $(ij) \in W_{mn}$:

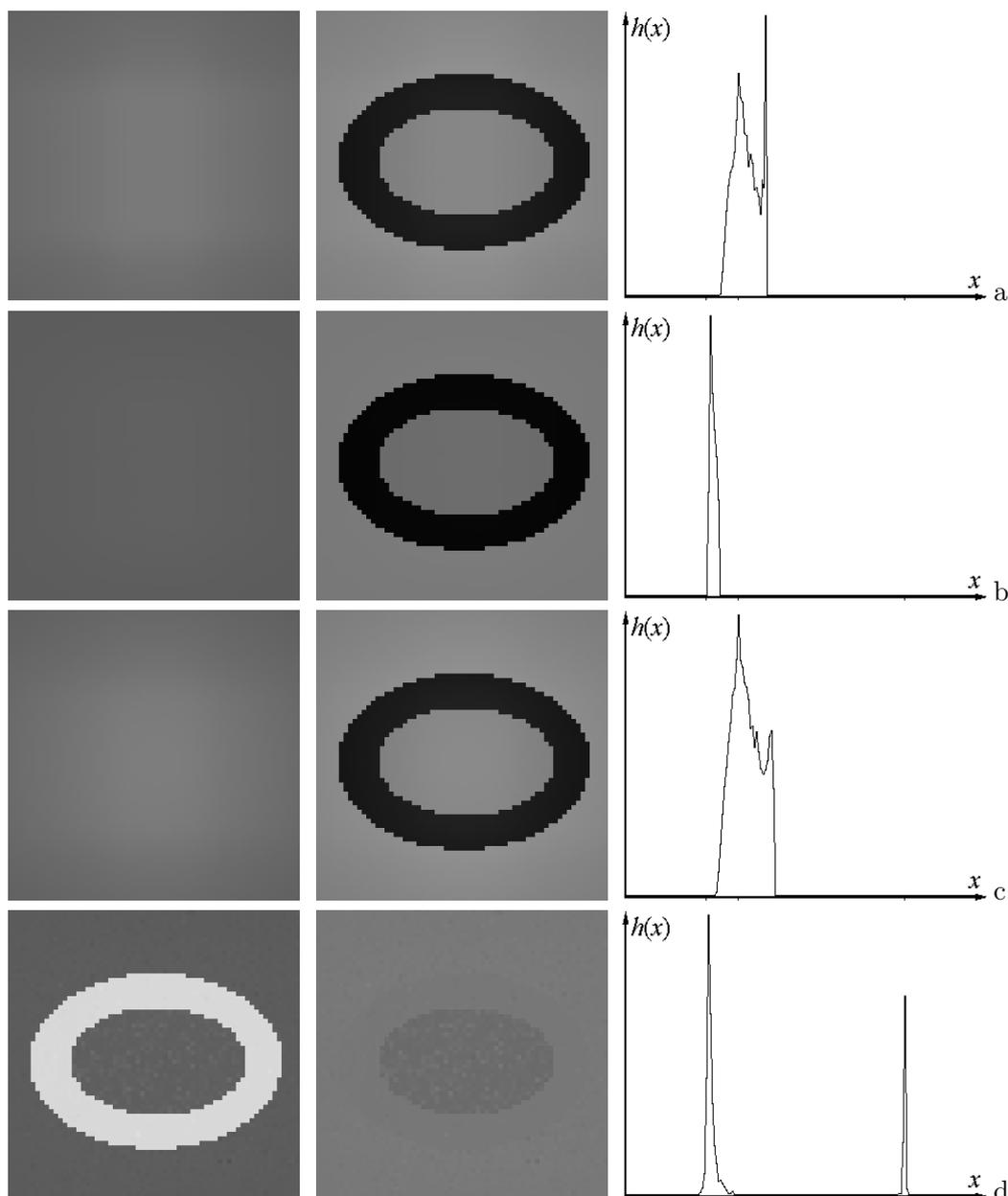
$$y_{mn} = \sum_{ij \in W_{mn}} x_{ij} w_{ij} / \sum_{ij \in W_{mn}} w_{ij}. \quad (14)$$

6. СРАВНЕНИЕ ТОЧНОСТИ АЛГОРИТМОВ СГЛАЖИВАНИЯ

Продемонстрировать, тем более численно, разницу результатов работы алгоритмов сглаживания на реальных снимках не всегда просто, поэтому для сравнения использовалось тестовое изображение, искаженное Гауссовым шумом с $\sigma = 7$ градаций, показанное на Рис.1,с. Сглаживание производилось алгоритмами (5)–(14) при эффективных размерах окрестности анализа,

близкими к размерам показанного фрагмента. Результаты сглаживания, а также разности сглаженного и исходного на Рис.1,а изображений представлены на Рис.2 и в Табл.1. Все рассмотренные алгоритмы были реализованы автором, кроме программы сглаживания на основе геодезических линий (13), предоставленной одним из авторов статьи [23].

На Рис.2 каждая горизонтальная тройка из двух изображений и графика соответствует эксперименту по сглаживанию изображения на Рис.1,с одним из рассмотренных методов. По порядку сверху вниз отражены алгоритмы: а) локальное среднее (5); б) локальная медиана (6); в) Гауссов фильтр (7); г) сигма-фильтр Ли (8); д) алгоритм декомпозиции (9); е) билатеральный фильтр (10); з) сглаживание по геодезическим линиям (13); ж) контурно-ограниченное сглаживание (14). При этом на левом изображении показан результат сглаживания, на правом — разность полученного сглаженного изображения и исходного на Рис.1,а, а на графике — распределение значений (гистограмма) сглаженного, т.е. левого изображения. Обратим внимание, что масштабы графиков по высоте разные, поскольку они нормированы по максимальному значению, однако площади под кривыми распределений остаются одинаковыми.



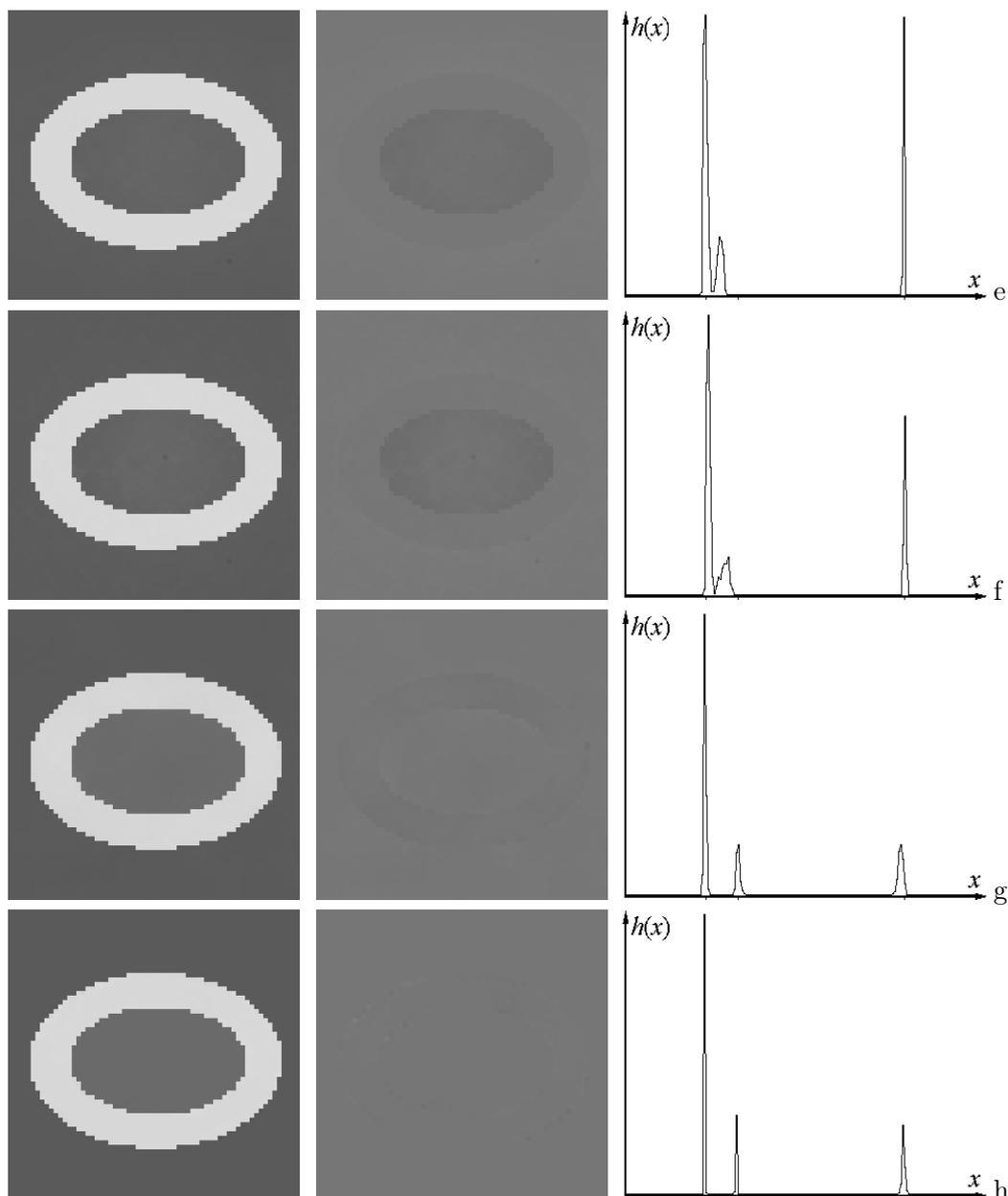


Рис. 2. Сглаживание изображения с шумом на Рис.1,с. В тройке по горизонтали: результат сглаживания / разность сглаженного и исходного изображения на Рис.1,а / гистограмма результата сглаживания. Алгоритмы сглаживания: а) локальное среднее (5); б) локальная медиана (6); в) Гауссов фильтр (7); д) сигма-фильтр (8); е) декомпозиция (9); ф) билатеральный фильтр (10); г) сглаживание по геодезическим линиям (13); г) контурно-ограниченное сглаживание (14).

В Табл. 1 приведены численные показатели эффективности рассмотренных выше алгоритмов сглаживания, полученные анализом результатов разности зашумленного сглаженного и исходного изображений (средний столбец на Рис.2). Варианты сглаживания (а)–(h) соответствуют тройкам на Рис.2, а вариант (N) — необработанное изображение с шумом без сглаживания (Рис.1,с). При идеальном сглаживании (т.е. восстановлении) все три показателя должны равняться нулю.

Табл. 1. Оценка точности сглаживания: показатели разности зашумленного сглаженного и исходного изображений (средний столбец на Рис.2).

Вариант сглаживания	N	a	b	c	d	e	f	g	h
Среднее значение	0.42	11.51	28.02	11.05	1.26	0.52	0.69	1.02	0.47
Дисперсия	7.05	47.33	49.22	46.99	4.61	3.48	3.11	1.08	0.49
Энтропия	4.85	4.66	3.17	4.67	2.96	2.72	2.70	2.00	0.68

Наиболее заметны в таблице очень большие величины средних значений и дисперсий вариантов (a)–(c), намного отличающиеся от нуля и даже значительно превышающие дисперсию шума. Причина в том, что использованные фильтры практически полностью удалили область 2 на изображении, что видно по разностным сигналам в среднем столбце Рис.2,(a–c). Связано это с тем, что в алгоритмах (5)–(7) нет локального ограничения по области значений, т.е. используется область оценивания неизменной величины — полный диапазон яркостей. Энтропия у данных вариантов также весьма высока и приближается к значению для изображения без сглаживания (N). Заметные отличия среднего значения и энтропии у медианного фильтра (b) по сравнению с вариантами (a) и (c) возникли потому, что область 2 на изображении Рис.1,c была, по сути, “интерполирована”, а не “размазана” как в двух других вариантах. Это подтверждается единственным узким пиком гистограммы Рис.2,b, концентрированным вблизи значений большой области 3.

В отличие от предыдущих фильтров, в алгоритмах (d)–(f) яркостное окно анализа изменяемое, адаптируемое по значению целевой точки. Это позволяет достичь удовлетворительных результатов: показатели дисперсии в диапазоне 3.11–4.61, а энтропии — 2.7–2.96. Но все же в центральной области 1, наименьшей по площади, значения сигнала не восстановлены корректно, что видно по графикам гистограмм и разностным изображениям на Рис.2(d–f).

Наиболее высокие показатели у оставшихся двух алгоритмов. Сглаживание на основе геодезических линий (13) демонстрирует (g) достаточно малые значения дисперсии 1.08 и энтропии 2.0, и лишь на разностном изображении Рис.2,g едва проглядывает кольцевая область 2. Самые хорошие результаты у контурно-ограниченного сглаживания (14), которое показывает (h) наилучшую точность восстановления. Значения дисперсии и энтропии составили 0.49 и 0.68 соответственно. Увидеть дефекты на разностном изображении Рис.2,h удастся лишь при существенном повышении его контраста.

7. ВЫВОДЫ

Рассматривая множество точек изображения в координатно-яркостном пространстве, локальные алгоритмы выделяют в нем окно анализа — ограниченное подмножество, в рамках которого собственно анализ и происходит. Ввести дополнительные ограничения окна анализа, выделяя в нем нужную область оценивания, удастся применением подходов, интерпретирующих изображение как кусочно-гладкую двумерную поверхность. Среди исследованных методов такой подход использован алгоритмами контурно-ограниченного сглаживания, а также сглаживания по геодезическим линиям, продемонстрировавшим наилучшее качество.

Показано, что важнейшим вопросом построения алгоритма сглаживания является локализация области оценивания, т.е. того множества точек, которое участвует в определении значения целевой точки. Продемонстрирована разница в результатах сглаживания между алгоритмами локального анализа, использующими область оценивания постоянной формы или же изменяемой формы, адаптируемой под конкретный обрабатываемый сигнал.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Simonoff J.S. Smoothing Methods in Statistics. N.-Y., Springer-Verlag, 1996. 340 p.
2. Rosenfeld A., Kak A.C., Digital Picture Processing, vol. 1–2. N.–Y.: Academic press, 1982.
3. Pratt W.K. Digital Image Processing. — N.–Y.: Wiley & Sons, 2001. 738 p.
4. Jahne B. Digital Image Processing. Berlin, Heidelberg: Springer–Verlag. 2005.
5. Gonzalez R.C., Woods R.E. Digital Image Processing. — Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education. 2010. 976 p.
6. Li P., Wang H., Yu M., Li Y. Overview of Image Smoothing Algorithms // Journal of Physics: Conference Series, 2021, vol. 1883 012024, pp. 1–8.
7. O’Haver T. Handbook of Scientific Signal Processing, University of Maryland, 2025. 564 p. <<https://terpconnect.umd.edu/~toh/spectrum/IntroToSignalProcessing.pdf>>
8. Чочиа П.А. Методы обработки видеoinформации на основе двухмасштабной модели изображения. Saarbrucken: LAP Lambert Academic Publishing, 2017. 308 с.
9. Chochia P.A. On the Affinity of Image Smoothing and Segmentation Problems // Journal of Communications Technology and Electronics, 2024, vol. 69, no. 7–9, pp. 319–329.
10. Nishikawa S. Massa R.J., Mott-Smith J.C. Area Properties of Television Pictures // IEEE Trans. IT–11, 1965, no. 3, pp. 348–352.
11. Xu L., Yan Q., Xia Y., Jia J. Structure extraction from texture via relative total variation // ACM Transactions on Graphics (TOG), 2012, vol. 31, no. 6, pp. 139:1–139:10.
12. Karacan L., Erdemy E., Erdem A. Structure–Preserving Image Smoothing via Region Covariances // ACM Transactions on Graphics, 2013, vol. 32, no. 6, pp. 176:1–176:11.
13. Jeon J., Lee H., Kang H., Lee S. Scale-aware Structure-Preserving Texture Filtering // Computer Graphics Forum, Eurographs Association & John Wiley, Chichester: GBR, 2016, vol. 35, no. 7, pp. 77–86.
14. Al-nasrawi M., Deng G., Thai B. Edge-aware smoothing through adaptive interpolation // Signal, Image and Video Processing, 2018, vol. 12, pp. 347–354.
15. Чочиа П.А. Двухмасштабная модель изображения // Кодирование и обработка изображений. — М.: Наука, 1988, С. 69–87.
16. Чочиа П.А. Сглаживание изображения при сохранении контуров // Кодирование и обработка изображений. — М.: Наука, 1988, С. 87–98.
17. Tomasi C; Manduchi R. Bilateral filtering for gray and color images // Proc. IEEE 6th Int. Conf. on Computer Vision. — Bombay, India, Jan. 4–7, IEEE, 1998, pp. 839–846.
18. Paris S. Edge-Preserving Smoothing and Mean-Shift Segmentation of Video Streams // Computer Vision — ECCV 2008. Lecture Notes in Computer Science, vol. 5303, Berlin: Springer, pp. 460–473.
19. Abiko R., Ikehara M. Fast edge preserving 2D smoothing filter using indicator function // IEICE Trans. on Information and Systems, 2019, vol. E102D, no. 10, pp. 2025–2032.
20. Lee J.–S. Digital Image Smoothing and the Sigma Filter // Computer Vision, Graphics, Image Processing, 1983, vol. 24, no. 2. pp. 255–269.
21. Soille P. Generalized geodesy via geodesic time // Pattern Recognition Letters, 1994, vol. 15, no. 12, pp. 1235–1240.
22. Grazzini J., Soille P. Edge–preserving smoothing using a similarity measure in adaptive geodesic neighbourhoods // Pattern Recognition, 2009, vol. 42, pp. 2306–2316.
23. Mozerov M., van de Weijer J. Improved recursive geodesic distance computation for edge preserving filter // IEEE Trans. on Image Processing. 2017, vol. 26, no. 8, pp. 3696–3706.

24. Chochia P.A. Contour-Constrained Image Smoothing Preserving Its Structure // Journal of Communications Technology and Electronics, 2021, vol. 66, no. 6, pp. 769–777.
25. Yan J.K., Sakrison D.J. Encoding of Images Based on a Two-Component Source Model // IEEE Trans. COM-25, 1977, no. 11, pp. 1315–1322.
26. Nishikawa S., Massa R.J., Mott-Smith J.C. Area Properties of Television Pictures // IEEE Trans. IT-11, 1965, no. 3, pp. 348–352.
27. Parzen E. On Estimation of a Probability Density Function and Model // Annals of Mathematical Statistics, 1962, vol. 33, pp. 1065–1076.
28. Vincent P., Bengio Y. Manifold Parzen Windows // Advances in Neural Information Processing Systems, 2002, v. 15, pp. 825–832
29. Mastin G.A. Adaptive Filters for Digital Image Noise Smoothing: An Evaluation // Computer Vision, Graphics, Image Processing, 1985, vol. 31. no. 1. pp. 103–121.
30. Chochia P.A. Image Enhancement Using Sliding Histograms // Computer Vision, Graphics, and Image Processing. 1988, vol. 44, no. 2, pp. 211–229.
31. Durand F., Dorsey J. Fast bilateral filtering for the display of high-dynamic-range images // ACM Trans. Graph., 2002, vol. 21, no. 3, pp. 257–266.
32. Comaniciu D., Meer P. Mean shift: A robust approach toward feature space analysis // IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, vol. 24, no. 5, pp. 603–619.
33. Gastal E.S.L., Oliveira M.M. Domain transform for edge-aware image and video processing // Proceedings of SIGGRAPH 2011, ACM Trans. Graph., 2011, vol. 30, no. 4, pp. 69:1–69:12.
34. Lantuéjoul C., Beucher S. On the use of the geodesic metric in image analysis // Journal of Microscopy, 1980, vol.121, no.1, pp.39–49.
35. Lantuéjoul C., Maisonneuve F. Geodesic methods in quantitative image analysis // Pattern Recognition, 1984, vol. 17, no. 2, 177–187.
36. Criminisi A., Sharp T., Blake A. Geos: Geodesic image segmentation // Computer Vision – ECCV 2008, Springer, 2008, pp. 99–112.
37. Toivanen P.J. New geodesic distance transforms for gray-scale images // Pattern Recognition Letters, 1996, vol. 17, no. 5, pp. 437–450.

Analysis region localization in image smoothing problems

P. A. Chochia

Abstract: Smoothing is one of the most common operations in video processing. Many different approaches to solving this problem are known, but why some algorithms perform better results than others has not been fully understood. Research shows that one of the most important issues in constructing a smoothing algorithm is the correct localization of the evaluation area, i.e. the set of points that participate in determining the value of the target point. The difference between local analysis methods that use an evaluation area of constant shape or a variable shape adapted to a specific processed signal is demonstrated. Selection of the desired evaluation area is based on the interpretation of the image as a piecewise smooth surface in the coordinate-brightness space. A comparison of smoothing algorithms using different approaches is carried out.

Keywords: image, smoothing, evaluation area, analysis area localization.