

Комплексный подход к восстановлению потоковых сетей

Г. Г. Гребенюк*, Л. А. Середа*

Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова, Российская академия наук, Москва, Россия

Поступила в редколлегию 11.09.2026 Принята 24.09.2026 г.

Аннотация—В статье предложен комплексный подход к определению последовательности ремонта поврежденных объектов распределительных сетей для восстановления электроснабжения приоритетных потребителей. В этом подходе осуществляется сжатие графа нефункциональной части распределительной сети с образованием супервершин, затем сжатый граф используется для формирования минимального предельного графа – ориентированного графа, содержащего минимальное количество поврежденных вершин. Выполняется преобразование предельного графа в граф предшествования: супервершины заменяются на дуги, направленные, в соответствии с ориентацией предельного графа. Рассматривается распределение ремонтных бригад с использованием графа предшествования. Предложенный подход позволяет минимизировать количество ремонтируемых объектов при восстановлении снабжения приоритетных потребителей. Приводится пример применения данного подхода для исследования стандартной электрической распределительной схемы IEEE с 33 шинами.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: распределительная сеть, граф предшествования, стихийное бедствие, очередность ремонта, восстановление.

DOI: 10.53921/18195822_2026_26_2.2_658

1. ВВЕДЕНИЕ

Бесперебойное снабжение электроэнергией потребителей является одним из важнейших факторов для поддержания стабильности общества и развития экономики. Однако, в последние десятилетия из-за роста частоты экстремальных природных явлений все чаще происходят масштабные повреждения электрических сетей, что из-за снижения устойчивости электроснабжения населения, транспорта, торговли и промышленности, представляет серьезную угрозу жизнедеятельности современного общества [1].

Электроснабжение потребителей осуществляется распределительными сетями, которые крайне уязвимы из-за сложности и рассредоточенности на большой площади [2, 3].

Обеспечение надежного функционирования распределительных сетей электроснабжения после экстремальных природных явлений является одной из актуальнейших задач современных исследований в области энергосистем [4].

В тоже время нарушение электроснабжения неизбежно из-за аварийных отказов оборудования при стихийных бедствиях, поэтому для снижения последствий таких явлений требуется эффективное и быстрое восстановление. Распределительные системы при таких неблагоприятных воздействиях (НВ) часто сталкиваются с нарушением связности. Поэтому при возникновении повреждений сети крайне важно оценить ущерб, определить стратегию восстановления электроснабжения, в которой большое значение имеет выявление возможности создания новых конфигураций сети и связанное с этим определение очередности ремонтов. В распределительных сетях действия по восстановлению должны выполняться последовательно в соответствии

с направлениями потоков мощности, что делает процесс формирования стратегий восстановления достаточно сложным и трудоемким. Поэтому необходимы методы, способные определять оптимальную последовательность ремонтов, что позволит повысить эффективность восстановления электроснабжения. Неправильная очередность восстановления может привести к неудовлетворенному спросу из-за продления времени недопоставки электроэнергии [5].

Исследования в области разработки планов восстановления распределительных сетей после стихийных бедствий направлены на повышение ее устойчивости [6], в том числе за счет привлечения распределенной генерации [7].

В [8] процесс восстановления разделен на два последовательных этапа: запуск генератора и восстановление нагрузки. Решается задача определения оптимальной последовательности восстановления энергосистемы после отключения электроэнергии из-за природных явлений или отказов оборудования по внутренним причинам. Последовательность восстановления основана на событиях и связана с изменениями состояния системы, где каждый шаг представляет собой конкретное событие, например, восстановление электроснабжения конкретной нагрузки. В модели используется уравнения потока мощности постоянного тока.

Формулированию стратегии восстановления приоритетной нагрузки в виде модели смешанного целочисленного программирования, интегрирующей ограничения по потоку мощности, напряжению и току посвящена [9].

Во многих исследованиях, например, в [8, 9] стратегия восстановления системы электроснабжения формируется с учетом приоритетов потребителей. Определенным категориям потребителей, таким как больницы, школы, учреждения скорой помощи и др., присваивается статус критически важных потребителей (нагрузок) и назначается более высокий приоритет при восстановлении электроснабжения по сравнению с другими потребителями.

В [9] в условиях НВ требуется распределение ремонтных ресурсов для подключения к сети критически важных нагрузок и максимизации восстановленного спроса. Сначала разрабатывается стратегия приоритизации нагрузки после стихийного бедствия, а затем создается оптимизационная модель смешанного целочисленного программирования для планирования восстановления.

В [10], как и в [9] используется двухэтапный метод восстановления нагрузки, сочетающий решения о ремонте компонентов с планированием восстановления нагрузки.

В [11] на примере стандартной схемы 13 шин IEEE распределительной системы электроснабжения осуществляется преобразование графовой модели поврежденного фидера в направленный граф предшествования по потоку. Графы распределительных систем часто являются частично связанными, что учитывается при этом преобразовании.

Это преобразование осуществляется в две стадии: вначале строится направленный граф с фиктивными вершинами, каждая из которых ассоциируется со связной компонентой, содержащей только изолированные вершины. Затем этот граф преобразуется в граф предшествования, вершины которого содержат только поврежденные элементы. Эти элементы соединяются ребрами при наличии связи между ними через изолированные вершины указанной компоненты. Направления ребер соответствуют направлениям потоков мощности исходной неповрежденной сети.

Модель восстановления в виде графа предшествования по потоку имеет ряд преимуществ. Во-первых, последовательность ремонта поврежденных элементов строится таким образом, что на каждом шаге восстановления функциональная часть сети увеличивается, т.к. запрещается восстановление любого элемента до момента завершения ремонтов всех предшествующих ему поврежденных элементов. Во-вторых, граф предшествования содержит только поврежденные элементы, что позволяет снизить размерность задачи и, как следствие, существенно сократить объем вычислений.

В [11] исходная неповрежденная сеть имеет известные направления потоков, что облегчает поиск оптимальной последовательности ремонтов по тому или иному критерию восстановления. Во многих задачах восстановления распределительных сетей ориентация потоков неизвестна, поэтому и факт предшествования в таких задачах не может быть установлен до выбора рабочей конфигурации сети.

Однако, приведенный подход может применяться и для решения задач восстановления с неизвестной ориентацией потоков мощности.

В данной статье приведены ограничения в применении графа предшествования, и показано решение задачи определения последовательности восстановления с использованием метода поиска предельных графов [12] на модели сжатого графа.

2. МОДЕЛЬ СЕТЕВОЙ СИСТЕМЫ

2.1. Модель сетевой системы до повреждений

Модель распределительной сети электроснабжения до нанесения НВ представляется в виде частично ориентированного графа $G = \langle V, E \rangle$, где V – множество вершин графа, каждая из которых соответствует узлу этой системы, E – множество ребер графа, каждое из которых соответствует связи между узлами (например, участку электрической линии). Множество вершин V можно представить как $V = \langle S, U, P \rangle$, где S, U, P – соответственно, множества вершин-источников (центры питания), вершин распределения (подстанции, распределительные устройства и т.д.) и вершин-потребителей (жилые дома, промышленные предприятия, больницы и т.д.). В графе G вершины множества P связаны с вершинами множества S через вершины множества U и ребра множества E . Направленными являются ребра, инцидентные вершинам-источникам множества S и вершинам-потребителям множества P . Важность потребителей в системе различается по категории надежности электроснабжения, более важные из них должны иметь минимальные перерывы в электроснабжении. В соответствии со сказанным в множестве P выделим подмножество важных потребителей P_t ($P_t \subseteq P$).

Узлы и связи распределительной системы электроснабжения до НВ находятся в работоспособном состоянии. Далее будем отождествлять узлы и линии схемы с вершинами и ребрами графа и называть их элементами графа. Также примем, что НВ не нарушает работоспособность множества вершин-источников S .

2.2. Модель сетевой системы после повреждений

Вследствие НВ из-за повреждений состояние узлов и связей системы электроснабжения изменяется: нарушается функциональность поврежденных элементов. Также нарушается функциональность тех исправных элементов графа сети, которые оказались изолированными от источников энергии поврежденными элементами.

Таким образом, распределительная сеть при НВ распадается на функциональные и нефункциональные части в зависимости от достижимости элементов сети из источников энергии.

Обозначим граф G после НВ через G' . Вершины и ребра графа G' можно представить как $V' = \langle S, U^+, U_d, U_b, P^+, P_b \rangle$ и $E' = \langle E^+, E_d, E_b \rangle$, где S, U^+ и E^+ – соответственно, подмножества функциональных вершин и ребер, в то время, как U_d, E_d – подмножества поврежденных вершин и ребер, а U_b, P_b и E_b подмножества заблокированных (изолированных) вершин распределения, вершин-потребителей и ребер.

Постановка задачи. На графе поврежденной распределительной сетевой системы $G' = \langle V', E' \rangle$ определить последовательность ремонта элементов множества U_d , обеспечивающую восстановление снабжения важных потребителей P_t при минимальном числе ремонтируемых объектов U_d .

2.3. Модель сжатого графа

В рамках предлагаемого подхода для снижения размерности задачи осуществляется сжатие графа рассматриваемой сети. Для этого в графе находятся граничные поврежденные вершины – вершины, связанные с функциональными вершинами графа сети S , U^+ [13]. Затем в графе выполняется поиск всех компонент связности, состоящих из вершин множества U_b . Каждая компонента связности стягиванием ребер сжимается в супервершину [14]. Далее между супервершиной и поврежденными вершинами проводятся ребра, если поврежденные вершины были связаны ребром хотя бы с одной вершиной, включенной в эту супервершину.

Таким образом, после сжатия полученный неориентированный граф состоит из поврежденных вершин, супервершин и вершин потребителей. При восстановлении приоритетных потребителей, вершины, соответствующие менее приоритетным потребителям, удаляются из сжатого графа. Для ориентации ребер и построения графа предшествования используется метод поиска предельных графов, описанный в разделе 3.

3. МИНИМИЗАЦИИ ЧИСЛА РЕМОНТИРУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Метод поиска предельных графов, подробно изложенный в [12], предназначен для нахождения всех возможных конфигураций сети. Применение этого метода к сжатому графу позволяет построить ориентированный граф предшествования, задающий оптимальную по числу ремонтов последовательность восстановления.

В данном методе осуществляется движение по графу от потребителей к граничным поврежденным вершинам сети. Как сказано выше, эти граничные вершины непосредственно связаны с функциональной частью сети.

Для описания принципов работы этого метода представим последовательность действий в виде таблицы, каждая строка которой названа уровнем и соответствует этапу движения по графу. На нулевом (начальном) уровне таблица состоит из одной строки, а число столбцов равно количеству важных потребителей, номера которых помещены в соответствующие ячейки строки. Указанный набор столбцов назван компонентой, которая по мере движения по графу пополняется новыми строками. В процессе движения по графу могут возникать альтернативные пути (развилки), в этом случае проводится операция клонирования – все столбцы данной компоненты копируются, формируются новые компоненты, и на очередном уровне в них записываются альтернативные варианты движения. Если в процессе движения в один из столбцов рассматриваемой компоненты записывается ранее пройденный элемент компоненты, то движение осуществляется только по остальным путям. Для продолжения движения на очередном шаге выбирается компонента с минимальным числом элементов графа. В случае если таких несколько, выбирается любая из них. Движение по графу заканчивается, если в каждом столбце одной из построенных компонент записан граничный поврежденный элемент.

Среди найденных предельных графов по выбранному критерию (число поврежденных вершин) выбирается минимальный. Если их несколько, выбирается такой граф, ремонт поврежденных вершин которого деблокирует максимальную суммарную величину нагрузки.

Выборенный предельный граф преобразуется в граф предшествования: каждая супервершина заменяется на ребра в соответствии с протекающими через нее потоками мощности, потребители, и связывающие их остальной сетью ребра удаляются.

Таким образом, минимальный предельный граф представляет собой ориентированный граф предшествования по потоку, отражающий на сжатом графе очередность восстановления.

4. ОГРАНИЧЕНИЕ МОДЕЛИ ПРЕДШЕСТВОВАНИЯ

Применение модели предшествования, описанной в [11] и используемой в данной статье, имеет ограничения. Эти ограничения, в частности, связаны с критерием оптимизации. Среди типовых можно выделить следующие задачи оптимизации:

- минимизация времени/стоимости ремонтов каждого поврежденного объекта (упрощенно: числа ремонтируемых поврежденных объектов);
- минимизация совокупных потерь мощности и времени простоя потребителей (максимизация присоединяемой мощности деблокируемой нагрузки);
- минимизация потери мощности на линиях (расстояние) и т.д.

В процессе построения модели предшествования при сжатии графа формируются фиктивные вершины (супервершины), для каждой из которых можно вычислить суммарную мощность изолированных нагрузок или суммарную длину изолированных линий. Однако такая супервершина, будучи результатом агрегирования вершин связной компоненты, представляется в графе предшествования целостной единицей, что не допускает анализ различных конфигураций внутри этой компоненты. В тоже время поиск оптимальной конфигурации для восстановления всей сети, предусматривающий минимизацию времени простоя потребителей, потери ими мощности или минимизацию потери на линиях, невозможен без информации о соответствующих им конфигурациях сети внутри каждой связной компоненты.

Окончательная топология восстановления должна учитывать эксплуатационные ограничения системы, такие как предельные значения напряжения в узлах, тока в ответвлениях, пропускная способность фидеров и радиальный режим работы распределительной сети.

5. УЧЕТ ВОССТАНОВИТЕЛЬНЫХ РАБОТ

При распределении бригад по ремонтируемым объектам принимаются следующие ограничения:

1. все поврежденные объекты имеют одинаковую длительность ремонта τ ;
2. одна бригада одновременно может ремонтировать только один объект;
3. ремонт каждого объекта выполняется одной бригадой до его завершения;
4. ремонт объектов осуществляется последовательно в соответствии с уровнями, определенными в разделе 3, то есть объекты очередного уровня не могут быть отремонтированы раньше объектов предыдущих уровней;
5. выбор объектов для ремонта на очередном уровне осуществляется исходя из назначенных весов, которые определяются мощностью присоединенных нагрузок: чем больше нагрузка, тем больше вес объекта.

С учетом этих ограничений задача распределения ремонтных бригад сформулирована следующим образом.

Для ремонта n поврежденных объектов m бригадами необходимо найти такое распределение бригад по этим объектам, которое не нарушает порядка предшествования по потоку мощности и учитывает величины присоединяемых нагрузок.

Пусть каждый уровень i содержит n_i поврежденных объектов и восстановление осуществляется по этапам; за каждый этап j (за исключением последнего) ремонтируется m поврежденных объектов, Δn_i – количество неотреставрированных объектов i -го уровня после выполнения очередного этапа восстановления.

Блок-схема алгоритма распределения бригад приведена на рис. 1.

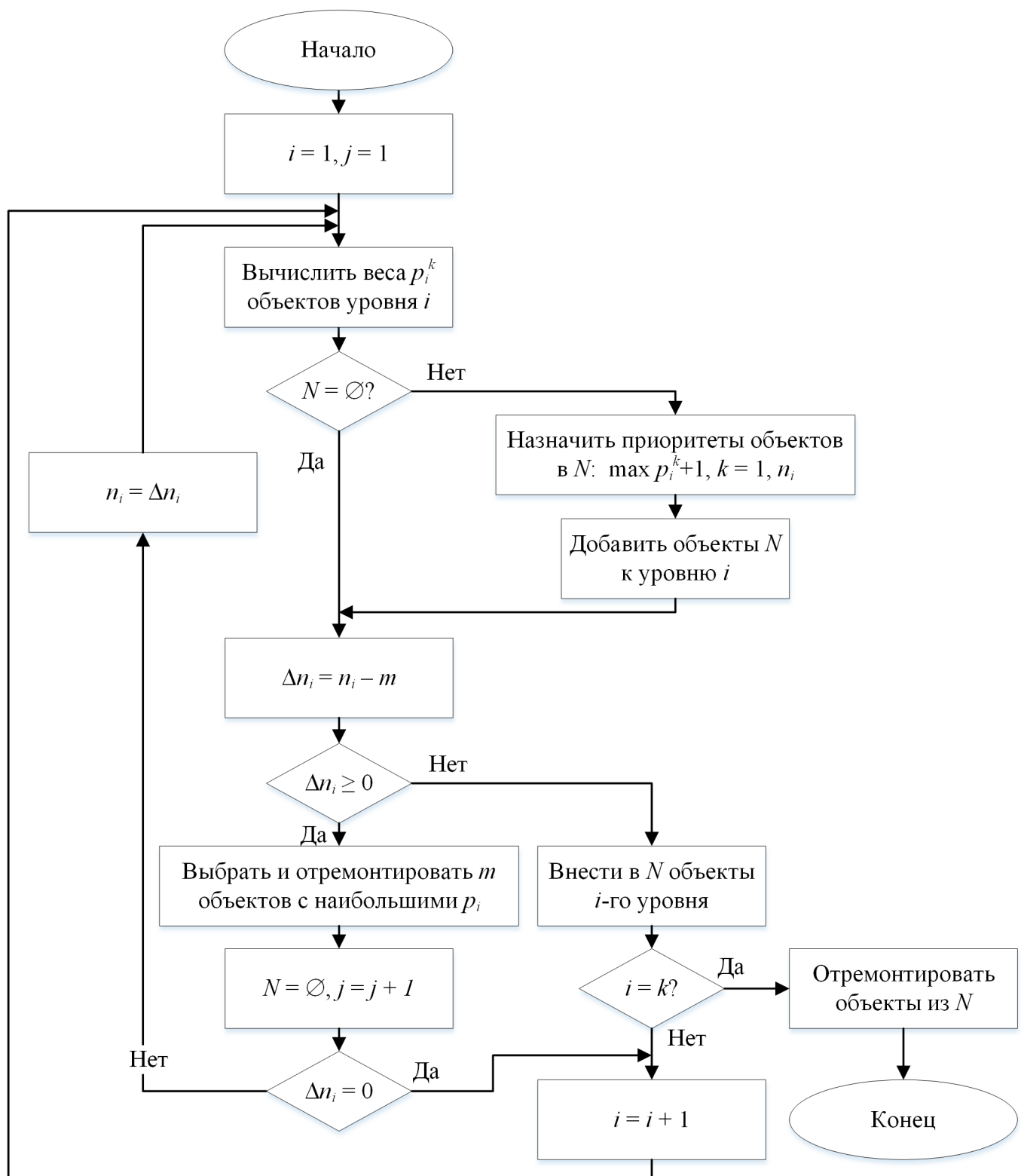


Рис. 1. Блок-схема алгоритма распределения бригад

Случай 1. Число поврежденных объектов n_i на i -ом уровне больше или равно числу бригад m ($\Delta n_i \geq 0$). В этом случае ремонт поврежденных объектов осуществляется в несколько этапов. На каждом этапе для ремонта выбираются m поврежденных объектов в соответствии с назначенным им весам. После окончания каждого этапа вес пересчитывается. Если количество неотремонтированных объектов i -го уровня равно нулю ($\Delta n_i = 0$), осуществляется переход к следующему уровню.

Случай 2. Число поврежденных объектов n_i на i -ом уровне меньше числа бригад m ($\Delta n_i < 0$). В этом случае поврежденные объекты добавляются в множество неотремонтированных N . Далее рассматривается следующий уровень, и объектам из множества N назначаются веса, превышающие максимальный вес среди объектов этого уровня. Объекты в множестве N накапливаются до тех пор, пока не будет выполнено условие случая 1. После их ремонта множество N очищается.

Выполнение алгоритма останавливается, когда после добавления в множество N очередных объектов достигается максимальный уровень k . Перед окончанием осуществляется ремонт всех поврежденных объектов множества N .

6. ПРИМЕР

Рассмотрим решение задачи на типовой электрической схеме 33 шины IEEE, представленной в виде графа на рис. 2. Вершины 0-32 соответствуют шинам, ребра – электрическим линиям. В качестве источника выступает шина 0 (обозначена серым кружком). Каждая из шин, за исключением шины 0, имеет нагрузки, величины нагрузок в условных единицах приведены в табл. 2. Для упрощения графа отдельными вершинами на схеме представлены только нагрузки, соответствующие выбранным важным потребителям (вершины 33, 34, 35). Вершины, соответствующие поврежденным шинам, помечены крестами.

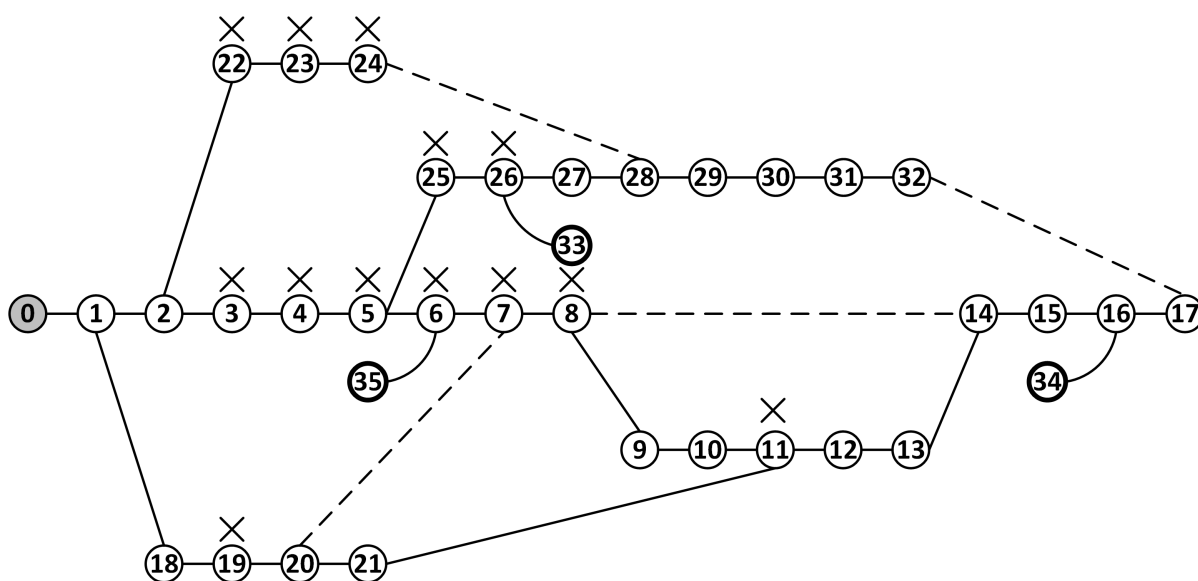


Рис. 2. Граф типовой электрической схемы 33 шин IEEE

В результате преобразования получен сжатый граф, изображенный на рис. 3. В нем в качестве источников выступают граничные поврежденные вершины 3, 19, 22. В процессе сжатия были получены супервершины K_1 (включает вершины 12, 13, 14, 15, 16, 17, 27, 28, 29, 30, 31, 32), K_2 (20, 21) и K_3 (9, 10).

Таблица 1. Нагрузки шин

№ шины	Величина нагрузки	№ шины	Величина нагрузки	№ шины	Величина нагрузки
0	-	11	60	22	90
1	100	12	60	23	420
2	90	13	120	24	420
3	120	14	60	25	60
4	60	15	60	26	60
5	60	16	60	27	60
6	200	17	90	28	120
7	200	18	90	29	200
8	60	19	90	30	150
9	60	20	90	31	210
10	45	21	90	32	60

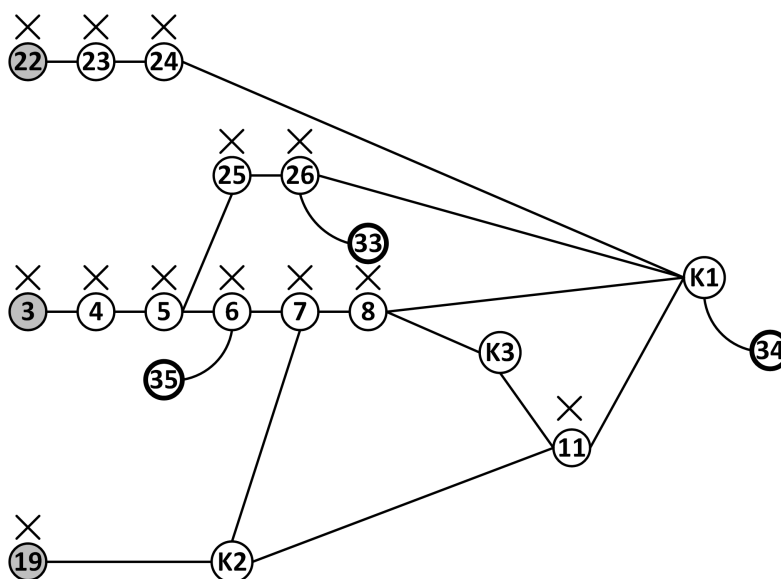


Рис. 3. Сжатый граф типовой электрической схемы 33 шины IEEE

К сжатому графу был применен метод поиска предельных графов, с помощью которого найдены два минимальных предельных графа (рис. 4а и 4б), состоящих из 5 поврежденных вершин, и построены соответствующие им графы предшествования (рис. 4в и 4г).

Суммарная деблокированная нагрузка для обоих решений одинаковая (2145 единиц). Было выбрано решение 1 и соответствующий ему граф предшествования (рис. 4в). Распределение поврежденных объектов по уровням приведено в табл. 2.

Таблица 2. Распределение поврежденных объектов по уровням

Уровень 1	Уровень 2	Уровень 3	Уровень 4
19	7	6	26
		8	

Для количества бригад $m = 1$ в соответствии с описанным выше алгоритмом на первом этапе будет отремонтирован объект 19, на втором – 7, затем на третьем этапе среди объектов 6 и 8 для ремонта будет выбран объект 8 так как его деблокированная нагрузка больше, чем у узла 6 (1415 единиц против 200 единиц), на четвертом этапе по условиям алгоритма необходимо закончить ремонт уровня 3, поэтому выбирается объект 8, на пятом этапе осуществляется ремонт объекта 26.

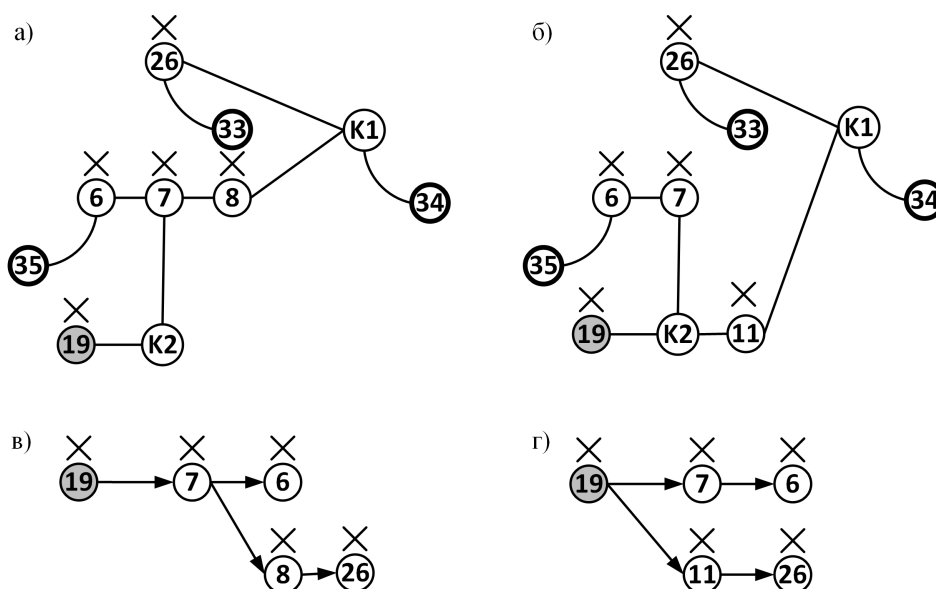


Рис. 4. Минимальные предельные графы и соответствующие им графы предшествования

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работах по восстановлению распределительных сетей, поврежденных в результате чрезвычайных событий, важное значение имеет выбор последовательности ремонтов, позволяющей, в первую очередь, удовлетворить спрос приоритетных потребителей. Решение подобных задач часто связано с большой вычислительной сложностью, обусловленной высокой размерностью исследуемой сети, а также с неизвестной ориентацией потоков в этой сети. В статье разработан комплексный подход, включающий:

1. процедуру сжатия графа распределительной сети, позволяющую снизить размерность решаемой задачи;
2. применение метода поиска минимального по количеству поврежденных вершин предельного графа, используемого для определения рабочей конфигурации сети и ориентации ребер графа;
3. преобразование минимального предельного графа в граф предшествования;
4. определение последовательности ремонта поврежденных элементов сети и назначение ремонтных бригад.

Разработанный подход позволяет минимизировать количество ремонтируемых объектов при восстановлении приоритетных потребителей. В статье также перечислены типовые задачи поиска оптимальной последовательности восстановления распределительных сетей и приведены ограничения применения модели предшествования при решении подобного рода задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yang X., Xu C., Wen J., Zhang Y., Wu Q., Zuo W. Cooperative repair scheduling and service restoration for distribution systems with soft open points. *IEEE Trans. Smart Grid*, 2023, vol. 14, no. 3, pp. 409–420.
2. Sun L., Wang H., Huang Z., Wen F., Ding M. Coordinated islanding partition and scheduling strategy for service restoration of active distribution networks considering minimum sustainable duration. *IEEE Trans. Smart Grid*, 2024, vol. 15, p. 5539–5554.

3. Lu M., Liu Y., Yan Y., Bian R., Du Y., Jiang X. Distribution network repair scheduling with multiple types of cooperation using dynamic programming after disasters. // *IEEE Trans. Power Del.*, 2022, vol. 38, no. 1, pp. 631–641.
4. Shen F., Wu Q., Huang S., López J.C., Li C., Zhou B. Review of Service Restoration Methods in Distribution Networks. *Proc. 2018 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference Europe (ISGT-Europe)*. Sarajevo, Bosnia and Herzegovina, 2018, pp. 1–6.
5. Yu H., Zhang Z., Li P., Ji H., Yu J., Song G., Sun B., Zhao J. Edge computing-based distributed power restoration for active distribution networks considering switching sequence. *Applied Energy*, 2025, vol. 402, p. 126788.
6. Гребенюк Г.Г., Крыгин А.А., Середа Л.А. Методы исследования устойчивости систем жизнеобеспечения к экстремальным воздействиям. *Информационные процессы*, 2025, том 25, № 3, стр. 369–394.
7. Wang X., Xie C., Xia L., Li J., Wang H., Sun L. Service Restoration Strategy for Distribution Networks Considering Multi-Source Collaboration and Incomplete Fault Information. *Processes*, 2025, vol. 13, no. 10, p. 3075.
8. Dalmau Ortiz P., Saldana Gonzalez A.E., Aragues Penalba M. Power systems restoration after blackouts: a sequential optimization approach. *Universitat Politècnica de Catalunya. Departament d'Enginyeria Elèctrica*, 2025, url: <https://recercat.cat/handle/2117/445081>.
9. Peng L., Zhou A., Qiao J., Sun Q., Qian Z., Xu M., Pan S. A Two-Stage Restoration Method for Distribution Networks Considering Generator Start-Up and Load Recovery Under an Earthquake Disaster. *Electronics*, 2025, vol. 14, no. 15, p. 3049.
10. Asadi Q., Falaghi H., Ramezani M. Load restoration of electricity distribution systems using a novel two-stage method. *The Journal of Engineering*, 2024, vol. 8, p. e12402.
11. Tan Y., Qiu F., Das A.K., Kirschen D.S., Arabshahi P., Wang J. Scheduling Post-Disaster Repairs in Electricity Distribution Networks. *IEEE Transactions on power systems*, 2019, vol. 34, no. 4, pp. 2612–2621.
12. Гребенюк Г.Г., Крыгин А.А., Середа Л.А. Определение порядка восстановления распределительных сетей, поврежденных природными воздействиями. *Информационные процессы*, 2026, том 26, № 1, стр. 27–37.
13. Afrin T., Yodo N. Resilience-Based Recovery Assessments of Networked Infrastructure Systems under Localized Attacks. *Infrastructures*, 2019, vol. 4, no. 1, pp. 1–18.
14. Karger D. R. Global Min-cuts in RNC, and Other Ramifications of a Simple Min-Cut Algorithm. *Proc. of the Fourth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*. Austin, 1993, pp. 21–30.

A Comprehensive Approach to Restoring Flow Networks

G. G. Grebenyuk, L. A. Sereda

The paper proposes a comprehensive approach to determining the repair sequence of damaged distribution network facilities to restore power for priority consumers. This approach involves compressing the graph of the non-functional part of the distribution network to form supernodes. The compressed graph is then used to form a minimum limit graph — a directed graph that contains the minimum number of damaged vertices. The limit graph is transformed into a precedence graph: supernodes are replaced by arcs directed according to the orientation of the limit graph. The distribution of repair crews is considered using a precedence graph. The proposed approach allows minimizing the number of objects to be repaired when restoring power to priority consumers. An example of the application of this approach to a standard IEEE 33-bus electrical distribution circuit is given.

KEYWORDS: distribution network, precedence graph, natural disaster, repair order, restoration.