**———** ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ **—**——

# Анализ помехоустойчивости алгоритмов демодуляции в Massive MIMO, использующих негауссовскую аппроксимацию

# М.Г. Бакулин, В.Б. Крейнделин, Д.Ю. Панкратов, А.Г. Степанова

Московский технический университет связи и информатики, Москва, Россия m.g.bakulin@gmail.com, vitkrend@gmail.com, dpankr@mail.ru, a210104@mail.ru Поступила в редколлегию 02.04.2025 г. Принята 12.05.2025 г.

Аннотация—Технология Massive MIMO является одной из основных в развитии современной беспроводной связи (5G, B5G, Wi-Fi 7), что подтверждается большим количеством научных трудов в этом направлении, но несмотря на все достижения, в условиях жестких и крайне высоких требований к скорости и качеству связи несомненной сохраняется острая потребность в высокоэффективных алгоритмах демодуляции с низкой вычислительной сложностью.

В работе проведен обширный анализ помехоустойчивости различных алгоритмов демодуляции для случаев разного числа антенн, порядка модуляции QAM, скорости помехоустойчивого турбокодирования, а также порядка негауссовской аппроксимации. Результаты данного исследования позволяют оптимизировать работу алгоритмов демодуляции, использующих негауссовскую аппоксимацию априорного распределения, с учетом параметров системы Massive MIMO, вида модуляции и скорости кодирования.

Адекватность полученных результатов подтверждается совместным моделированием и сравнением с известными алгоритмами, такими как MMSE и K-best, в разных условиях.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** негауссовская аппроксимация, Massive MIMO, Multi-User MIMO, модифицированный метод Ньютона, многопользовательская демодуляция, QAM, итерационные алгоритмы демодуляции.

**DOI:** 10.53921/18195822\_2025\_25\_1\_62

## 1. ВВЕДЕНИЕ

На фоне резкого роста спроса на беспроводную связь с высокой пропускной способностью с одной стороны и ограниченность электромагнитного спектра с другой стороны широкое распространение получила технология MIMO (Multiple Input Multiple Output), которая отвечает требованиям увеличения пропускной способности, числа абонентов и спектральной эффективности [1–7]. Эта технология включена во многие стандарты и поддерживается различными алгоритмами демодуляции с учетом разных конфигураций антенн и порядков модуляции, а также эффективно совершенствуется в процессе развития систем беспроводной связи.

Как известно, Massive MIMO и Multi-User MIMO в последнее время стали ключевыми и наиболее эффективными технологиями для многопользовательских систем беспроводной связи. Например, согласно техническим отчётам TR 3GPP по исследованию сценариев и требований к технологиям доступа следующего поколения (релиз 16 и 17) предусматривается использование до 256 антенн на базовой станции и до 32 антенн на абонентской станции [8,9]. Однако по мере увеличения числа антенн в системе MIMO сложность обработки резко возрастает: алгоритмы, которые приемлемы и хорошо себя показывают в системах с небольшим числом антенн и при малой кратности модуляции, например алгоритм максимального правдоподобия (ML, Maximum Likelihood), совершенно непригоден для систем Massive MIMO с высокими порядками модуляции из-за своей чрезвычайно высокой вычислительной сложности [10–13]. Линейный алгоритм, оптимальный по критерию минимума среднеквадратической ошибки (MMSE, Minimum Mean Squared Error) обладает приемлемой сложностью, но уступает ему в помехоустойчивости [14,15].

Основная задача демодуляции MIMO состоит в том, чтобы оценить переданный вектор информационных символов (например QAM-символов), используя наблюдение вектора принятых сигналов **у**и сведения о матрице канала **H**. Исследование алгоритмов демодуляции MIMO ? широкая и динамичная область. В основе алгоритмов демодуляции, имеющих приемлемую сложность, как правило, лежат методы решения систем линейных уравнений, а они в основном показывают хорошие результаты, когда число уравнений равно или больше числа переменных [10,11]. В известных работах в основном рассматриваются переопределённые системы, т.е. с числом наблюдений (уравнений) больше числа переменных [10,16,17]. Данная статья продолжает исследования статей [6,11,16], посвященных негауссовской аппроксимации априорного распределения информационных символов для использования в демодуляторах систем Massive MIMO.

В данной работе, в дополнение к предыдущим исследованиям, проводится подробное исследование влияния параметра негауссовской аппроксимации на характеристики помехоустойчивости алгоритмов демодуляции при разных антенных конфигурациях, порядках модуляции и скорости помехоустойчивого кодирования в системе Massive MIMO.

Показано, что характеристики помехоустойчивости итерационного алгоритма на основе модифицированного метода Ньютона и негауссовской аппроксимации, имеющего приемлемую сложность, являются лучше характеристик MMSE и приближаются к характеристикам алгоритма демодуляции K-best [18–20]. Эти характеристики сравнивались с точным решением системы нелинейных уравнений, которое дает возможность получить оценки информационных симоволов по критерию максимума апостериорной плотности (MAP, Maximum Posterior Probability). Также было проверено, что для исследуемого вида распределения с негауссовской аппроксимацией результаты помехоустойчивости алгоритма MAP и алгоритма NMMSE (Nonlinear MMSE) не совпадают, в отличие от гауссовского распределения, что обеспечивает дальнейший потенциал для улучшения характеристик итерационного алгоритма демодуляции.

## 2. МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На Рисунке 1 представлена структурная схема системы Massive MIMO с произвольным количеством антенн и абонентов.

В общем случае имеется l, l = 1, 2, ..., t пользователей с  $m_l$  передающими антеннами (число антенн у пользователей может быть, как одинаковым, так и разным), общее число передающих антенн  $N_{tr} = \sum_{l=1}^{t} m_l$ . Базовая станция имеет блок демодулятора Massive MIMO с  $N_{rx}$  приемными антеннами, причем  $N_{rx} \ge N_{tr}$ .

Биты от источника информации (цифровой поток) поступают на демультиплексор и делятся на подпотоки. В блоках модуляторов осуществляется модуляция подпотоков данных, и образуются информационные символы  $\dot{\mathbf{x}}$ , которые передаются с помощью  $N_{tx}$  антенн. Отображение данных в информационные символы может осуществляться с использованием различных видов модуляции, например, двоичная (BPSK) и квадратурная (QPSK) фазовая модуляция, квадратурная амплитудная модуляция (QAM) кратности 16, 64, 256 и выше. Модуляция 1024-QAM описывается в стандарте 802.11ax, в стандарте в 802.11be используется 4096-QAM, а в стандарте 802.11ac используется модуляция 256-QAM [5, 21, 22]. Для помехоустойчивого кодирования используется турбокодирование со скоростями 1/2, 2/3, 3/4 [23].



Рис. 1. Структурная схема системы Massive MIMO

После прохождения радиоканала прием сигналов осуществляется с помощью  $N_{rx}$  приемных антенн и демодулятора Massive MIMO, в котором принимаемые сигналы обрабатываются совместно. В блоке демодуляции осуществляется одновременное оценивание QAM-символов всех пользователей После этого происходит разделение общего вектора оценок символов  $\hat{\mathbf{x}}$  на индивидуальные векторы оценок QAM-символов каждого пользователя для их раздельной демодуляции. Демодулированные биты каждого пользователя объединяются в соответствующие потоки и декодируются [23–26].

Таким образом, различные пространственно-мультиплексируемые потоки различных абонентов обрабатываются одним потоком на базовой станции. Математическое описание модели сигнала на входе демодулятора Massive MIMO может быть записано в следующем виде:

$$\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{x}} + \dot{\eta},\tag{1}$$

где  $\dot{\mathbf{y}}$  – комплексный вектор принимаемых сигналов размерности  $N_{rx} \times 1$ ;  $\dot{\mathbf{H}}$  – комплексная матрица радиоканала МІМО размерности  $N_{rx} \times N_{tx}$ ;  $\dot{\mathbf{x}}$  – вектор переданных комплексных информационных символов размерности  $N_{tx} \times 1$ ;  $\dot{\eta}$  – комплексный гауссовский случайный вектор шума размерности  $N_{rx} \times 1$ .

Выбор модели основан на спецификациях 3GPP и научных публикациях, в которых исследуется технология MIMO [1,2,10,14]. В данной статье рассматривается модель канала MIMO для одной поднесущей OFDM-сигнала, поскольку поднесущие ортогональны, и формирование и обработка сигналов для разных поднесущих осуществляется раздельно. Также мы ограничиваем рассмотрение сценарием канала с независимыми релеевскими замираниями (случай «слабой корреляции »), который является одним из рассматриваемых в стандартах 3GPP каналов [1,8,9,24,27].

Далее вместо комплексной модели 1 будем использовать преобразованную эквивалентную действительную модель [11,16]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \eta, \tag{2}$$

где **H** – действительная матрица радиоканала МІМО размера  $2N_{rx} \times 2N_{tx}$ , полученная из комплексной матрицы **H**, составленной из комплексных гауссовских случайных величин  $\dot{h}_{ij}$  – коэффициентов передачи от *j*-й передающей антенны к *i*-й приемной антенне; **x**  $\triangleq [x_1x_2...x_{2N_{tx}}]^T$  – вектор размерности  $2N_{tx} \times 1$  оцениваемых действительных квадратурных составляющих M -мерного комплексного вектора переданных информационных символов  $\dot{x}_m = x_{m,r} + jx_{m,i}, m = 1, \ldots, N_{tx}$ , модулированных с помощью квадратурной амплитудной модуляции (QAM); также в действительной модели используется полученный из комплексного вектора пума наблюдения  $\eta$  действительный гауссовский случайный вектор размерности  $2N_{rx} \times 1$  с корреляционной матрицей **R** $_{\eta} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{2N_{rx}}$ .

Следует отметить, что в технических отчетах 3GPP в основном упоминаются результаты исследования демодуляторов на основе алгоритма MMSE, то должно выполняться условие  $N_{rx} \geq N_{tx}$  ( $N_{rx}$  – число приемных антенн,  $N_{tx}$  – сумма всех передающих антенн) [1,15,17]. Этим можно объяснить большое количество приемных антенн на базовой станции в упомянутых документах стандартов 3GPP [8,9,15]. Однако наиболее интересен случай, когда число приемных антенн равно числу передающих антенн, поскольку эта ситуация соответствует максимальному числу одновременно обрабатываемых сигналов абонентов. Как правило, при синтезе алгоритмов демодуляции МІМО полагается, что матрица канала известна и при этом не имеет значения как распределены элементы этой матрицы, поэтому наличие корреляции элементов матрицы не ограничивает область применения разработанных алгоритмов [2,18,27].

#### 3. АПРИОРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

С целью улучшения характеристик помехоустойчивости алгоритмов демодуляции с приемлемой вычислительной сложностью в предыдущих работах [6,8] было предложено использование негауссовской аппроксимации априорного распределения информационных символов.

На Рисунке 2 и Рисунке 3 показан вид сигнальных созвездий для модуляций QPSK и 64QAM, соответственно.



**Рис. 2.** Созвездие QPSK. Диапазон по крайним точкам [-0.707; 0.707]

**Рис. 3.** Созвездие 64QAM. Диапазон по крайним точкам [-1.080; 1.080]

Если принимать во внимание дискретность множества  $\Omega_{\mathbf{x}}$  значений вектора информационных символов  $\mathbf{x}$ , то при синтезе демодулятора, оптимального по критерию максимального правдоподобия (Maximum Likelihood, ML), мы получаем алгоритм с полным перебором, который является наиболее эффективным с точки зрения помехоустойчивости, но его вычислительная сложность чрезмерно высока для практического применения в системах с большим числом антенн и высокой кратностью модуляции. Предполагая гауссовское распределение для описания априорного распределения вектора информационных символов, получается линейный алгоритм MMSE, обладающий приемлемой вычислительной сложностью, но сильно уступающий в помехоустойчивости алгоритму ML [2,13,19].

В качестве аппроксимации исходного априорного распределения предлагается использовать обобщённое семейство распределений вида [11]:

$$p_{pr}\left(x\right) = \frac{pe^{-\frac{x^{2p}}{\left(2d^{2}\right)^{p}}}}{\sqrt{2}d\Gamma\left(\frac{1}{2p}\right)},\tag{3}$$

с дисперсией:

$$E\left\{x^{2}\right\} = \left(\sqrt{2}d\right)^{2} \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2p}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2p}\right)},\tag{4}$$

с параметром d, обеспечивающим равенство дисперсий квадратурных составляющих нормированных QAM символов значению 0, 5.

На Рисунке 4 показан вид априорного распределения с негауссовской аппроксимацией 3 при различных значениях параметра аппроксимации p = 1, 2, 4, 32.



Рис. 4. Вид априорного распределения 3 для разных значений *р* 

#### АНАЛИЗ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ДЕМОДУЛЯЦИИ В MASSIVE MIMO

Из рисунка хорошо видно, что частными случаями предложенного априорного распределения 3 являются гауссовское и равномерное распределения, при этом оно является дифференцируемым. Последнее весьма полезно при нахождении оптимальных оценок, например, по критерию максимума апостериорной плотности вероятности (MAP).

#### 4. АЛГОРИТМЫ ДЕМОДУЛЯЦИИ

Оценка вектора **x** из условия максимума апостериорной плотности вероятности (MAP) выражается формулой:

$$\hat{\mathbf{x}}_{MAP} = argmax(L(\mathbf{y} | \mathbf{x}) p_{pr}(\mathbf{x})) = = argmax(log(L(\mathbf{y} | \mathbf{x})) + log(p_{pr}(\mathbf{x}))) = = argmax\left(-\frac{1}{2\sigma_{\eta}^{2}}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^{T}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}) + \sum_{m=1}^{2M} log(p_{pr}(x_{m}))\right),$$
(5)

Для поиска экстремума необходимо выполнить дифференцирование выражения в скобках. В формуле 5 для функции правдоподобия применяется следующее обозначение  $L(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi\sigma_n^2)^N} exp\left(-\frac{1}{2\sigma_n^2}(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})^T(\mathbf{y}-\mathbf{H}\mathbf{x})\right).$ 

В работах [6,11,16] при предложенной негауссовской аппроксимации 3 было показано, что оценка 5 находится решением системы нелинейных уравнений:

$$-\frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} + \frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{y} - \frac{2p}{\left(2d^{2}\right)^{p}}\left[\hat{\mathbf{x}}_{MAP}\right]^{2p-1} = 0, \tag{6}$$

или в более удобном матричном представлении:

$$\mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} + \mathbf{B}\mathbf{y} - c\left[\hat{\mathbf{x}}_{MAP}\right]^{2p-1} = 0,$$
(7)

где введены следующие обозначения:

$$\mathbf{A} = -\mathbf{H}^T \mathbf{H}, \mathbf{B} = \mathbf{H}^T, c = \frac{2\sigma_\eta^2 p}{(2d^2)^p} = 2^{1-p} \sigma_\eta^2 p \left(\Gamma\left(\frac{3}{2p}\right)\right)^p \cdot \left(\Gamma\left(\frac{1}{2p}\right)\right)^{-p}.$$

Для решения системы нелинейных уравнений 7 удобно использовать итерационные методы. В [28] подробно описан способ решения системы 7 с помощью алгоритмов на основе метода Ньютона и модифицированного метода Ньютона.

Оценка итерационного алгоритма на основе модифицированного метода Ньютона и негауссовской аппроксимации находится из следующего выражения [16]:

$$\hat{\mathbf{x}}_{MAP}^{(i_{it})} = \hat{\mathbf{x}}_{MAP}^{(i_{it}-1)} - (\mathbf{B} + C(2p-1)\mathbf{I}_{2M})^{-1}\mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{x}}_{MAP}^{(i_{it}-1)}\right),\tag{8}$$

$$\mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{x}}_{MAP}\right) \triangleq \mathbf{A} + \mathbf{B}\hat{\mathbf{x}}_{MAP} + C\left[\hat{\mathbf{x}}_{MAP}\right]^{2p-1}, bigm\mathbf{A} = \frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{y}, \mathbf{B} = -\frac{1}{\sigma_{\eta}^{2}}\mathbf{H}^{T}\mathbf{H}, C = -\frac{2p}{(2d^{2})^{p}}.$$

Вычислительная сложность этого алгоритма имеет тот же порядок, что и известный алгоритм минимума среднеквадратической ошибки (MMSE), оценка которого при использовании гауссовского априорного распределения находится из соотношения [18, 19]

$$\hat{\mathbf{x}}^{\mathbf{MMSE}} = \left(\mathbf{H}'\mathbf{H} + 2\sigma_n^2 \cdot \mathbf{1}\right)^{-1} \mathbf{H}'\mathbf{y}.$$
(9)

Оценка апостериорного среднего для априорного распределения с негауссовской аппроксимацией 3 представляет собой нелинейный алгоритм минимума среднеквадратической ошибки, оценки которого получаются путем вычисления многомерных интегралов [29]:

$$\hat{\mathbf{x}}_{p} = \int_{\Omega_{\mathbf{x}}} \mathbf{x} p_{ps}\left(\mathbf{x} \left| \mathbf{y} \right.\right) d\mathbf{x} = \frac{\int_{\Omega_{\mathbf{x}}} \mathbf{x} exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{\eta}^{2}} \left(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\right)^{T} \left(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\right) - \frac{1}{(2d^{2})^{p}} \sum_{m=1}^{2M} x_{m}^{2p}\right) d\mathbf{x}}{\int_{\Omega_{\mathbf{x}}} exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{\eta}^{2}} \left(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\right)^{T} \left(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\right) - \frac{1}{(2d^{2})^{i}} \sum_{m=1}^{2M} x_{m}^{2p}\right) d\mathbf{x}}.$$
 (10)

Следует отметить, что этот алгоритм не применяется на практике из-за высокой вычислительной сложности, но здесь используется для сравнения. В данной работе, также как и в [6,11,16] для вычисления оценки 10 применялся метод Монте-Карло.

Поскольку моделирование алгоритма оптимального по критерию максимального правдоподобия (ML) для большого числа антенн и модуляции высокого порядка крайне затруднительно, то сравнение характеристик помехоустойчивости вместо него проводилось с алгоритмом K-best. Алгоритм K-best – в отличие от алгоритма ML, выполняет неполный перебор комбинаций вектора информационных символов, но при этом показывает характеристики помехоустойчивости, близкие к ML [18–20].

#### 5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для получения характеристик помехоустойчивости алгоритмов демодуляции с негауссовской аппроксимацией для систем Massive MIMO проводилось имитационное моделирование в среде Matlab. В качестве режима передачи было выбрано пространственное мультиплексирование, замирания в радиоканале MIMO – релеевские некоррелированные, вид помехоустойчивого кодирования – турбокодирование, алгоритм приема – демодулятор QAM и турбо-декодер, (стандарты 3GPP, например [8,9]). Известно, что информация о наличии и степени корреляции, учитывается при формировании сигнально-кодовой конструкции на передающей стороне, а при синтезе алгоритмов демодуляции (как известных, так и предложенных в [6,11,16] и исследуемых в данной работе) информация о корреляции замираний никак не используется, поэтому наличие замираний не повлияет на структуру исследуемых алгоритмов демодуляции.

Ниже приведены графики помехоустойчивости, а именно – зависимости коэффициента опибок на кадр (*FER*) от значения отношения энергии одного бита и спектральной плотности мощности шума  $\frac{E_b}{N_0}$  в системах MIMO с различным числом антенн, при разных условиях, в которых изменялся порядок модуляции, скорость помехоустойчивого турбокодирования и порядок негауссовской аппроксимации, при этом были рассмотрены несколько алгоритмов демодуляции. В Таблице 1 приводится краткое описание и обозначения алгоритмов демодуляции, характеристики которых приведены далее на графиках.

Значение параметра p априорного распределения с негауссовской аппроксимацией на графиках в названиях алгоритмов указывается в виде последовательной записи буквы р и числа, например, p4 означает, что в соответствующем алгоритме используется распределение 3 с параметром p = 4 и т.д.

Обозначение	Описание
MMSE-LTE	Линейный алгоритм, оптимальный по критерию минимума среднеквадратической
	ошибки, формула 9 с QAM-демодулятором пакета Matlab LTE Toolbox
NMMSE-MC-p2	Нелинейный алгоритм, оптимальный по критерию MMSE, формула 10
mNw-it7-p2	Итерационный алгоритм на основе негауссовской аппроксимации и модифицированного
	метода Ньютона, формула 8
nsolT-p2	Алгоритм вычисления оценок 7 с помощью функции fsolve для решения системы нели-
	нейных уравнений, точное решение системы нелинейных уравнений 6
K-best	Алгоритм K-best [18–20]

Таблица 1. Алгоритмы демодуляции, исследуемые в условиях негауссовской аппроксимации.

Итерационные алгоритмы на основе модифицированного метода Ньютона в названии содержат информацию о максимальном числе итераций используемых для получения оценок, например, *it*7 означает, что число итераций равно 7.

Также в легенде графиков дается следующая информация: число  $N_{tx}$  передающих и число  $N_{rx}$  приемных антенн; вид модуляции QPSK, 16QAM, 64QAM, 256QAM; скорость турбокодирования (параметр Code Rate), например 1/2, при этом длина кадра составляет 576 битов (Frame=576 (bit)).

На Рисунках 5 – 8 приведены графики помехоустойчивости алгоритмов nsolT для разных значений параметра p распределения 3. Напомним, что эти алгоритмы дают, можно сказать, точное решение системы нелинейных уравнений 6. На следующих рисунках видно, что при увеличении числа антенн с 16 (Рисунок 5) до 64 (Рисунок 6) выигрыш относительно значений MMSE по помехоустойчивости на уровне  $FER = 10^{-2}$  увеличивается с 3 до 8 дБ для параметра p = 2.



Рис. 5. Характеристики FER для конфигурации  $16 \times 16$ , 64QAM, скорость кодирования  $\frac{3}{4}$ , nsolT vs MMSE

Из Рисунков 5 – 7 видно, что с увеличением порядка модуляции с ростом значений параметра *p* характеристики помехоустойчивости алгоритмов становятся лучше и обладают существенным выигрышем по сравнению с алгоритмом MMSE. Например, выигрыш составляет



Рис. 6. Характеристики FER для конфигурации  $64 \times 64$ , 64QAM, скорость кодирования  $\frac{3}{4}$ , nsolT vs MMSE



Рис. 7. Характеристики FER для конфигурации  $64 \times 64$ , 256QAM, скорость кодирования  $\frac{3}{4}$ , nsolT vs MMSE



Рис. 8. Характеристики FER для конфигурации  $64 \times 64$ , 256QAM, скорость кодирования  $\frac{1}{2}$ , nsolT vs MMSE

порядка 5дБ для алгоритма nsolT p = 8 при модуляции 64QAM (Рисунок 5) и увеличивается до 15 дБ для алгоритма nsolT p = 16 при модуляции 256QAM (Рисунок 7) на уровне  $FER = 10^{-2}$ .

Анализ графиков (Рисунок 7 и Рисунок 8) показывает, что изменение скорости кодирования с  $\frac{3}{4}$  на  $\frac{1}{2}$ , при сравнении между собой кривых помехоустойчивости алгоритмов nsolTp4 на уровне  $FER = 10^{-2}$  обеспечивает энергетический выигрыш около 14 дБ (21дБ (Рисунок 7) против 7 дБ (Рисунок 8)). При этом разница с алгоритма с негауссовской аппроксимацией по сравнению с алгоритмом MMSE составляет порядка 10 дБ (Рисунок 7) и 11 дБ (Рисунок 8), соответственно.

Сравнение характеристик помехоустойчивости на Рисунке 9 показывает, что алгоритм mNw 7it при p = 2 не уступает точному решению nsolT, а при p = 1 результаты совпадают с MMSE, что подтверждает адекватность результатов демодуляции.

Алгоритм mNw 7it p = 2 обеспечивает выигрыш около 8 дБ по сравнению с алгоритмом MMSE при одинаковом порядке сложности.

На Рисунке 10 представлены результаты работы демодуляторов MMSE, mNw и K-best в системе MIMO антенной конфигурации  $64 \times 64$ , модуляцией QPSK и скоростью турбокодирования  $\frac{3}{4}$ . Следует отметить, что алгоритм K-best для такой конфигурации имеет очень высокую сложность и по эффективности приближается к алгоритму ML с полным перебором [6, 19].

Как видно из рисунка алгоритм на основе негауссовской аппроксимации и модифицированного метода Ньютона (7 итераций) позволяет получить выигрыш по сравнению с алгоритмом MMSE около 2 дБ при p = 2 и примерно столько же уступает демодулятору K-best.

На Рисунке 11 приведены характеристики помехоустойчивости алгоритма NMMSE (не учитывает дискретность априорного распределения информационных символов), который обеспечивает выигрыш около 9 дБ по сравнению с линейным алгоритмом MMSE. При этом точное решение нелинейного уравнения 6 с негауссовской аппроксимацией уступает этому алгоритму всего около 2 дБ.



Рис. 9. Характеристики FER для конфигурации 64  $\times$  64 64 QAM, скорость кодирования  $\frac{3}{4},$  nsolT, mNw vs MMSE



Рис. 10. Характеристики FER для конфигурации 64 × 64 QPSK, скорость кодирования  $\frac{3}{4},$  mNw, K-best vs MMSE



Рис.11. Характеристики FER для конфигурации 64 × 64, 256 QAM, скорость кодирования  $\frac{3}{4}$ , nsolT, mNw, NMMSE-MC vs MMSE

Алгоритм mNw и алгоритм nsolT показывают одинаковые результаты помехоустойчивости. Алгоритм mNw сходится к алгоритму nsolT за 7 – 12 итераций и его сложность имеет тот же порядок, как у алгоритма MMSE [6]. Выигрыш алгоритма mNw по сравнению с MMSE составляет порядка 8-10 дБ на уровне  $FER = 10^{-2}$ .

## 6. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При моделировании рассматривался распространённый сценарий многопользовательской системы MIMO в режиме пространственного мультиплексирования для анализа алгоритмов демодуляции с негауссовской аппроксимации и сравнения их с другими известными алгоритмами. Был подробно исследован выигрыш при демодуляции предложенных в предыдущих работах алгоритмов по сравнению с оптимальными линейным и нелинейным алгоритмами MMSE и квазиоптимальным алгоритмом K-best (близким к оптимальному алгоритму ML) при одинаковых условиях [6, 11, 16, 19, 20].

Результаты исследований показали, что алгоритмы на основе негауссовской аппроксимации с использованием модифицированного метода Ньютона при демодуляции в системах Massive MIMO показывают рост выигрыша в помехоустойчивости по сравнению с алгоритмом MMSE с увеличением числа антенн и порядка модуляции при одинаковой скорости кодирования.

При этом с увеличением порядка аппроксимации и с увеличением порядка модуляции увеличивается выигрыш при демодуляции. При малых порядках модуляции предлагается ограничиться значением параметра аппроксимации p = 2, для 16QAM – значением p = 4, а для 256QAM значением p = 16, поскольку дальнейшее увеличение параметра аппроксимации приводит к незначительному улучшению характеристик помехоустойчивости. Значения выигрыша демодуляции по сравнению с MMSE для различных параметров моделирования и конфигурации системы Massive MIMO приведены в Таблице 2.

	Рис. 5	Рис. 7	Рис. 8	Рис. 9	Рис. 10	Рис. 11
Обозначение	$16 \times 16$	$64 \times 64$				
алгоритма и	64QAM	256QAM	256QAM	64QAM	QPSK	256QAM
конфигурация	3/4	3/4	1/2	3/4	3/4	3/4
NMMSE-MC-p2	4,4 дБ	6.8 дБ	9.7 дБ	10.5 дБ	-	7.3 дБ
NMMSE-MC-p4	9,4 дБ	14.9 дБ	11 дБ	13 дБ	-	12 дБ
mNw-it7- p1	0 дБ					
mNw-it7-p2	3 дБ	3.7 дБ	7.7дБ	8 дБ	1,8 дБ	4.6 дБ
mNw-it12-p4	6.7дБ	9.3 дБ	2.7дБ	9 дБ	-	10.2 дБ
nsolT-p2	ЗдБ	3.8 дБ	7.8дБ	8 дБ	-	4.9дБ
nsolT-p4	6.9 дБ	9.3 дБ	10.9дБ	12.4 дБ	-	10.3 дБ
nsolT-p8	7.8 дБ	13дБ	11.9дБ	13.6дБ	-	13.5 дБ
nsolT-p16	-	14.9 дБ	11.7дБ	13.4дБ	-	15.1дБ
K-best	-	-	-	-	3,8 дБ	-

Таблица 2. Выигрыш исследуемых алгоритмов демодуляции с использованием негауссовской аппроксимации для различных параметров системы MIMO, параметров алгоритмов демодуляции и параметров негауссовской аппроксимации, по сравнению с алгоритмом MMSE.

#### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе продолжены исследования характеристик алгоритмов демодуляции с негауссовской аппроксимацией в разных условиях: как при изменении параметров системы MIMO (число антенн, вид модуляции, скорость кодирования), так и при изменении порядка аппроксимации. Демодулятор на основе модифицированного метода Ньютона и негауссовской аппроксимации, предложенный в предыдущих работах для решения системы нелинейных уравнений, показал эффективность использования в различных условиях, а именно – при разных антенных конфигурациях, разном порядке модуляции и разной скорости кодирования. Энергетический выигрыш по сравнению с MMSE на уровне  $FER = 10^{-2}$  составил от 2 до 8 дБ для антенной конфигурации 64 × 64 в зависимости от порядка аппроксимации, числа итераций и кратности модуляции.

В результате моделирования было выявлено, что с увеличением порядка модуляции увеличение значения параметра аппроксимации априорного распределения приводит улучшению характеристик помехоустойчивости, но это улучшение фиксировано для разных порядков модуляции и использование высоких значений параметра не рекомендуется. Увеличение порядка аппроксимации больше 2 не приводит к существенному увеличению помехоустойчивости для модуляции малой кратности (QPSK). Для модуляции QAM256 значение параметра равно 16, а для модуляции QAM16 равно 4. Также получено подтверждение эффективной работы алгоритма на основе модифицированного метода Ньютона при различных скоростях кодирования. Изменение скорости кодирования с  $\frac{3}{4}$  на  $\frac{1}{2}$  с системах Massive MIMO 64 × 64 с модуляцией 256QAM дает энергетический выигрыш около 14 дБ на уровне  $FER = 10^{-2}$ .

Следует отметить еще одно достоинство демодуляторов на основе негауссовской аппроксимации – это способность обеспечить выигрыш помехоустойчивости относительно MMSE в системах с равным числом передающих и приемных антенн, без увеличения числа наблюдений (уравнений), т.е. не нужно увеличивать число приемных антенн. При больших порядках модуляции и для антенных конфигураций с большим числом антенн алгоритм на основе модифицированного метода Ньютона наиболее эффективен, но при малых порядках модуляции выигрыш не так значителен. Также характеристики этого метода уступают алгоритму NMMSE, что говорит о необходимости дальнейшей оптимизации параметров негауссовской аппрокси-

мации априорного распределения. Будущие исследования будут направлены на решение этой задачи.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Borges D., Montezuma P., Dinis R., Beko M. Massive MIMO Techniques for 5G and Beyond Opportunities and Challenges. *Electronics* 2021, vol. 10, p. 1667. https://doi.org/10.3390/ electronics10141667
- Kishk A.A., Chen X. (Eds)., MIMO Communications Fundamental Theory, Propagation Channels, and Antenna Systems. IntechOpen, Dec. 20, 2023. ISBN 978-1-82868-999-6. doi: 10.5772/intechopen.110927
- Krasilov A., Lebedeva I., Yusupov R., Khorov E. Efficient multiplexing of downlink eMBB and URLLC traffic with massive MU-MIMO. 2022 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom). – IEEE, 2022. – pp. 185-190, doi: 10.1109/BlackSeaCom54372.2022.9858204
- 4. Бакулин М.Г., Бен Режеб Т.Б.К., Крейнделин В.Б., Миронов Ю.Б., Панкратов Д.Ю., Смирнов А.Э. Мобильная связь на пороге 6G. М.: Горячая линия Телеком, 2024. С. 117–125.
- Khorov E., Levitsky I., Akyildiz I. F. Current status and directions of IEEE 802.11 be, the future Wi-Fi 7. *IEEE access.* 2020, vol. 8, pp. 88664-88688. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2993448.
- Bakulin M.G., Kreyndelin V.B., Pankratov D.Y., Stepanova A.G. Analysis of Demodulation Efficiency and Complexity Using Non-Gaussian Approximation in Massive MIMO Systems. *Journal* of Communications Technology and Electronics. 2022, vol. 67, no. 12, pp. 1542-1551.
- 7. Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю. Применение технологии МІМО в современных системах беспроводной связи разных поколений //Т-Сотт Телекоммуникации и Транспорт. 2021, Т. 15, № 4, С. 4–12.
- 3GPP TR 38.913, V16.0.0. 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on Scenarios and Requirements for Next Generation Access Technologies. [Online]. Available: https://www.3gpp.org/ftp/Specs/2024-12/Rel-16/38\_series/38.913. Access on 03.14.2025.
- 3GPP TR 38.913, V17.0.0. 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Study on Scenarios and Requirements for Next Generation Access Technologies. [Online]. Available: https://www.3gpp.org/ftp/Specs/2024-12/Rel-17/38\_series/38.913. Access on 03.14.2025.
- Leibo Liu. Massive MIMO Detection Algorithm and VLSI Architecture/ Leibo, Liu, Guiqiang Peng, Shaojun Wei. Springer Nature Singapore Pte Ltd. and Science Press, Beijing, China, 2019. – 348p. https://doi.org/10.1007/978-981-13-6362-7
- Бакулин М.Г., Крейнделин В.Б., Панкратов Д.Ю., Степанова А.Г., Новый подход к задачам МІМОдетектирования и многопользовательской демодуляции Информационные процессы. 2021, Т. 21, № 2. – С. 93–107.
- Glinskiy K., Krasilov A., Khorov E., Kureev A. Performance of ML-Based Channel Prediction Algorithms for URLLC: Channel Model Matters. 2023 IEEE International Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom). Istanbul, Turkiye, 2023, pp. 306–311, doi: 10.1109/BlackSeaCom58138.2023.10299788.
- Bakulin M.G., Kreyndelin V.B., Grigoriev V.A. et al. Bayesian Estimation with Successive Rejection and Utilization of A Priori Knowledge. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2020, vol. 65, no. 3, – pp. 255–264. – doi: 10.1134/S1064226920030031.
- 14. Mosa Ali Abu-Rgheff. 5G Physical Layer Technologies. Wiley IEEE Press. 2019. P. 592.
- 15. Holma H., Toskala A, Nakamura T. 5G Technology: 3GPP New Radio. John Wiley & Sons, 2020
- Bakulin M.G., Kreyndelin V.B., Pankratov D.Y., Stepanova A.G. Iterative massive MIMO demodulation method with Non-Gaussian approximation. *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2022, vol. 6, no. 6, pp. 740–746.

- Levitsky I., Tutelian S., Kureev A., Khorov E. Precoder for Proportional Fair Resource Allocation in Downlink NOMA-MIMO Systems. In: Distributed Computer and Communication Networks: Control, Computation, Communications. DCCN 2023. Lecture Notes in Computer Science, vol. 14123. Ed. Vishnevskiy V.M., Samouylov K.E., Kozyrev D.V. Springer, Cham, 2023. https://doi.org/10.1007/ 978-3-031-50482-2\_39
- Bello I.A., Halak B., El-Hajjar M., Zwolinski M. VLSI Implementation of a Fully-Pipelined K-Best MIMO Detector with Successive Interference Cancellation. *Circuits, Systems, and Signal Processing.* 2019, pp. 4739–4761. https://doi.org/10.1007/s00034-019-01079-0
- Bakulin M., Kreyndelin V., Rog A., Petrov D., Melnik S. MMSE Based K-best Algorithm for Efficient MIMO Detection. Proc. 9th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT) – Munich, Germany, 4-6 November, 2017. – P.358–363. doi: 10.1109/icumt.2017.8255198
- Peng G., Liu L., Zhou S., Xue Y., Yin S., Wei S. Algorithm and Architecture of a Low-Complexity and High-Parallelism Preprocessing-Based K-Best Detector for Large-Scale MIMO Systems. *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 66, No. 7, April 1, 2018
- Khorov E., Kiryanov A., Lyakhov A., Bianchi G. A Tutorial on IEEE 802.11ax High Efficiency WLANs. In: *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, no. 1, pp. 197–216, Firstquarter 2019, doi: 10.1109/COMST.2018.2871099.
- 22. Gordon Jeffrey. Wi-Fi Technology: Wireless Networking. Amazon, 2022. 129 p.
- 3GPP TR 38.211, V16.3.0. 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Physical channels and modulation. [Online]. Available: https://www.3gpp.org/ftp/ Specs/2024-12/Rel-16/38\_series/38.211. Access on 03.14.2025.
- Wang Y., Liu W., Fang L., Adaptive Modulation and Coding Technology in 5G System. 2020 International Wireless Communications and Mobile Computing (IWCMC), Limassol, Cyprus, 2020, pp. 159–164, doi: 10.1109/IWCMC48107.2020.9148457.
- Elmutasim I. A brief review of massive MIMO technology for the next generation. Int. Arab J. Inf. Technol., 2023, vol. 20, no. 2, pp. 262–269.
- Polvani G., Croisfelt V., Abrão T. Massive MIMO Demodulation Aided by NN. 2021 IEEE URUCON, Montevideo, Uruguay, 2021, pp. 166-171, doi: 10.1109/URUCON53396.2021.9647160.
- 27. ETSI. LTE; evolved universal terrestrial radio access (E-UTRA); user equipment (UE) radio transmission and reception; part 101: User equipment (UE) radio transmission and reception (release 16), ETSI, Tech. Rep. 136 101 v16.7.0, 2020. [Online]. Available: https://www.etsi.org/deliver/etsi\_ts/136100\_136199/136101/16.07.00\_60/ts\_136101v160700p.pdf. Accessed on 03.14.2025
- 28. Samarskiy A.A., Gulin A.V. Numerical Methods: Textbook for Universities. Nauka, 1989.
- Tikhonov V.I. Statistical radio engineering. 2nd ed., Rev. and add. Moscow: Radio and communication, 1982. 624 p.

# Noise immunity analysis of Massive MIMO demodulation algorithms using non-Gaussian approximation

# M.G. Bakulin, V.B. Kreyndelin, D.Y. Pankratov, A.G. Stepanova

Massive MIMO technology is one of the fundamental technologies in the development of modern wireless communications (5G, B5G, Wi-Fi 7), which is confirmed by a large number of scientific papers in this area, but despite all the achievements, in terms of strict and extremely high requirements for speed and quality of communication, there is undoubtedly an urgent need for highly efficient demodulation algorithms with low computational complexity. The paper presents an extensive analysis of the noise immunity of various demodulation algorithms for different numbers of antennas, the QAM modulation order, the noise-resistant turbo coding rate, and the non-Gaussian approximation order. The results of this study make it possible to optimize the operation of demodulation algorithms using non-Gaussian approximation of the a priori distribution, taking into account the parameters of the Massive MIMO system, the type of modulation and the encoding rate. The adequacy of the results obtained is confirmed by joint modeling and comparison with well-known algorithms such as MMSE and K-best, under different conditions.

**KEYWORDS:** non-Gaussian approximation, Massive MIMO, Multi-User MIMO, modified Newton's method, multi-user demodulation, QAM, iterative demodulation algorithms,